

В. В. КОТЛЯР  
С. С. СТАФЕЕВ  
А. Г. НАЛИМОВ

# ОБРАТНЫЙ ПОТОК СВЕТОВОЙ ЭНЕРГИИ В ФОКУСЕ



МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ®  
2021

УДК 535.42  
ББК 22.243.4  
О 23

*Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского научного фонда, проект 18-19-00595*

Котляр В.В., Стафеев С.С., Налимов А.Г. **Обратный поток световой энергии в фокусе.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2021. — 216 с. — ISBN 978-5-9221-1932-0.

Еще в 424 г. до н.э. в пьесе древнегреческого поэта Аристофана «Облака» упоминается о том, что с помощью фокусировки солнечного света можно добывать огонь. С тех пор и до наших дней исследование поведения света в фокусе вызывает интерес у оптиков. В фокусе сходится свет из разных областей пространства, который обладает разной амплитудой, фазой и состоянием поляризации. Чтобы адекватно описывать свет в фокусе, следует использовать все шесть проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей. В 1959 г. Б. Ричардсом и Э. Вольфом была создана аналитическая теория строгого описания света вблизи острого фокуса, которая применяется до сих пор. Проверить ее правильность сегодня можно с помощью разностного решения системы уравнений Максвелла в рамках одного из многих коммерческих программных продуктов. Численный метод решения уравнений Максвелла (FDTD-метод) был разработан А. Тафловым и М.И. Бродвином в 1975 г. Один из интересных оптических эффектов, который имеет место в остром фокусе световых полей, — эффект обратного потока энергии, о котором впервые упоминает в 1920 г. В.С. Игнатовский. В данной книге эффект обратного потока энергии в фокусе лазерного света изучается теоретически на основе формализма Ричардса–Вольфа, численно на основе разностного решения уравнений Максвелла и экспериментально. Выясняется природа данного эффекта и условия, при которых он возникает.

Книга предназначена широкому кругу научных работников, инженеров, работающих в области оптики, фотоники, лазерной физики, оптоинформационных технологий, оптического приборостроения. Также может быть полезной бакалаврам и магистрам по специальностям «Прикладная математика и физика», «Прикладная математика и информатика», «Оптика» и аспирантам, специализирующимся в этих областях.

*Институт систем обработки изображений РАН —  
филиал ФНИЦ «Кристаллография и фотоника» РАН;  
Самарский национальный исследовательский университет  
имени академика С.П. Королева*

ISBN 978-5-9221-1932-0

© ФИЗМАТЛИТ, 2021

© В. В. Котляр, С. С. Стафеев,  
А. Г. Налимов, 2021

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение . . . . .	7
<b>Глава 1. Обратный поток для вихревых пучков и для пучков с цилиндрической поляризацией . . . . .</b>	<b>8</b>
1.1. Обратный поток в фокусе оптического вихря с круговой поляризацией . . . . .	8
1.1.1. Распределение интенсивности в плоскости фокуса оптического вихря . . . . .	9
1.1.2. Продольная проекция вектора Пойнтинга в фокусе оптического вихря . . . . .	10
1.1.3. Обратный поток энергии вблизи оптической оси в плоскости фокуса . . . . .	12
1.1.4. Поперечные составляющие вектора Пойнтинга в плоскости фокуса . . . . .	13
1.1.5. Моделирование FDTD-методом дифракции оптического вихря на зонной пластинке Френеля . . . . .	14
1.2. Обратный поток энергии в фокусе цилиндрического векторного пучка . . . . .	16
1.2.1. Теоретическое обоснование . . . . .	17
1.2.2. Моделирование по формулам Ричардса–Вольфа . . . . .	21
1.2.3. Моделирование с помощью FDTD-метода . . . . .	24
1.3. Острая фокусировка света с поляризационной и фазовой сингулярностью . . . . .	26
1.3.1. Световое поле с комбинированной сингулярностью в фокусе апланатической системы . . . . .	26
1.3.2. Частные случаи из общей формулы . . . . .	30
1.3.3. Моделирование острой фокусировки оптического вихря с радиальной и азимутальной поляризацией высокого порядка . . . . .	33
<b>Глава 2. Механизм формирования обратного потока энергии . . . . .</b>	<b>39</b>
2.1. Обратный поток при интерференции четырех плоских волн . . . . .	39
2.1.1. Интерференция четырех плоских волн с линейной поляризацией . . . . .	40
2.1.2. Формирование обратного потока на оптической оси в фокусе светового поля с поляризационной сингулярностью . . . . .	43

2.2. Орбитальный поток энергии и поток спина . . . . .	45
2.2.1. Поток спина и орбитальный поток энергии в декартовых координатах . . . . .	46
2.2.2. Проекция вектора напряженности электрического поля в остром фокусе . . . . .	47
2.2.3. Поток спина и орбитальный поток энергии в фокусе . . . . .	49
2.2.4. Моделирование по формулам Ричардса–Вольфа . . . . .	49
2.3. Тороидальные потоки поляризации вблизи фокуса . . . . .	53
2.3.1. Формулы Ричардса–Вольфа для случая узкой кольцевой апертуры . . . . .	55
2.3.2. Результаты моделирования фокусировки поляризационного вихря . . . . .	58
<b>Глава 3. Экспериментальное исследование обратного потока энергии . . . . .</b>	<b>64</b>
3.1. Металинза для формирования обратного потока . . . . .	64
3.1.1. Расчет рельефа поверхности спиральных металинз . . . . .	66
3.1.2. Моделирование работы спиральной металинзы с $m = 1$ . . . . .	71
3.1.3. Расчет проекции вектора Умова–Пойнтинга в фокусе спиральной металинзы . . . . .	74
3.1.4. Поток энергии в фокусе для спиральной металинзы с $m = 2$ . . . . .	77
3.2. Измерение обратного потока в фокусе металинзы . . . . .	79
3.2.1. Изготовление металинзы . . . . .	80
3.2.2. Моделирование методом конечных разностей во временной области (FDTD-метод) . . . . .	81
3.2.3. Измерение поперечной интенсивности в фокусе металинзы . . . . .	84
3.3. Измерение обратного потока энергии с помощью микрообъектива . . . . .	90
3.3.1. Эксперимент по обнаружению обратного потока в фокусе оптического вихря с круговой поляризацией . . . . .	91
3.3.2. Эксперимент по обнаружению обратного потока в фокусе поляризационного вихря второго порядка . . . . .	96
3.3.3. Силы, действующие на наночастицу в обратном потоке энергии . . . . .	99
<b>Глава 4. Обратный поток в ближней зоне и вблизи поверхности раздела сред . . . . .</b>	<b>102</b>
4.1. Обратный поток энергии в ближней зоне . . . . .	102
4.1.1. Интенсивность и продольная проекция вектора Пойнтинга . . . . .	104
4.1.2. Обратный поток энергии в начальной плоскости . . . . .	107
4.1.3. Поперечные проекции вектора Пойнтинга . . . . .	108
4.1.4. Моделирование . . . . .	110

4.2. Оптический эффект «углового трактора» . . . . .	113
4.2.1. Угловой трактор в параксиальном случае . . . . .	114
4.2.2. Угловой трактор в фокусе непараксиального оптического вихря . . . . .	116
4.2.3. Эксперимент по вращению микросфер полистирола в пучке Бесселя с круговой поляризацией . . . . .	119
4.3. Обратный поток вблизи выходной поверхности градиентной линзы . . . . .	121
4.3.1. Градиентная секансная линза . . . . .	122
4.3.2. Результаты моделирования фокусировки света градиентной секансной линзой . . . . .	123
4.3.3. Градиентная секансная линза с металлизацией . . . . .	125
4.3.4. Градиентная секансная линза с отверстием . . . . .	125
4.4. Сила, действующая на частицу вблизи обратного потока . . . . .	126
4.4.1. Постановка задачи . . . . .	128
4.4.2. Падающее поле — левая круговая поляризация и фазовый вихрь $m = 2$ . . . . .	129
4.4.3. Падающее поле — круговая поляризация без фазового вихря . . . . .	131
4.4.4. Влияние размера частицы на величину проекцию силы . . . . .	132
<b>Глава 5. Спин-орбитальная конверсия в фокусе . . . . .</b>	<b>134</b>
5.1. Обратный поток в фокусе для вихревого поля с линейной поляризацией . . . . .	134
5.1.1. Теоретическое основание . . . . .	135
5.1.2. Поток энергии в фокусе . . . . .	137
5.1.3. Спин-орбитальная связь в фокусе . . . . .	138
5.1.4. Моделирование . . . . .	139
5.2. Инверсия продольной составляющей спинового углового момента . . . . .	142
5.2.1. Спиновой угловой момент в фокусе гауссова пучка с круговой поляризацией . . . . .	145
5.2.2. Спиновой угловой момент в фокусе оптического вихря с топологическим зарядом 2 и круговой поляризацией . . . . .	147
5.2.3. Моделирование . . . . .	149
5.3. Круговая поляризация в фокусе при освещении светом с линейной поляризацией . . . . .	153
5.3.1. Поток энергии и спиновой угловой момент в фокусе . . . . .	154
5.3.2. Моделирование . . . . .	158
5.4. Орбитально-спиновая конверсия, «фотонный вертолет» и полная магнетизация . . . . .	162
5.4.1. Спин-орбитальная конверсия в фокусе . . . . .	162
5.4.2. Орбитально-спиновая конверсия в фокусе и лента Мебиуса . . . . .	168
5.4.3. Фотонные колеса или фотонный вертолет . . . . .	172
5.4.4. Только продольная компонента спина в фокусе (полная магнетизация) . . . . .	173

---

Глава 6. Поток энергии в фокусе пучка с дробной и гибридной цилиндрической поляризацией . . . . .	176
6.1. Обратный поток в фокусе пучка с цилиндрической поляризацией дробного порядка . . . . .	176
6.1.1. Фокусировка цилиндрических векторных пучков с порядком от нуля до единицы . . . . .	177
6.1.2. Фокусировка цилиндрических векторных пучков с порядком больше единицы . . . . .	181
6.2. Поперечный поток энергии в остром фокусе света с циркулярно-азимутальной поляризацией высокого порядка . . . . .	184
6.2.1. Интенсивность света с гибридной поляризацией в фокусе . . . . .	185
6.2.2. Поток энергии в фокусе для света с гибридной поляризацией . . . . .	188
6.2.3. Спиновый угловой момент в фокусе поля с гибридной поляризацией . . . . .	190
6.2.4. Результаты моделирования фокусировки света с гибридной поляризацией . . . . .	191
Заключение . . . . .	196
Литература . . . . .	198

## Введение

В 1874 году Н. А. Умов ввел понятие о плотности потока энергии любой физической природы. А в 1884 году Д. Г. Пойнтинг ввел понятие о плотности потока электромагнитной энергии. Поэтому иногда говорят о векторе потока электромагнитной энергии как о векторе Умова–Пойнтинга, а иногда только о векторе Пойнтинга. Вектор Пойнтинга  $\mathbf{P}$  равен количеству электромагнитной энергии, протекающей за одну секунду через единичную площадку, нормаль к которой перпендикулярна к направлениям векторов напряженности электрического  $\mathbf{E}$  и магнитного  $\mathbf{H}$  полей. Поэтому тройка векторов  $(\mathbf{E}, \mathbf{H}, \mathbf{P})$  в каждой точке пространства должна образовывать правую тройку векторов. Для квазимонохроматического света среднее значение за период колебаний вектора  $\mathbf{P}$  определяется в системе СГС как:

$$\mathbf{P} = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}), \quad (1)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме,  $\operatorname{Re}$  — значок действительной части комплексного числа,  $*$  — знак комплексного сопряжения. Вектор Пойнтинга  $\mathbf{P}$  входит в интегральный закон сохранения энергии для электромагнитного поля под интегралом по замкнутой поверхности. В этом его физический смысл. Но также вектор Пойнтинга входит и в дифференциальный закон сохранения энергии (теорема Пойнтинга):

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{P} - \mathbf{J} \mathbf{E}, \quad (2)$$

где  $W$  — плотность электромагнитной энергии,  $t$  — переменная времени,  $\mathbf{J}$  — плотность тока свободных зарядов. Так как вектор Пойнтинга входит в дифференциальный закон сохранения энергии (2) в виде дивергенции, то это порождает неоднозначность в его определении. Действительно, добавление к вектору  $\mathbf{P}$  ротора от любой непрерывной функции не приводит к изменению выражения для закона сохранения энергии, так как  $\operatorname{div} \operatorname{rot} = 0$ . Но на практике никаких противоречий эксперимента с определением (1) не возникает. За исключением эффекта обратного потока энергии. Первое упоминание об обратном потоке световой энергии было сделано в 1920 году В. С. Игнатовским. Этот эффект заключается в том, что при свободном распространении света вдоль некоторого направления, в пространстве могут быть области, в которых вектор Пойнтинга направлен в обратном направлении. Есть ли в этом физический смысл, или это недостаток определения (1)? Недавно эффект обратного потока энергии был обнаружен в остром фокусе вихревых пучков. Данная книга посвящена детальному изучению эффекта обратного потока энергии в фокусе лазерного света.

## **ОБРАТНЫЙ ПОТОК ДЛЯ ВИХРЕВЫХ ПУЧКОВ И ДЛЯ ПУЧКОВ С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ**

### **1.1. Обратный поток в фокусе оптического вихря с круговой поляризацией**

Начиная с работы [1] стало известно об обратном потоке энергии при распространении светового поля в свободном пространстве. В местах обратного потока продольная компонента вектора Пойнтинга принимает отрицательные значения. Этому явлению в оптике посвящено относительно не много работ [1–10]. В [1] показали, что при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией с помощью апланатической системы в плоскости фокуса в области первого темно-го кольца интенсивности имеется область, в которой поток световой энергии направлен в обратную сторону по отношению к направлению распространения падающей плоской волны. В [2] теоретически было показано наличие отрицательного значения продольной составляющей вектора Пойнтинга на оптической оси у линейной комбинации двух пучков Бесселя  $m$ -го порядка с ТЕ и ТМ поляризациями. В [3] рассмотрена практически реализуемая ситуация (фокусировка с помощью апланатической системы) и теоретически и численно показано, что при фокусировке моды Лагерра–Гаусса порядка  $(0, m) = (0, 2)$  и левой круговой поляризацией ( $\sigma = -1$ ) на оптической оси в фокусе у продольной проекции вектора Пойнтинга имеются отрицательные значения. В [4] рассмотрена суперпозиция двух произвольных световых полей, у которых разные проекции волнового вектора на продольную ось. Показано, что у таких световых полей имеют место локальные области, в которых продольная компонента силы, действующей на микрочастицу, направлена против волнового вектора светового пучка. В [5] численно показано наличие обратного потока на оптической оси в фокусе вихревой металлинзы. В [6] численно показано наличие обратного распространения энергии в векторном пучке Бесселя с дробным топологическим зарядом. Такой световой пучок, фактически, является линейной комбинацией счетного числа обычных мод Бесселя. В [7] теоретически получены выражения для плотности вектора Пойнтинга для векторных Х-пучков и получены необходимые условия для появления обратного потока энергии. В [8] численно показано наличие обратного течения энергии в непараксиальном ускоряющемся 2D пучке Эйри. В [9] теоретически с помощью локального волнового векто-



ра рассматриваются условия, которые нужно наложить на световое поле, чтобы оно локально проявляло обратное распространение (или имел место обратный поток энергии). В [10] численно показано, что в вихревом поле с неоднородной поляризацией, сформированном спиральной металинзой, вблизи оптической оси имеет место обратный поток световой энергии. Кроме того, известны теоретические работы по изучению свойств вектора Пойнтинга и вектора орбитального углового момента в произвольных и вихревых скалярных и векторных световых полях [11–14]. В [11] исследуются парааксиальные вихревые пучки с несколькими фазовыми сингулярностями в поперечном сечении пучка. В [12] найдены спиральные траектории потока энергии для пучков Бесселя и Лагерра–Гаусса, а в [13] исследуется «оптический ток» (optical current) в вихревых пучках.

В данном разделе для произвольного оптического вихря с целым топологическим зарядом  $m$  и круговой поляризацией получены явные выражения для всех проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей вблизи фокуса, а также выражения для интенсивности (плотности энергии) и потока энергии (проекция вектора Пойнтинга) в плоскости фокуса в апланатической оптической системе. Из полученных выражений следует, что вблизи оптической оси в плоскости фокуса оптического вихря с  $m > 2$  и левой круговой поляризацией обратный поток энергии на самой оптической оси равен нулю и растет по модулю как степень  $2(m - 2)$  радиальной координаты. Также из полученных формул следует, что вблизи плоскости фокуса обратный поток энергии вращается вокруг оптической оси.

**1.1.1. Распределение интенсивности в плоскости фокуса оптического вихря.** Рассмотрим с помощью формул Ричардса–Вольфа [1] интенсивность и поток энергии (проекция вектора Пойнтинга) в плоскости острого фокуса произвольного оптического вихря с круговой поляризацией, сфокусированного апланатической системой. Выражения для трех проекций вектора напряженности электрического поля оптического вихря в области фокуса были получены в [14]. Ниже мы приведем также три проекции вектора напряженности магнитного поля, выражение для интенсивности и для трех проекций вектора Пойнтинга. Для напряженности электрического поля с круговой поляризацией  $\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + i\sigma E_y \mathbf{e}_y$ , где  $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$  — единичные векторы вдоль декартовых координат, будем считать, что при  $\sigma = 1$  — правая поляризация, а при  $\sigma = -1$  — левая поляризация, следуя [14]. Для оптического вихря с топологическим зарядом  $m$  и произвольной функцией аподизации зрачка (действительная функция  $A_m(\theta)$ )

$$A_m(\theta, \varphi) = A_m(\theta) \exp(im\varphi), \quad (1.1)$$

где  $(\theta, \varphi)$  — углы, задающие точку на сходящемся сферическом волновом фронте, запишем проекции электрического вектора  $\mathbf{E}$  вблизи фокуса

в апланатической системе в цилиндрических координатах  $(r, \varphi, z)$ , следуя [14]:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= -i^{m+1} e^{im\varphi} (I_{0,m} + \gamma_+ I_{2,m+2} e^{2i\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{-2i\varphi}), \\ E_y(r, \varphi, z) &= i^m e^{im\varphi} (\sigma I_{0,m} - \gamma_+ I_{2,m+2} e^{2i\varphi} + \gamma_- I_{2,m-2} e^{-2i\varphi}), \\ E_z(r, \varphi, z) &= -2i^m e^{im\varphi} (\gamma_+ I_{1,m+1} e^{i\varphi} - \gamma_- I_{1,m-1} e^{-i\varphi}), \end{aligned} \quad (1.2)$$

где

$$\begin{aligned} I_{0,m} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta, \\ I_{1,m\pm 1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m\pm 1}(x) d\theta, \\ I_{2,m\pm 2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta, \end{aligned} \quad (1.3)$$

где  $B = kf/2$ ,  $\alpha = \arcsin(NA)$ ,  $x = kr \sin \theta$ ,  $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sigma)/2$ ,  $J_\nu(x)$  — функция Бесселя,  $k$  — волновое число света,  $f$  — фокусное расстояние апланатической системы с числовой апертурой  $NA$ .

На основе (1.2) можно записать выражение для интенсивности в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) произвольного оптического вихря (1.1):

$$\begin{aligned} I_m(r, \varphi, z = 0) &= \\ &= 2 [I_{0,m}^2 + \gamma_+ (I_{2,m+2}^2 + 2I_{1,m+1}^2) + \gamma_- (I_{2,m-2}^2 + 2I_{1,m-1}^2)]. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Из (1.4) видно, что распределение интенсивности в плоскости фокуса имеет осевую симметрию, так как не зависит от азимутального угла  $\varphi$ . И так как у интегралов  $I_{p,q}$ , входящих в (1.3) и (1.4) второй индекс показывает порядок функции Бесселя, то из (1.4) можно заключить, что на оптической оси ( $r = 0$ ) интенсивность будет равна нулю при любом  $m > 2$ . При  $m = 1, 2$  на оптической оси интенсивность оптического вихря с левой круговой поляризацией ( $\sigma = -1$ ) будет отлична от нуля. Но в обоих случаях ( $m = 1, 2$ ) световой поток не будет распространяться вдоль положительного направления оптической оси: при  $m = 1$  поток энергии на оси будет нулевой, а при  $m = 2$  — обратный.

**1.1.2. Продольная проекция вектора Пойнтинга в фокусе оптического вихря.** Чтобы доказать наличие обратного потока в фокусе оптического вихря с произвольным целым топологическим заря-

дом  $m \neq 0$ , приведем выражения для трех проекций вектора напряженности магнитного поля:

$$\begin{aligned}
 H_x(r, \varphi, z) &= -i^m \sigma \bar{T}_{0,m} e^{im\varphi} + 2i^{m+1} \gamma_+ \sin \varphi \bar{T}_{1,m} e^{i(m+1)\varphi} + \\
 &\quad + 2i^{m+1} \gamma_- \sin \varphi \bar{T}_{1,m} e^{i(m-1)\varphi} + \\
 &\quad + i^m \gamma_+ e^{i(m+2)\varphi} \left( \bar{T}_{2,m+2} - \frac{2(m+1)}{kr} I_{1,m+1} \right) - \\
 &\quad - i^m \gamma_- e^{i(m-2)\varphi} \left( \bar{T}_{2,m-2} - \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right), \\
 H_y(r, \varphi, z) &= -i^{m+1} \bar{T}_{0,m} e^{im\varphi} - 2i^{m+1} \gamma_+ \cos \varphi \bar{T}_{1,m} e^{i(m+1)\varphi} - \\
 &\quad - 2i^{m+1} \gamma_- \cos \varphi \bar{T}_{1,m} e^{i(m-1)\varphi} - \\
 &\quad - i^{m+1} \gamma_+ e^{i(m+2)\varphi} \left( \bar{T}_{2,m+2} - \frac{2(m+1)}{kr} I_{1,m+1} \right) - \\
 &\quad - i^{m+1} \gamma_- e^{i(m-2)\varphi} \left( \bar{T}_{2,m-2} - \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right),
 \end{aligned} \tag{1.5}$$

$$\begin{aligned}
 H_z(r, \varphi, z) &= i^{m+1} \gamma_+ e^{i(m+1)\varphi} \left( \bar{T}_{2,m+1} + \frac{2m}{kr} I_{0,m} \right) - \\
 &\quad - i^{m+1} \bar{T}_{0,m-1} e^{im\varphi} (\sigma \cos \varphi + i \sin \varphi) + i^{m+1} \gamma_- \bar{T}_{2,m-1} e^{i(m-1)\varphi},
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 \bar{T}_{0,m} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^3 \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta, \\
 \bar{T}_{0,m-1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 + \cos \theta) J_{m-1}(x) d\theta, \\
 \bar{T}_{1,m} &= B \int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta, \\
 \bar{T}_{2,m\pm 2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^3 \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta, \\
 \bar{T}_{2,m\pm 1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} (1 - \cos \theta) J_{m\pm 1}(x) d\theta.
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

С помощью (1.2), (1.3), (1.5) и (1.6) найдем продольную проекцию вектора Пойнтинга [1]  $\mathbf{S} = c \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]/8\pi$ :

$$S_z = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(E_x H_y^* - E_y H_x^*), \tag{1.7}$$

с точностью до константы  $c/8\pi$ , где  $c$  — скорость света в вакууме,  $\text{Re}(\dots)$  — действительная часть числа, в плоскости фокуса ( $z = 0$ ):

$$S_{mz} = 2I_{0,m} (\bar{I}_{0,m} + \bar{I}_{1,m}) + \\ + 2\gamma_+ I_{2,m+2} \left( \bar{I}_{2,m+2} + \bar{I}_{1,m} - \frac{2(m+1)}{kr} I_{1,m+1} \right) + \\ + 2\gamma_- I_{2,m-2} \left( \bar{I}_{2,m-2} + \bar{I}_{1,m} - \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right), \quad (1.8)$$

Из (1.8) видно, что продольный поток энергии имеет круговую симметрию. Наличие в (1.8) слагаемых с отрицательными знаками показывает, что в плоскости фокуса можно найти локальные области, в которых продольная проекция вектора Пойнтинга будет отрицательной. Интересно выяснить, может ли эта локальная область располагаться вблизи оптической оси.

**1.1.3. Обратный поток энергии вблизи оптической оси в плоскости фокуса.** Из (1.8) следует, что при  $m = 1$  продольный поток энергии оптического вихря с левой круговой поляризацией

$$S_{1z-} = 2 \left[ I_{0,1} (\bar{I}_{0,1} + \bar{I}_{1,1}) + I_{2,1} (\bar{I}_{2,1} - \bar{I}_{1,1}) \right] \quad (1.9)$$

на оптической оси ( $r = 0$ ) равен нулю, а при  $m = 2$  продольный поток для левой круговой поляризации

$$S_{2z-} = 2 \left[ I_{0,2} (\bar{I}_{0,2} + \bar{I}_{1,2}) + I_{2,0} \left( \bar{I}_{2,0} + \bar{I}_{1,2} - \frac{2}{kr} I_{1,1} \right) \right] \quad (1.10)$$

на оптической оси — обратный:

$$S_{2z-}(r = 0, z = 0) = \\ = -2B^2 \left( \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 \leq 0. \quad (1.11)$$

То есть вблизи оптической оси поток энергии (1.10) распространяется в обратном направлении по отношению к падающему потоку энергии. При  $m = 3$  вместо (1.10) получим:

$$S_{3z-} = 2 \left[ I_{0,3} (\bar{I}_{0,3} + \bar{I}_{1,3}) + I_{2,1} \left( \bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{1,3} - \frac{4}{kr} I_{1,2} \right) \right]. \quad (1.12)$$

Из (1.12) следует, что вблизи оптической оси ( $kr \ll 1$ ) в плоскости фокуса имеет место обратный поток энергии, который на самой оси равен нулю и возрастает по модулю квадратично с ростом радиальной переменной  $r$ :

$$S_{3z-}(r \rightarrow 0) \approx -\frac{B^2(kr)^2}{2} \left( \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_3(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 < 0. \quad (1.13)$$

Из сравнения (1.11) и (1.13) видно, что обратный поток при  $m = 3$  примерно в 3–4 меньше, чем для  $m = 2$ . Далее приведем выражение,

аналогичное (1.11) и (1.13) для оптического вихря с левой круговой поляризацией и произвольным целым топологическим зарядом. Вблизи оптической оси ( $kr \ll 1$ ) в плоскости фокуса для продольной проекции вектора Пойнтинга имеет место приближенное выражение

$$S_{mz-}(r \rightarrow 0) \approx -\frac{2B^2(kr)^{2(m-2)}}{2^{2(m-2)} [(m-2)!]^2} \times \left( \int_0^a \sin^{m-1} \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \right)^2 < 0. \quad (1.14)$$

Из (1.14) видно, что при любом целом  $m > 2$  на оптической оси обратный оси поток равен нулю, а вблизи оси с ростом радиальной переменной обратный поток растет по модулю как степень  $2(m-2)$  радиальной переменной.

**1.1.4. Поперечные составляющие вектора Пойнтинга в плоскости фокуса.** Можно показать, что поперечный поток энергии (как прямой, так и обратный) у оптического вихря с левой круговой поляризацией вблизи плоскости фокуса вращается. Для этого найдем поперечные составляющие вектора Пойнтинга:

$$S_{x-} = -Q_m(r) \sin \varphi, \quad S_{y-} = Q_m(r) \cos \varphi, \quad (1.15)$$

где

$$Q_m(r) = (I_{0,m} + I_{2,m-2}) (\bar{I}_{2,m-1} + \bar{I}_{0,m-1}) + 2I_{1,m-1} \left( \bar{I}_{0,m} - \bar{I}_{2,m-2} + \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right). \quad (1.16)$$

Из (1.15) видно, что в плоскости фокуса поток энергии вращается вокруг оптической оси по часовой или против часовой стрелки, в зависимости от знака функции  $Q_m(r)$ . Вблизи плоскости фокуса поток энергии будет вращаться по спирали. Можно показать, что для  $m = 2$  и  $m = 3$  и левой круговой поляризации обратный поток энергии будет распространяться вдоль оптической оси по спирали, вращаясь против часовой стрелки. Например, при  $m = 2$  вместо (1.16) получим:

$$Q_2(r) = (I_{0,2} + I_{2,0}) (\bar{I}_{2,1} + \bar{I}_{0,1}) + 2I_{1,1} \left( \bar{I}_{0,2} - \bar{I}_{2,0} + \frac{2}{kr} I_{1,1} \right). \quad (1.17)$$

Заменяя в (1.17) функции Бесселя, входящие в интегралы (1.3) и (1.6) первыми членами ряда Тейлора, вблизи оптической оси ( $kr \ll 1$ ) вместо (1.17) получим приближенное выражение:

$$Q_2(r \rightarrow 0) \approx (kr) B^2 \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \times \int_0^a \sin^3 \theta \cos^{1/2} \theta A_2(\theta) d\theta > 0. \quad (1.18)$$

При  $a < \pi/2$  и  $A_2(\theta) > 0$  выражение (1.18) положительное, и значит поперечный поток энергии для оптического вихря с  $m = 2$  вблизи оптической оси вращается против часовой стрелки.

**1.1.5. Моделирование FDTD-методом дифракции оптического вихря на зонной пластинке Френеля.** Мы провели моделирование острой фокусировки оптического вихря зонной пластинкой FDTD-методом. На рис. 1.1 показаны распределения фазы составляющих  $E_x$  и  $E_y$  падающего вихревого светового поля при  $m = 2$  и  $m = 3$  с левой круговой поляризацией, а также фаза зонной пластинки Френеля (черные кольца — фаза 0, белые кольца — фаза  $\pi$ ). Зонная пластинка размером  $10 \times 10$  мкм в материале с показателем преломления 1,5 и с глубиной бинарного рельефа 532 нм фокусирует падающее поле с длиной волны  $\lambda = 532$  нм на расстоянии  $\lambda$ . На рис. 1.2 показаны распределения продольной составляющей вектора Пойнтинга в фокальной плоскости ( $z = \lambda$ ) при  $m = 2$  (рис. 1.2, а) и  $m = 3$  (рис. 1.2, б), а также сечения продольной составляющей вектора Пойнтинга вдоль оси  $x$  (рис. 1.2, в) и распределения интенсивности при  $m = 2$  (рис. 1.2, г) и  $m = 3$  (рис. 1.2, д). Рисунки 1.2, а–д подтверждают наличие обратного потока световой энергии вблизи фокуса и оптической оси (или на самой оптической оси при  $m = 2$ ). Стрелки на рис. 1.2, г, д

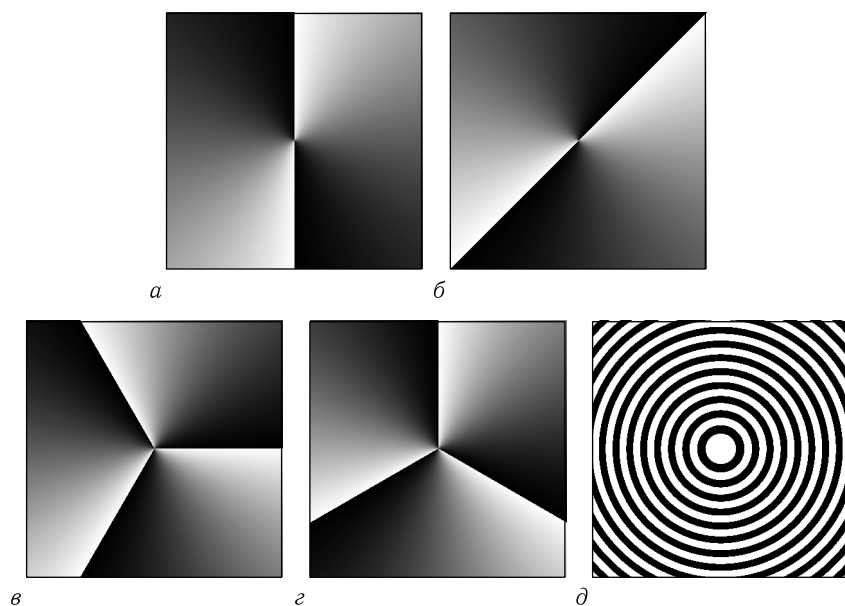


Рис. 1.1. Распределения фазы составляющих  $E_x$  (а, в) и  $E_y$  (б, г) падающего поля при  $m = 2$  (а, б) и при  $m = 3$  (в, г) соответственно, а также фаза зонной пластинки Френеля, осуществляющей острую фокусировку оптического вихря (д)

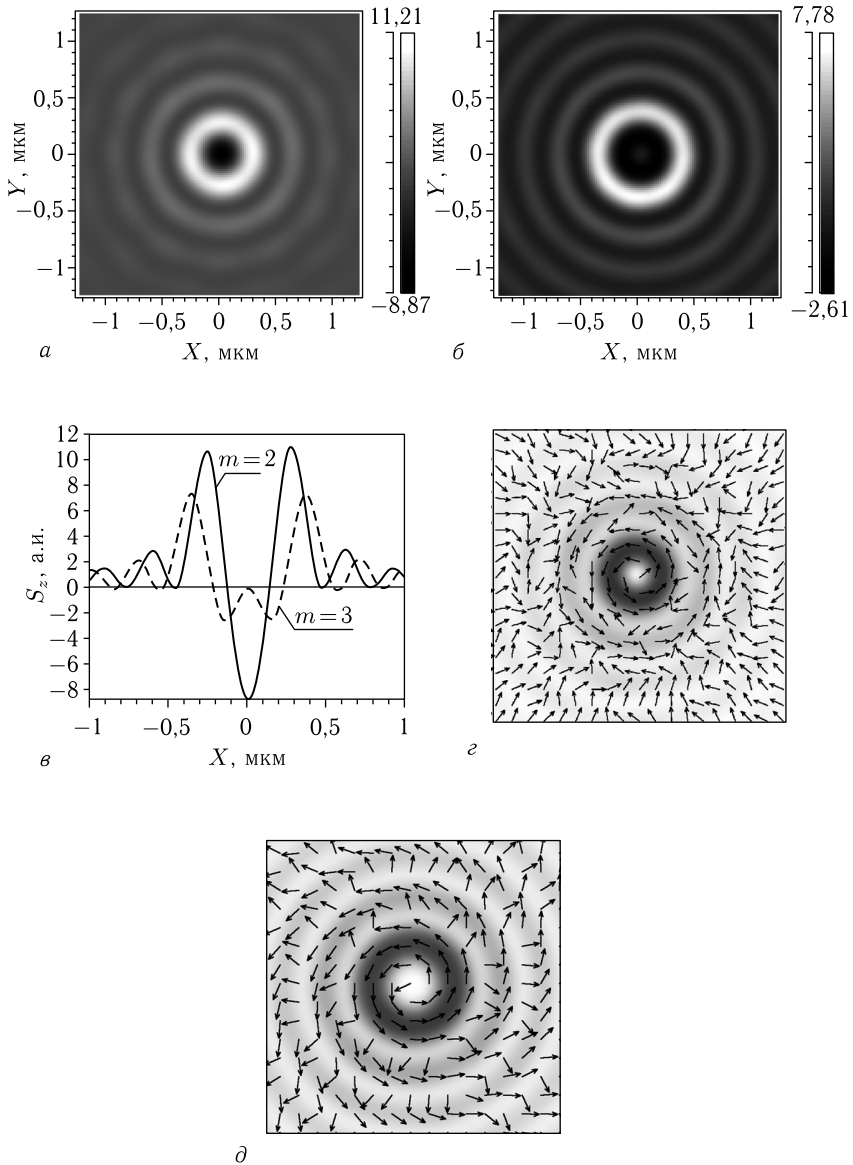


Рис. 1.2. Распределения продольной составляющей вектора Пойнтинга при  $m = 2$  (а) и  $m = 3$  (б) в фокальной плоскости ( $z = \lambda$ ), сечения продольной составляющей вектора Пойнтинга вдоль оси  $x$  при  $m = 2$  (сплошная кривая) и  $m = 3$  (прерывистая кривая) (в), и распределения интенсивности при  $m = 2$  (г) и  $m = 3$  (д), стрелками показаны поперечные направления вектора Пойнтинга. Размер областей на рисунках (г, д) равен  $2 \times 2$  мкм

показывают, что прямой и обратный потоки энергии вблизи оптической оси вращаются по спирали против часовой стрелки.

В разделе 1.1 получены общие формулы для интенсивности и потока энергии вблизи фокуса для произвольного оптического вихря с топологическим зарядом  $m$  и круговой поляризацией, сфокусированного идеальной сферической линзой (апланатической системой) [17]. На основе этих формул было показано, что при  $m > 2$  и левой круговой поляризации ( $\sigma = -1$ ) вблизи оптической оси световая энергия распространяется по спирали в обратном направлении. Причем на самой оси при  $m > 2$  обратный поток равен нулю, а вблизи оси растет по модулю с ростом радиальной переменной как ее  $2(m - 2)$ -я степень. Наличие обратного потока световой энергии распространяющегося вдоль спирали вокруг оптической оси вблизи фокуса было подтверждено FDTD-моделированием острой фокусировки оптического вихря с круговой поляризацией с помощью фазовой зонной пластинки Френеля с числовой апертурой, близкой к 1. Понятно, что для оптических вихрей с отрицательным топологическим зарядом  $m < 0$  обратный поток энергии вблизи оптической оси и вблизи фокуса будет иметь место для правой круговой поляризации ( $\sigma = 1$ ). Полученные соотношения позволяют быстро и качественно анализировать поведение интенсивности и потока энергии произвольного оптического вихря вблизи острого фокуса. Микрочастица, захваченная вблизи оптической оси такого острого фокуса, будет двигаться в обратном направлении, демонстрируя эффект «оптического трактора» [15].

## 1.2. Обратный поток энергии в фокусе цилиндрического векторного пучка

Цилиндрические векторные пучки [18] известны в оптике с 2009 года, однако интерес к их изучению не ослабевает [19–21]. Поляризация в поперечном сечении таких пучков непрерывно меняет свое направление, совершая полный оборот при изменении азимутального угла от 0 до  $2\pi$ . При этом ранее уже совершались попытки обобщить цилиндрические векторные пучки, рассмотрев такие пучки, в которых направление поляризации совершает несколько оборотов. Эти пучки в литературе получили название цилиндрических векторных пучков высших порядков. Например, в статье [22] рассматривалась фокусировка радиально-поляризованных пучков высоких порядков вида  $\mathbf{g}_l(\varphi) = \cos l\varphi \mathbf{i} + \sin l\varphi \mathbf{j}$ , где  $l$  — порядок пучка,  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  — орты в декартовой системе координат, выбранной таким образом, что орта  $\mathbf{k}$  совпадает с осью симметрии пучка. Распространение мод высших порядков со смещенным центром рассматривалось численно с помощью преобразования Френеля в [23]. В [24] также численно с помощью преобразования Френеля исследовалась дифракция мод высших порядков на щели. Экспериментально такие пучки были получены с помощью пространственных модуляторов света [25, 26] и элементов, рассчитанных на основе фазы Панхаратнами–Берри [27].



В перечисленных выше работах изучалось только поведение электрической составляющей светового поля, что не позволяет вычислить значение вектора Пойнтинга в фокусе. В соответствии с [4] сила, действующая на частицу, пропорциональна по абсолютному значению и совпадает по направлению с вектором Пойнтинга. Если некоторый пучок в своем поперечном распределении будет содержать отрицательную составляющую, то частица, подсвеченная таким пучком, должна двигаться в сторону источника света. Наличие в фокусных пятнах областей с отрицательными значениями продольной проекции вектора Пойнтинга было обнаружено достаточно давно [1]. Однако лишь сравнительно недавно удалось обнаружить такие фокусные пятна, в которых отрицательные значения сопоставимы по абсолютной величине с положительными значениями. В работе [10] моделировалось прохождение света через металинзу, осуществляющую поворот направления поляризации и фокусировку. Численно с помощью FDTD метода было показано, что такая линза, освещаемая светом с круговой поляризацией, может формировать фокусное пятно, в котором поток энергии вдоль оси распространения пучка  $S_z$  имеет отрицательное значение. В работах [28, 29] было сделано обобщение работы [10] на случай фокусировки вихрей с круговой поляризацией и топологическими зарядами равными  $\pm 1$  [28],  $\pm 2$  [28, 29] и  $\pm 3$  [29]. Отрицательные значения продольной компоненты  $S_z$  также наблюдались в [3], где рассматривались пучки Гаусса–Лагерра с круговой поляризацией и [30], где рассматривались пучки Вебера.

В этом разделе с помощью формул Ричардса–Вольфа мы доказали, что при острой фокусировке апланатической системой лазерного пучка с произвольной функцией аподизации и с азимутальной поляризацией  $m$ -го порядка на оптической оси в плоскости фокуса имеет место обратный поток световой энергии (при  $m = 2$ ) или на оптической оси в фокусе обратный поток равен нулю, а вблизи оси обратный поток растет по модулю квадратично от расстояния до оси (при  $m = 3$ ). Азимутальный пучок  $m$ -го порядка является примером поляризационного вихря. Ранее обратный поток энергии в фокусе был обнаружен только для вихревых лазерных пучков с топологическим зарядом  $m$  и с круговой поляризацией. Численно с помощью FDTD-метода и формул Ричардса–Вольфа показано, что в фокусе зонной пластинки для таких лазерных пучков имеются области, в которых направление вектора Пойнтинга противоположно направлению распространения пучка.

**1.2.1. Теоретическое обоснование.** Интегралы Ричардса–Вольфа имеют вид [1]:

$$\mathbf{U}(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \\ \times \exp \{ ik [\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta] \} \sin \theta d\theta d\varphi \quad (1.19)$$

где  $\mathbf{U}(\rho, \psi, z)$  — напряженность электрического или магнитного полей,  $B(\theta, \varphi)$  — электрическое или магнитное поле на входе широкоапертурной системы в координатах выходного зрачка ( $\theta$  — полярный угол,

$\varphi$  — азимутальный),  $T(\theta)$  — функция аподизации линзы,  $f$  — фокусное расстояние,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны,  $\alpha$  — максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ( $NA = \sin \alpha$ ),  $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$  — матрица поляризации, для напряженности электрического и магнитного полей имеющая вид:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi), \quad (1.20)$$

где  $a(\theta, \varphi)$  и  $b(\theta, \varphi)$  — функции поляризации для  $x$ - и  $y$ -компонент напряженностей фокусируемого пучка. Для азимутальных пучков высоких порядков функции поляризации будут иметь вид:

$$E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(m\varphi) \\ \cos(m\varphi) \end{pmatrix} \quad (1.21)$$

для напряженности электрического поля и

$$H(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos(m\varphi) \\ -\sin(m\varphi) \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

для напряженности магнитного поля, где  $m$  — положительное целое число. При  $m = 1$  формулы (1.21), (1.22) будут описывать обычный азимутально-поляризованный свет.

Подставив, формулы (1.21) и (1.22) в (1.19), с учетом (1.20), можно получить все шесть проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей в области фокуса апланатической системы (функцию аподизации зрачка выберем в виде  $T(\theta) = \cos^{1/2} \theta$ ):

$$\begin{aligned} E_x &= i^{m+1} [\sin m\varphi I_{0,m} + \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\ E_y &= i^{m+1} [-\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\ E_z &= -2i^m \sin(m-1)\varphi I_{1,m-1}, \\ H_x &= i^{m+1} [\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\ H_y &= i^{m+1} [\sin m\varphi I_{0,m} - \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\ H_z &= -2i^m \cos(m-1)\varphi I_{1,m-1}, \end{aligned} \quad (1.23)$$

где

$$\begin{aligned}
 I_{0,m} &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta, \\
 I_{2,m-2} &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m-2}(x) d\theta, \quad (1.24) \\
 I_{1,m-1} &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m-1}(x) d\theta.
 \end{aligned}$$

В (1.24)  $x = kr \sin \theta$ ,  $J_m(x)$  — функция Бесселя  $m$ -го порядка,  $A_m(\theta) = B(\theta, \varphi)$  — действительная функция, описывающая амплитуду входного поля в плоскости входного зрачка апланатической системы, зависящая только от угла  $\theta$  и от порядка  $m$  поляризационной сингулярности. Из (1.23) можно получить выражения для компонент векторов электрического и магнитного полей в цилиндрических координатах:

$$\begin{aligned}
 E_r &= i^{m+1} \sin(m-1) \varphi [I_{0,m} + I_{2,m-2}], \\
 E_\varphi &= i^{m+1} \cos(m-1) \varphi [-I_{0,m} + I_{2,m-2}], \\
 E_z &= -2i^m \sin(m-1) \varphi I_{1,m-1}, \\
 H_r &= i^{m+1} \cos(m-1) \varphi [I_{0,m} + I_{2,m-2}], \\
 H_\varphi &= i^{m+1} \sin(m-1) \varphi [I_{0,m} - I_{2,m-2}], \\
 H_y &= -2i^m \cos(m-1) \varphi I_{1,m-1}.
 \end{aligned} \quad (1.25)$$

Из (1.25) при  $m = 1$  следуют хорошо известные выражения для компонент поля с азимутальной поляризацией [18]:

$$\begin{aligned}
 E_\varphi &= I_{0,1} - I_{2,-1} = \frac{2\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) J_1(x) d\theta, \\
 H_r &= -[I_{0,1} + I_{2,-1}] = -\frac{2\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{3/2} \theta A(\theta) J_1(x) d\theta, \quad (1.26) \\
 H_z &= -2i I_{1,0} = -\frac{2i\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) J_0(x) d\theta.
 \end{aligned}$$

В частности, из первого уравнения (1.26) следует, что в фокусе пучка с азимутальной поляризацией на оптической оси интенсивность равна нулю, так как  $J_1(x) = 0$  при  $x = 0$ .

Из (1.23) получим выражение для интенсивности электрического поля в плоскости фокуса  $z = 0$ :

$$\begin{aligned} I_m &= |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2 = \\ &= I_{0,m}^2 + I_{2,m-2}^2 - 2I_{0,m}I_{2,m-2} \cos [2(m-1)\varphi] + \\ &\quad + 4 \sin^2(m-1)\varphi I_{1,m-1}^2. \end{aligned} \quad (1.27)$$

Из (1.27) видно, что при  $m > 1$  интенсивность в фокусе не является радиально-симметричной. Только для азимутальной поляризации при  $m = 1$  из (1.27) следует, что интенсивность в фокусе имеет вид кольца:

$$I_1 = (I_{0,1} - I_{2,-1})^2. \quad (1.28)$$

Из (1.23) можно получить простое выражение для продольной проекции вектора Умова–Пойнтинга [1]:

$$S_z = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \llbracket \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \rrbracket_z = \frac{1}{2} \operatorname{Re} (E_x H_y^* - E_y H_x^*). \quad (1.29)$$

В плоскости фокуса ( $z = 0$ ) она будет иметь вид:

$$S_m = I_{0,m}^2 - I_{2,m-2}^2. \quad (1.30)$$

Из (1.30) следует, что при любом  $m$  продольная компонента вектора Пойнтинга в плоскости фокуса обладает круговой симметрией относительно оптической оси. Это странный результат, учитывая, что распределение интенсивности в плоскости фокуса (1.27) не обладает круговой симметрией при  $m > 1$ . Из (1.30) следует, что при  $m = 2$  в плоскости фокуса на оптической оси имеет место обратный поток световой энергии (при любой действительной амплитуде в плоскости входного зрачка  $A(\theta)$ ):

$$S_2(r = 0, z) = - \left( \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) d\theta \right)^2 < 0. \quad (1.31)$$

Также из (1.30) следует, что при  $m = 3$  на оптической оси в плоскости фокуса поток энергии нулевой ( $S_z = 0$ ), а вблизи оптической оси он по модулю растет квадратично с расстоянием от оси:

$$S_3(r = 0, z) = - \frac{(kr)^2}{4} \left( \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) d\theta \right)^2. \quad (1.32)$$

Заметим, что, если в предыдущих формулах функцию аподизации зрачка  $T(\theta) = \cos^{1/2} \theta$  заменить на любую другую действительную функцию, например, на функцию аподизации дифракционной линзы  $T(\theta) = \cos^{-3/2} \theta$  [31], уравнения (1.31) и (1.32), доказывающие наличие обратного потока в фокусе поляризационного вихря, по форме не изменятся. Изменится только конкретная величина интегралов в (1.31)

и (1.32). Можно также сказать, что утверждения о наличии обратного потока энергии в фокусе апланатической системы при  $m = 2, 3$  верны при любой действительной функции  $T(\theta)$ .

**1.2.2. Моделирование по формулам Ричардса–Вольфа.** Моделирование было проведено двумя способами: через вычисление интегралов Ричардса–Вольфа в среде Matlab и решением уравнения Максвелла методом FDTD, реализованным в программном обеспечении FullWave.

На рис. 1.3 показано направление поляризации в исследуемом пучке порядка  $m = 2$ .

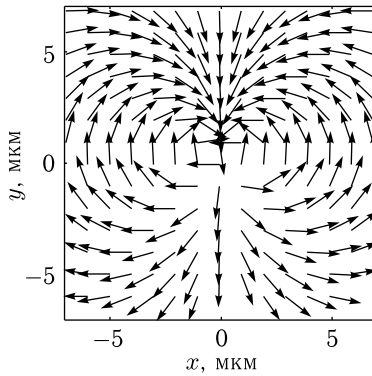


Рис. 1.3. Направление поляризации в азимутально-поляризованном пучке второго порядка

Для простоты вычислений в моделировании считалось, что зонная пластинка ( $T(\theta) = \cos^{-3/2} \theta$  [31],  $NA = 0,95$ ) фокусирует плоскую волну  $B(\theta, \varphi) = 1$ .

Продольная составляющая вектора Пойнтинга вычислялась, как

$$S_z = \frac{1}{2} \text{Re} [(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)_z] = \frac{1}{2} \text{Re} (E_x H_y^* - E_y H_x^*),$$

а интенсивность — как  $I = (\mathbf{E} \mathbf{E}^*)$ , где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — вектора напряженности электрического и магнитного полей,  $\text{Re}(\cdot)$  — действительная часть числа.

Результаты фокусировки азимутально-поляризованного пучка второго порядка  $m = 2$  приведены на рис. 1.4–1.7. На рис. 1.4 показано распределение интенсивности света в фокусе (плоскость  $xy$ ).

Из рис. 1.4 видно, что распределение интенсивности в фокусе имеет вид асимметричного кольца. Наличие асимметрии объясняется перераспределением энергии между отдельными компонентами электрического поля вследствие острой фокусировки (рис. 1.5).

На рис. 1.6–1.7 показано распределение в плоскости фокуса продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$ : на рис. 1.6 показано

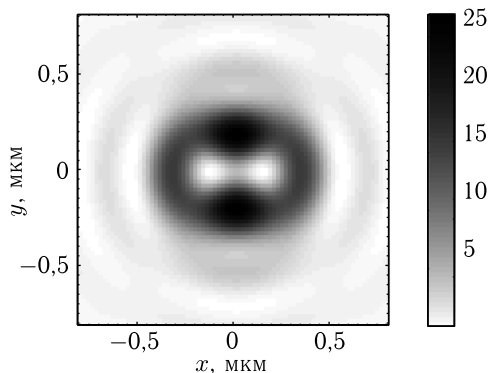


Рис. 1.4. Распределение интенсивности в фокусе ( $m = 2$ ):  $I = I_x + I_y + I_z$

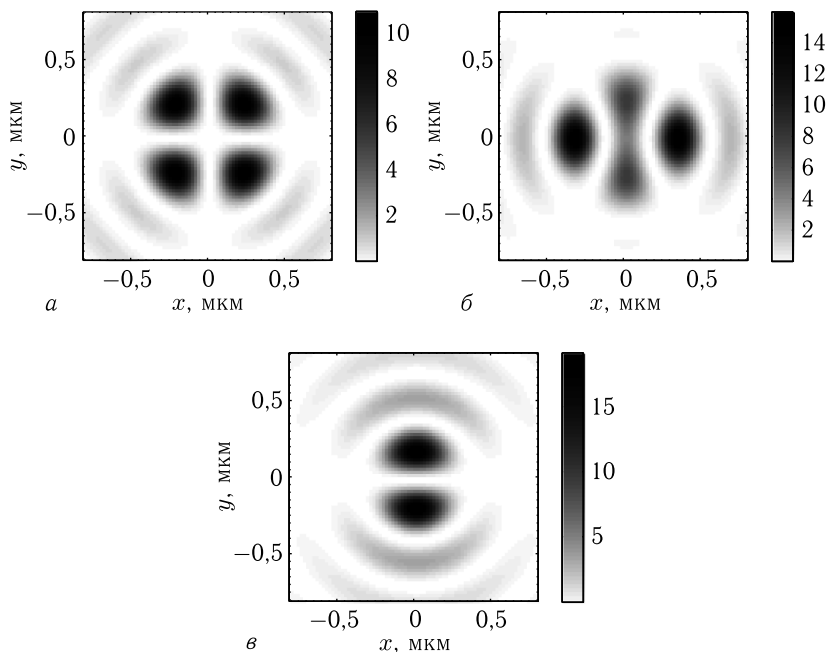


Рис. 1.5. Распределение отдельных составляющих интенсивности в фокусе:  $I_x$  (а),  $I_y$  (б) и  $I_z$  (в). Суммарная интенсивность  $I$  показана на рис. 1.4

распределение  $S_z$  в поперечной плоскости ( $xy$ ), а на рис. 1.7 — в продольной плоскости вдоль оси распространения пучка ( $zy$ ).

Интересно, что в отличие от фокусировки вихря с круговой поляризацией в [29], в данном случае в плоскости фокуса отсутствуют поперечные составляющие вектора Пойнтинга  $S_x$  и  $S_y$ .

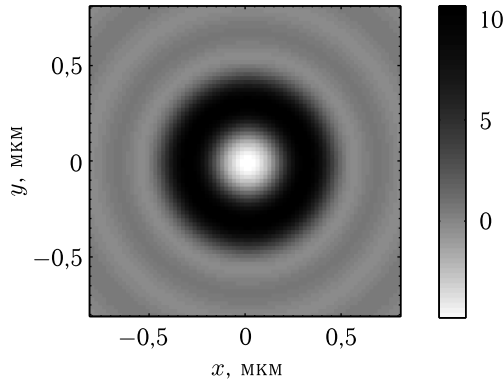


Рис. 1.6. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$  в фокусе ( $m = 2$ )

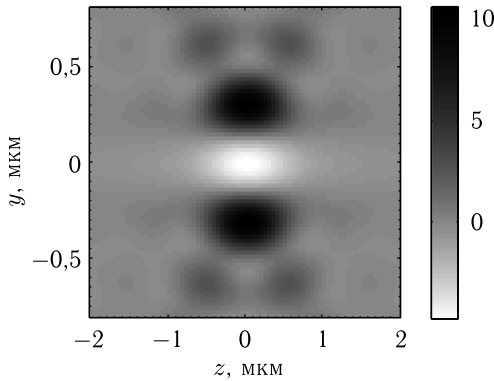
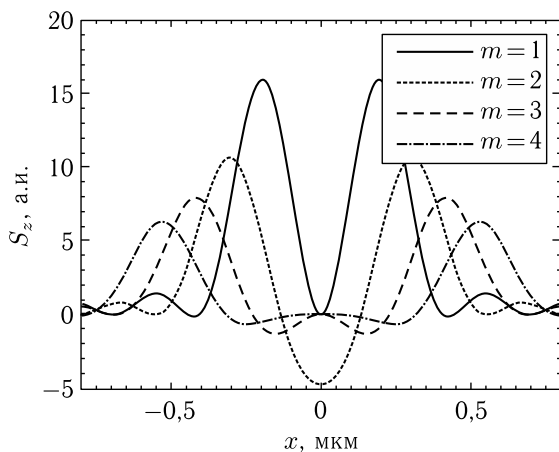
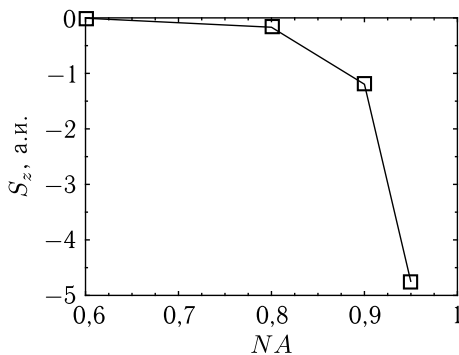


Рис. 1.7. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга вдоль оси распространения пучка (в плоскости  $yz$ )

На рис. 1.8 показано сечение проекции вектора Пойнтинга  $S_z$  при фокусировке азимутально-поляризованных пучков с порядками  $m$  равными 1, 2, 3 и 4.

Из рис. 1.8 видно, что при фокусировке азимутально-поляризованного пучка ( $m = 1$ ) отрицательных значений вектора Пойнтинга в центре фокусного пятна не наблюдается ( $S_z(x = y = 0) = 0$ ). Если же порядок больше двух, то распределение отрицательных значений проекции вектора Пойнтинга имеет вид колец. Только в случае  $m = 2$  отрицательные значения проекции вектора Пойнтинга на оптическую ось наблюдаются в центре фокусного пятна ( $S_z(x = y = 0) < 0$ ).

На рис. 1.9 показана зависимость минимального значения  $S_z$  в центре фокусного пятна от числовой апертуры  $NA$  для азимутально-поляризованного пучка порядка  $m = 2$ . Из рис. 1.9 видно, что отрицательные

Рис. 1.8. Распределение  $S_z$  в фокусе от порядка  $m$ Рис. 1.9. Зависимость минимального значения  $S_z$  в центре фокусного пятна от числовой апертуры  $NA$  для азимутально-поляризованного пучка порядка  $m = 2$ 

значения  $S_z$  проявляются только при больших значениях числовых апертур ( $NA > 0,8$ ).

**1.2.3. Моделирование с помощью FDTD-метода.** Метод FDTD использовался для качественной проверки результатов, полученных с помощью интегралов Ричардса-Вольфа. Методом FDTD, реализованным в программном обеспечении FullWave, рассматривалась фокусировка плоской волны, умноженной на функцию пропускания зонной пластинки Френеля. Функция пропускания зонной пластинки рассчитывалась из соображений, что ее фокусное расстояние равно 532 нм, а фокусируемый свет имеет длину волны 532 нм, высота рельефа  $h = 0,159$  мкм, показатель преломления материала  $n = 2,67$  ( $\text{TiO}_2$ ).



Так как ставилось целью только качественное сравнение результатов, полученных разными методами, то числовая апертура такой линзы не подбиралась равной числовой апертуре линзы, моделируемой по формулам Ричардса–Вольфа. Шаг сетки вдоль всех координат считался равным  $\lambda/30$ . Размеры рассчитываемой области  $8,6 \times 8,6 \times 1,532$  мкм. На краях вычисляемой области помещались идеально согласованные слои (PML) толщиной 0,5 мкм.

Из рис. 1.10 видно, что в центре фокусного пятна наблюдаются отрицательные значения  $S_z$ , таким образом, результаты, полученные с помощью метода FDTD, качественно подтверждают результаты, полученные с помощью формул Ричардса–Вольфа.

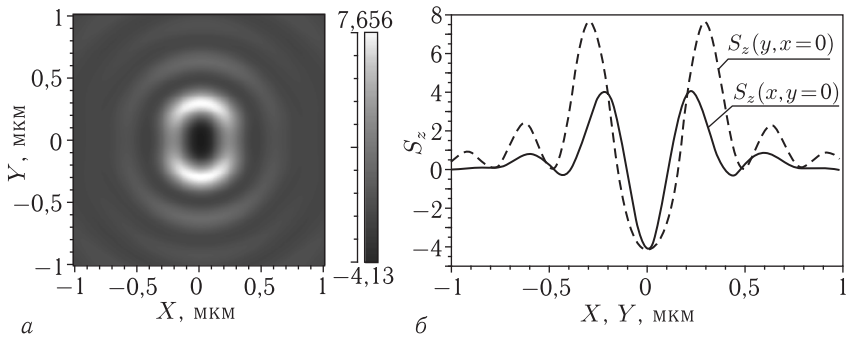


Рис. 1.10. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$  в фокусе зонной пластинки, вычисленное с помощью метода FDTD: в плоскости  $(x, y)$  (а) и сечения по осям  $x$  и  $y$  (б)

В разделе 1.2 моделировалась острая фокусировка азимутально-поляризованных пучков высоких порядков. Теоретически и численно показано, что в фокусе наблюдаются области, в которых направление вектора Пойнтинга противоположно направлению распространения пучка. При этом если порядок пучка равен двум, то область отрицательных значений проекции вектора Пойнтинга расположена в центре фокусного пятна.

Возможность получения фокусных пятен, в которых вектор Пойнтинга противоположен по направлению распространению пучка, ранее была показана в работе [10, 28, 29], однако там фокусировались оптические вихри и поток энергии распространялся по спирали (спиральный обратный поток). В этом разделе обратный поток имеет невихревой характер.

Отметим также, что азимутально-поляризованный пучок второго порядка может быть получен из линейно-поляризованного пучка с помощью одного единственного элемента, преобразующего поляризацию, например, поляризатора на основе субволновых решеток [32].

### 1.3. Острая фокусировка света с поляризационной и фазовой сингулярностью

Начиная с классической работы Ричардса–Вольфа [1], в которой получены аналитические выражения для распределения вектора напряженности электрического поля с линейной поляризацией вблизи фокуса в апланатической системе, появилось множество работ по теоретическому и численному исследованию световых полей, в том числе вихревых, с однородной (линейной, круговой, эллиптической) и неоднородной (радиальной, азимутальной) поляризацией вблизи острого фокуса. Так в [34, 35] рассмотрена фокусировка светового поля с радиальной и азимутальной поляризациями. В обзоре [18] пучки с радиальной и азимутальной поляризацией объединены единым термином — цилиндрические векторные пучки. В [14] получены формулы для проекций электрического вектора вблизи фокуса для оптического вихря произвольного целого порядка с эллиптической поляризацией. В [22] рассмотрены цилиндрические пучки высших порядков. Но вместе световые поля с произвольной фазовой и поляризационной сингулярностями рассмотрены не были. В [36–38] цилиндрические векторные пучки рассматриваются на сфере Пуанкаре высшего порядка. В [39] численно моделируется острая фокусировка цилиндрического векторного оптического вихря. В [40] цилиндрические векторные пучки генерируются с помощью микрзеркал, в [41] — с помощью дифракционных оптических элементов, а в [20] — с помощью двухмодового волокна с длиннопериодной решеткой. В [23] рассматривается распространение цилиндрического векторного пучка, смещенного с оптической оси. В [21] острая фокусировка цилиндрического векторного пучка применяется для сверления отверстий. В [29, 42, 43] с помощью формализма Ричардса–Вольфа [1] получены выражения для проекций электрического и магнитного векторов вблизи фокуса для оптического вихря произвольного порядка с линейной и круговой поляризациями [29, 42] и для векторного цилиндрического пучка высшего порядка [43].

В этом разделе мы обобщили работы [29, 42, 43] и получили выражения для проекций электрического и магнитного полей вблизи фокуса для оптического вихря с целым топологическим зарядом  $m$  и цилиндрической поляризацией (радиальной и азимутальной) целого порядка  $n$ , а также много частных случаев, полезных для практики.

**1.3.1. Световое поле с комбинированной сингулярностью в фокусе апланатической системы.** В [29] на основе формализма Ричардса–Вольфа [1] получены формулы для проекций векторов напряженности электрического ( $E$ -вектор) и магнитного ( $H$ -вектор) полей вблизи фокуса оптического вихря (поля с фазовой сингулярностью) с линейной или круговой поляризацией. Наряду с фазовыми сингулярностями широко исследуются поляризационные сингулярности, которые, как известно, возникают, если в точке не определена эллиптичность поляризации или ее направление ( $C$ -points и  $V$ -points) [44]. Поляризационные

сингулярности вида C-points могут иметь структуру «лимон», «монстр» и «звезда», характеризующиеся полуцелым индексом ( $1/2$ ,  $1/2$  и  $-1/2$  соответственно). Поляризационные сингулярности вида V-points имеют нулевую интенсивность и включают в себя радиальную и азимутальную поляризацию с целым индексом [45]. В этом разделе рассматривается именно обобщение радиальной и азимутальной поляризации, когда при обходе вокруг сингулярности вектор поляризации меняет направление несколько раз. На основе формул из [29] получены проекции вблизи фокуса для светового поля одновременно с поляризационной сингулярностью  $n$ -го порядка и фазовой сингулярностью  $m$ -го порядка. Из этих формул, как частный случай, получаются выражения для светового поля с радиальной или азимутальной поляризациями.

Пусть поперечные проекции начального E-поля (в выходном зрачке апланатической оптической системы [34]) описываются вектором Джонса вида:

$$\mathbf{E} = A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix}, \quad (1.33)$$

где  $(\theta, \varphi)$  — углы, задающие единичный вектор или точку на сфере единичного радиуса,  $m, n$  — целые положительные числа,  $A(\theta)$  — амплитуда спектра плоских волн, формирующих оптический вихрь с комплексной амплитудой

$$E_0 = A(\theta)e^{im\varphi}. \quad (1.34)$$

Векторное цилиндрическое поле с поляризацией (1.33) будем называть вихревым полем с радиальной поляризацией  $n$ -го порядка, так как при  $n = 1$  поле (1.33) описывает оптический вихрь с радиальной поляризацией. Заметим, что при  $n = 0$  поле (1.33) описывает оптический вихрь с линейной поляризацией. Поле (1.33) можно представить в виде суммы двух оптических вихрей с круговой поляризацией:

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} \cos n\varphi \\ \sin n\varphi \end{pmatrix} = \\ &= \frac{1}{2}A(\theta)e^{i(m+n)\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} + \frac{1}{2}A(\theta)e^{i(m-n)\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (1.35)$$

Векторы Джонса  $(1, -i)^T$  и  $(1, i)^T$  описывают левую и правую круговые поляризации.

Напомним выражения для проекций E-поля

$$\mathbf{E} = A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ i\sigma \end{pmatrix}, \quad (1.36)$$

где  $\sigma = 1$  — правая круговая,  $\sigma = -1$  — левая круговая и  $\sigma = 0$  — линейная поляризации, вблизи фокуса апланатической системы из [29]:

$$\begin{aligned} E_x &= -i^{m+1}e^{im\varphi}(I_{0,m} + \gamma_+e^{i2\varphi}I_{2,m+2} + \gamma_-e^{-i2\varphi}I_{2,m-2}), \\ E_y &= i^me^{im\varphi}(\sigma I_{0,m} - \gamma_+e^{i2\varphi}I_{2,m+2} + \gamma_-e^{-i2\varphi}I_{2,m-2}), \\ E_z &= -2i^me^{im\varphi}(\gamma_+e^{i\varphi}I_{1,m+1} - \gamma_-e^{-i\varphi}I_{1,m-1}), \end{aligned} \quad (1.37)$$

где

$$\begin{aligned}
 I_{0,m} &= \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta, \\
 I_{1,m\pm 1} &= \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m\pm 1}(x) d\theta, \\
 I_{2,m\pm 2} &= \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) d\theta A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m\pm 2}(x) d\theta,
 \end{aligned} \tag{1.38}$$

где  $f$  — фокусное расстояние апланатической системы,  $\lambda$  — длина волны,  $NA = \sin \theta$  — числовая апертура,  $J_\nu(x)$  — функция Бесселя первого рода  $\nu$ -го порядка,  $x = kr \sin \theta$ ,  $(x, y, z)$  и  $(r, \varphi, z)$  — декартовы и цилиндрические координаты,  $\gamma_\pm = (1 \pm \sigma)/2$ . В качестве функции  $A(\theta)$  можно использовать функции Бесселя–Гаусса [34]

$$A(\theta) = J_1 \left( 2\beta \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right) \exp \left[ -\beta^2 \left( \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right)^2 \right], \tag{1.39}$$

где  $\beta$  — отношение радиуса зрачка апланатической системы к радиусу перетяжки гауссова пучка.

Приведем сначала общее выражение для распределения интенсивности в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) оптического вихря с любой однородной поляризацией (линейной, правой и левой круговой и эллиптической, если  $\sigma \neq 0, \pm 1$ ), которого нет в [29]:

$$\begin{aligned}
 I(r, \varphi, z = 0) &= (1 + \sigma^2) I_{0,m}^2 + \\
 &+ 2\gamma_+^2 (I_{2,m+2}^2 + 2I_{1,m+1}^2) + 2\gamma_-^2 (I_{2,m-2}^2 + 2I_{1,m-1}^2) + \\
 &+ 4\gamma_+ \gamma_- \cos 2\varphi [I_{0,m} (I_{2,m+2} + I_{2,m-2}) - 2I_{1,m+1} I_{1,m-1}].
 \end{aligned} \tag{1.40}$$

Из (1.40) видно, что для линейной и эллиптической поляризаций распределение интенсивности в фокусе не будет иметь круговой симметрии, а будет зависеть от косинуса двойного азимутального угла (при любом  $m$ ). И только для оптического вихря с левой ( $\gamma_+ = 0, \gamma_- = 1$ ) или правой ( $\gamma_+ = 1, \gamma_- = 0$ ) круговой поляризациями распределение интенсивности в плоскости фокуса имеет радиальную (осевую) симметрию. Из (1.40) видно, что в центре фокусного пятна интенсивность будет отлична от нуля только при  $m = 0$  (для любой однородной поляризации) и  $m = 1, 2$  (для левой круговой и линейной поляризации).

Вернемся к основной цели данной работы и получим выражения для проекций Е-вектора вблизи фокуса для начального поля (1.35),

складывая выражения из (1.37) для левой и правой поляризаций. Получим:

$$\begin{aligned}
 E_x &= -\frac{1}{2}i^{m+n+1}e^{i(m+n)\varphi} (I_{0,m+n} + e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2}) - \\
 &\quad -\frac{1}{2}i^{m-n+1}e^{i(m-n)\varphi} (I_{0,m-n} + e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2}), \\
 E_y &= -\frac{1}{2}i^{m+n}e^{i(m+n)\varphi} (I_{0,m+n} - e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2}) + \\
 &\quad +\frac{1}{2}i^{m-n}e^{i(m-n)\varphi} (I_{0,m-n} - e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2}), \\
 E_z &= i^{m+n}e^{i(m+n-1)\varphi} I_{1,m+n-1} - i^{m-n}e^{i(m-n+1)\varphi} I_{1,m-n+1}.
 \end{aligned} \tag{1.41}$$

В (1.41) величины  $I_{0,m\pm n}$ ,  $I_{1,m\pm n\mp 1}$ ,  $I_{2,m\pm n\mp 2}$ , как и в (1.38), обозначают интегралы. Первый индекс обозначает тип интеграла, а второй — номер функции Бесселя, стоящей под интегралом.

Аналогично, можно получить выражения для проекций  $\mathbf{E}$ -вектора вблизи фокуса в апланатической системе для исходного оптического вихря с топологическим зарядом  $m$  и азимутальной поляризацией  $n$ -го порядка:

$$\mathbf{E} = A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} -\sin n\varphi \\ \cos n\varphi \end{pmatrix}. \tag{1.42}$$

Для начального поля (1.42) получим вместо (1.41) выражения:

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{1}{2}i^{m+n}e^{i(m+n)\varphi} (I_{0,m+n} + e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2}) - \\
 &\quad -\frac{1}{2}i^{m-n}e^{i(m-n)\varphi} (I_{0,m-n} + e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2}), \\
 E_y &= -\frac{1}{2}i^{m+n+1}e^{i(m+n)\varphi} (I_{0,m+n} - e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2}) - \\
 &\quad -\frac{1}{2}i^{m-n+1}e^{i(m-n)\varphi} (I_{0,m-n} - e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2}), \\
 E_z &= -i^{m+n-1}e^{i(m+n-1)\varphi} I_{1,m+n-1} + i^{m-n+1}e^{i(m-n+1)\varphi} I_{1,m-n+1}.
 \end{aligned} \tag{1.43}$$

В (1.41) и (1.43) числа  $m$  и  $n$  входят только в виде суммы и разности. Поэтому при условии  $m = n > 1$  на оптической оси интенсивность всегда будет одна и та же и отлична от нуля, а само поле будет иметь вид:  $E_y = \pm iE_x = \mp 0,5I_{0,0}(r = 0)$ ,  $E_z = 0$ . Верхний знак выбирается для (1.43), а нижний знак для (1.41). Это означает, что на оптической оси вблизи фокуса обе сингулярности компенсируют друг друга. При этом на оптической оси, как следует из (1.37) при  $m = 0$ , будет такая интенсивность, как будто сфокусировался свет с круговой поляризацией и без вихря.

Аналогично (1.43), приведем выражения для проекций вектора напряженности магнитного поля (H-поля) вблизи фокуса апланатической системы для исходного светового поля в виде (1.42):

$$\begin{aligned}
 H_x &= \frac{1}{2} i^{m+n+1} e^{i(m+n)\varphi} (I_{0,m+n} + e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2}) + \\
 &\quad + \frac{1}{2} i^{m-n+1} e^{i(m-n)\varphi} (I_{0,m-n} + e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2}), \\
 H_y &= \frac{1}{2} i^{m+n} e^{i(m+n)\varphi} (I_{0,m+n} - e^{-i2\varphi} I_{2,m+n-2}) - \\
 &\quad - \frac{1}{2} i^{m-n} e^{i(m-n)\varphi} (I_{0,m-n} - e^{i2\varphi} I_{2,m-n+2}), \\
 H_z &= -i^{m+n} e^{i(m+n-1)\varphi} I_{1,m+n-1} - i^{m-n} e^{i(m-n+1)\varphi} I_{1,m-n+1}.
 \end{aligned} \tag{1.44}$$

На основе (1.43) и (1.44) получим выражение в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) для продольной проекции вектора Пойнтинга [1]  $\mathbf{S} = [c/(8\pi)] \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]$ , где  $c$  — скорость света в вакууме,  $\text{Re}$  — вещественная часть числа,  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  — векторное произведение,  $*$  — комплексное сопряжение (далее опустим постоянную  $c/(8\pi)$ ):

$$S_z = \frac{1}{2} (I_{0,m+n}^2 + I_{0,m-n}^2 - I_{2,m+n-2}^2 - I_{2,m-n+2}^2). \tag{1.45}$$

В частном случае при  $m = 0$  выражение (1.45) совпадает с аналогичным выражением, полученным в [43]. Из (1.45) следует, что при условии  $n = m + 2$  на оптической оси в плоскости фокуса всегда будет отрицательный (обратный) поток энергии:

$$\begin{aligned}
 S_{z,n=m+2}(z = r = 0) &= -\frac{1}{2} I_{2,0}^2 = \\
 &= - \left( \frac{\pi f}{\sqrt{2} \lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) d\theta \right)^2.
 \end{aligned} \tag{1.46}$$

Из (1.41) и (1.43) можно получить несколько практически интересных частных случаев.

### 1.3.2. Частные случаи из общей формулы

**Линейно поляризованный оптический вихрь  $m$ -го порядка.** Положив в (1.41)  $n = 0$ , получим выражения для поля, описывающего оптический вихрь  $m$ -го порядка с линейной поляризацией вблизи фокуса:

$$\begin{aligned}
 E_x &= -\frac{1}{2} i^{m+1} e^{im\varphi} (2I_{0,m} + e^{-i2\varphi} I_{2,m-2} + e^{i2\varphi} I_{2,m+2}), \\
 E_y &= -\frac{1}{2} i^m e^{im\varphi} (e^{i2\varphi} I_{2,m+2} - e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \\
 E_z &= -i^m e^{im\varphi} (e^{i\varphi} I_{1,m+1} - e^{-i\varphi} I_{1,m-1}).
 \end{aligned} \tag{1.47}$$

Точные такие же выражения (1.47) можно получить из (1.37), положив  $\sigma = 0$ ,  $\gamma_+ = \gamma_- = 1/2$ . Похожие выражения были получены

в [14]. Частным случаем (1.47) является фокусировка оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 2$  и линейной поляризацией.

В этом случае распределение интенсивности в плоскости фокуса равно:

$$I_2(r, \varphi, z = 0) = I_{0,2}^2 + \frac{1}{2}I_{2,4}^2 + I_{1,2}^2 + \frac{1}{2}I_{2,0}^2 + I_{1,1}^2 + \cos 2\varphi [I_{0,2}(I_{2,4} + I_{2,0}) - 2I_{1,3}I_{1,1}]. \quad (1.48)$$

Из (1.47) и (1.48) при  $m = 2$  видно, что на оптической оси нет сингулярности фазы и поляризации, а из-за спин-орбитального преобразования формируется поле с круговой поляризацией и с отличной от нуля интенсивностью  $E_y = iE_x = -0,5I_{2,0}(r = 0)$ .

**Световое поле с обобщенной радиальной поляризацией  $n$ -го порядка.** Положив в (1.41)  $m = 0$ , получим выражения для электрического поля с радиальной поляризацией  $n$ -го порядка вблизи фокуса:

$$\begin{aligned} E_x &= -i^{n+1} (\cos n\varphi I_{0,n} + \cos(n-2)\varphi I_{2,n-2}), \\ E_y &= -i^{n+1} (\sin n\varphi I_{0,n} - \sin(n-2)\varphi I_{2,n-2}), \\ E_z &= 2i^n \cos(n-1)\varphi I_{1,n-1}. \end{aligned} \quad (1.49)$$

Из (1.49) видно, что на оптической оси ( $r = 0$ ) при  $n = 2$  отличной от нуля будет только проекция электрического вектора  $E_x$ . Заметим, что точки на оптической оси являются сингулярными точками, так как в них не определена поляризация (1.42). Поэтому имеет место противоречие: в сингулярных точках интенсивность света не может быть отличной от нуля. Это противоречие разрешается тем, что на оптической оси формируется обратный поток. Действительно, если в (1.45) положить  $m = 0$  и  $n = 2$ , то отличными от нуля на оптической оси будут два последних отрицательных слагаемых. При  $n > 2$  в центре фокусного пятна интенсивность будет равна нулю.

**Световое поле с радиальной поляризацией.** Из (1.49) следуют известные выражения [34] для электрического поля с радиальной поляризацией ( $n = 1$ ) вблизи фокуса:

$$\begin{aligned} E_x &= \cos \varphi (I_{0,1} - I_{2,1}), \\ E_y &= \sin \varphi (I_{0,1} - I_{2,1}), \\ E_z &= -2iI_{1,0}. \end{aligned} \quad (1.50)$$

Из (1.50) видно, что на оптической оси у радиального поля в фокусе отличным от нуля будет только продольная составляющая светового поля.

**Световое поле с обобщенной азимутальной поляризацией  $n$ -го порядка.** Положив в (1.43)  $m = 0$ , получим известные выражения [43]

для электрического поля с азимутальной поляризацией  $n$ -го порядка вблизи фокуса:

$$\begin{aligned} E_x &= i^{n+1} (\sin n\varphi I_{0,n} + \sin(n-2)\varphi I_{2,n-2}), \\ E_y &= i^{n+1} (-\cos n\varphi I_{0,n} + \cos(n-2)\varphi I_{2,n-2}), \\ E_z &= -2i^n \sin(n-1)\varphi I_{1,n-1}. \end{aligned} \quad (1.51)$$

Заметим, что напрямую из (1.49) нельзя получить (1.51) путем замены  $\varphi$  на  $\varphi + \pi/(2n)$ . В (1.51) при  $n = 2$ , как и в (1.49), на оптической оси будет отличной от нуля только одна проекция электрического вектора  $E_y = -iI_{2,0}(r = 0)$ . Но точки на оптической оси являются точками сингулярности, так как в этих точках не определена поляризация света. Поэтому свет на оптической оси распространяется в обратном направлении [43]. Можно показать, что на оптической оси при  $n = 2$  у поля (1.51) кроме электрической составляющей  $E_y = -iI_{2,0}(r = 0)$  отлична от нуля и проекция магнитного вектора  $H_x = -iI_{2,0}(r = 0)$ . То есть на оптической оси векторы  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  составляют правую тройку векторов с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , у которого  $k_z < 0$ .

Из (1.49) и (1.51) получим выражения для распределений интенсивности в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) для полей с радиальной и азимутальной поляризацией 2-го порядка ( $n = 2$ ):

$$\begin{aligned} I_{rad,2} &= I_{0,2}^2 + I_{2,0}^2 + 2I_{0,2}I_{2,0} \cos 2\varphi + 4I_{1,1}^2 \cos^2 \varphi, \\ I_{az,2} &= I_{0,2}^2 + I_{2,0}^2 - 2I_{0,2}I_{2,0} \cos 2\varphi + 4I_{1,1}^2 \sin^2 \varphi. \end{aligned} \quad (1.52)$$

Из (1.52) видно, что распределение интенсивности в фокусе не обладает радиальной симметрией. Видно также, что одно распределение интенсивности переходит в другое при замене  $\varphi$  на  $\varphi + \pi/2$ , то есть при повороте на 90 градусов. Причем в центре фокусного пятна обе интенсивности отличны от нуля и равны  $I_{rad,2} = I_{az,2} = I_{2,0}^2(r = 0)$ .

**Световое поле с азимутальной поляризацией.** Из (1.51) следует известное выражение [34] для электрического поля с азимутальной поляризацией ( $n = 1$ ) вблизи фокуса:

$$\begin{aligned} E_x &= -\sin \varphi (I_{0,1} - I_{2,1}), \\ E_y &= \cos \varphi (I_{0,1} + I_{2,1}), \\ E_z &= 0. \end{aligned} \quad (1.53)$$

Из (1.53) видно, что в фокусе у азимутально поляризованного поля нет продольной составляющей. Кроме того, из (1.50) и (1.53) следует, что распределение интенсивности в фокусе для света с радиальной и азимутальной составляющими имеет круговую симметрию:

$$\begin{aligned} I_{rad} &= (I_{0,1} - I_{2,1})^2 + 4I_{1,0}^2, \\ I_{az} &= (I_{0,1} + I_{2,1})^2. \end{aligned} \quad (1.54)$$



Из (1.54) видно, что форма фокусного пятна у поля с азимутальной поляризацией имеет вид кольца, а у радиальной поляризации — вид круглого пятна.

**Азимутально поляризованный оптический вихрь с единичным топологическим зарядом.** Из (1.43) следуют выражения для проекций  $E$ -вектора вблизи фокуса для оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 1$  и азимутальной поляризацией ( $n = 1$ ):

$$\begin{aligned} E_x &= -\frac{1}{2} [(I_{0,0} + I_{2,0}) + e^{i2\varphi} (I_{0,2} + I_{2,2})], \\ E_y &= -\frac{i}{2} [(I_{0,0} + I_{2,0}) - e^{i2\varphi} (I_{0,2} + I_{2,2})], \\ E_z &= 0. \end{aligned} \quad (1.55)$$

Распределение интенсивности поля (1.55) будет обладать круговой симметрией, и в центре фокусного пятна интенсивность будет отлична от нуля:

$$I_{\text{az+vor}} = \frac{1}{2} (I_{0,0} + I_{2,0})^2 + \frac{1}{2} (I_{0,2} + I_{2,2})^2. \quad (1.56)$$

Это свойство (1.56), наряду с радиальной поляризацией (1.54), используют для формирования острого фокусного пятна круглой формы [46]. В данном случае фазовая и поляризационная сингулярности на оптической оси компенсировали друг друга, и на оптической оси в плоскости фокуса сформируется максимум интенсивности.

**1.3.3. Моделирование острой фокусировки оптического вихря с радиальной и азимутальной поляризацией высокого порядка.** Из (1.45), (1.46) следует, что, если у оптического вихря с азимутальной поляризацией высшего порядка (1.42) номера связаны соотношением  $n = m + 2$ , то вблизи оптической оси имеет место обратный поток энергии, по величине сравнимый с прямым потоком. В этом разделе на конкретных примерах будет это продемонстрировано. Моделирование острой фокусировки лазерного света с разными порядками фазовой и поляризационной сингулярностей производилось с помощью формул Ричардса–Вольфа [1]. Длина волны выбиралась равной  $\lambda = 532$  нм, а числовая апертура апланатического объектива выбиралась равной  $NA = 0,95$ .

На рис. 1.11 и 1.12 показаны результаты фокусировки оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 1$  и с азимутальной поляризацией порядка  $n = 3$ . На рис. 1.11 показано распределение направления поляризации фокусируемого пучка, а также распределение интенсивности, фазы и направления поляризации в плоскости фокуса ( $z = 0$ ), а на рис. 1.12 — распределения трех проекций (продольной и двух поперечных) вектора Пойнтинга в той же плоскости. На рис. 1.11, *a* видно, что при обходе вокруг центра на большом расстоянии от оптической оси направление поляризации меняется три раза. Наличие спиральной фазы в фокусируемом пучке приводит к существенному изменению направления поляризации в фокусе (рис. 1.11, *z*). На рис. 1.12 видно,

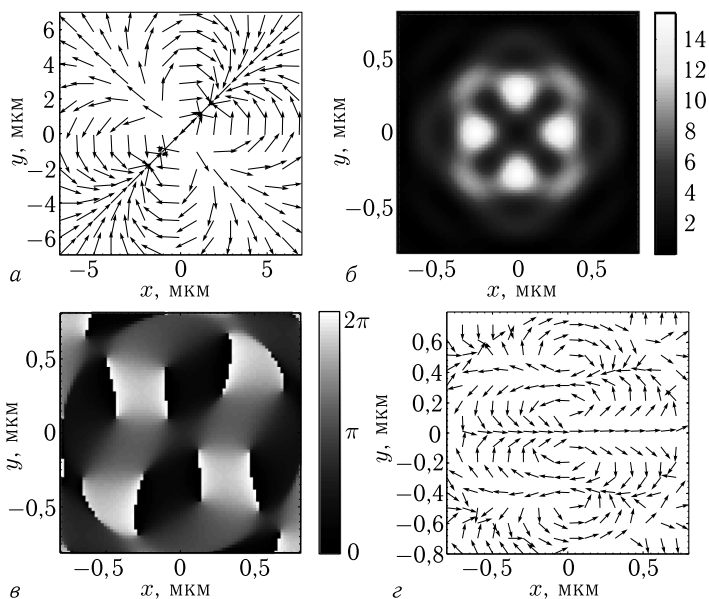


Рис. 1.11. Направление поляризации в фокусируемом пучке с  $m = 1$ ,  $n = 3$  (а). Распределение интенсивности  $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$  (б), фазы (в) и направление поляризации (г) в фокусе

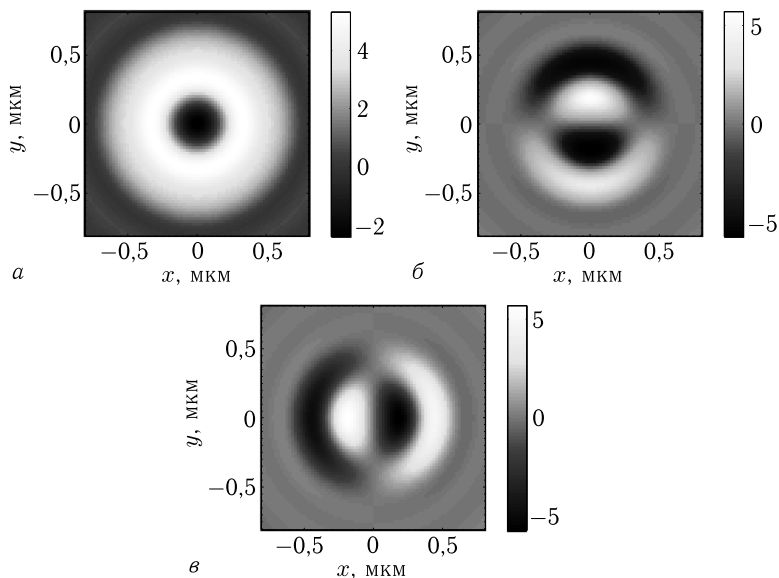


Рис. 1.12. Распределения компонент вектора Пойнтинга  $S_z$  (а),  $S_x$  (б),  $S_y$  (в) в фокусе ( $m = 1$ ,  $n = 3$ )

что продольная проекция вектора Пойнтинга (рис. 1.12, *a*) имеет круговую симметрию в согласии с (1.45) и вблизи оптической оси ее значения отрицательные (обратный поток). Величина обратного потока примерно в 2 раза меньше максимального значения прямого потока. Заметим, что из вида распределения интенсивности (рис. 1.11) трудно предположить, что продольное распределение потока энергии (рис. 1.12, *a*) имеет осевую симметрию. Заметим, что хотя распределение интенсивности (рис. 1.11) не имеет радиальной симметрии, но оно имеет симметрию 4-го порядка относительно декартовых осей. Из дальнейшего будет ясно, что порядка симметрии распределения интенсивности равен  $m + n = 2(n - 1)$ .

На рис. 1.13 и 1.14 показаны аналогичные картины, но при других параметрах лазерного пучка:  $m = 2$ ,  $n = 4$ . На рис. 1.13, *a* видно, что при обходе вокруг центра на большом расстоянии от оптической оси направление поляризации меняется четыре раза. Наличие спиральной фазы в фокусируемом пучке приводит к существенному изменению направления поляризации в фокусе (рис. 1.13, *z*). Из рис. 1.13 видно, что распределение интенсивности имеет симметрию 6-го порядка, так как  $m + n = 2(n - 1) = 6$ .

На рис. 1.14, *a* видно, что вблизи оптической оси поток энергии имеет обратное направление распространения, и распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга имеет осевую симметрию. Это трудно предсказать из вида распределения интенсивности на рис. 1.13. Поперечные проекции вектора Пойнтинга (рис. 1.14 *b*, *в*) имеют вид, аналогичный поперечным проекциям на рис. 1.12, *b*, *в*.

На рис. 1.15 показано распределение направления поляризации фокусируемого пучка, а также распределение интенсивности, фазы и направления поляризации для пучка с порядками фазовой и поляризационной сингулярности, равными  $m = 3$ ,  $n = 5$ . На рис. 1.15, *a* видно, что при обходе вокруг центра на большом расстоянии от оптической оси направление поляризации меняется пять раз. Наличие спиральной фазы в фокусируемом пучке приводит к существенному изменению направления поляризации в фокусе (рис. 1.15, *z*). Видно, что картина интенсивности имеет 8-ой порядок симметрии относительно оптической оси, так как  $m + n = 2(n - 1) = 8$ . Можно предположить, что с ростом номера  $n$  ( $n = m + 2$ ) распределение интенсивности в плоскости фокуса все больше будет приобретать осевую симметрию.

На рис. 1.16, *a* видно, что вблизи оптической оси поток энергии имеет обратное направление распространения (продольная компонента вектора Пойнтинга вблизи оптической оси отрицательная) и распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга имеет осевую симметрию. Поперечные проекции вектора Пойнтинга (рис. 1.14, *b*, *в*) имеют вид, аналогичный поперечным проекциям на рис. 1.12, *b*, *в* и 1.14, *b*, *в*.

Заметим также, что хотя общий вид продольной компоненты вектора Пойнтинга на рис. 1.12, *a*, 1.14, *a* и 1.16, *a* меняется (оставаясь

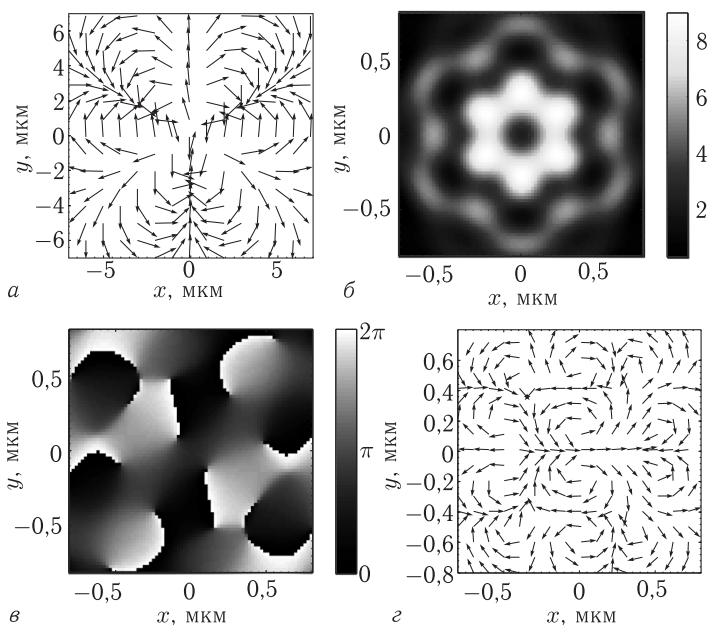


Рис. 1.13. Направление поляризации в фокусируемом пучке с  $m = 2$ ,  $n = 4$  (а). Распределение интенсивности  $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$  (б), фазы (в) и направление поляризации (г) в фокусе

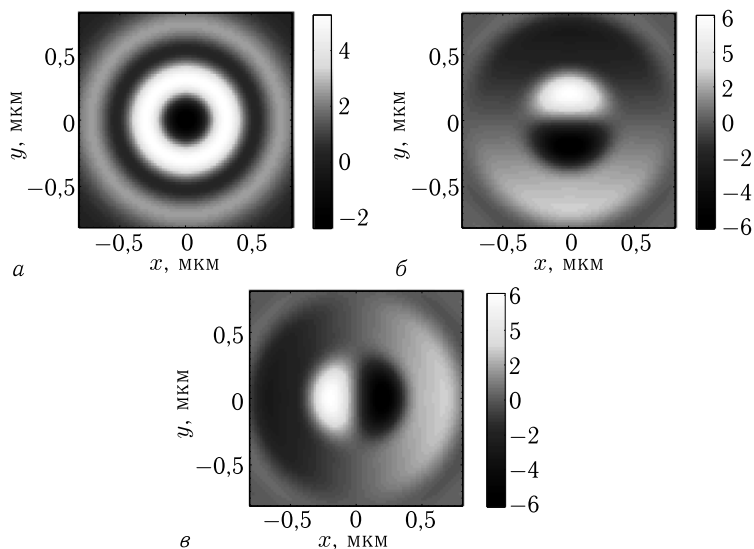


Рис. 1.14. Распределения компонент вектора Пойнтинга  $S_z$  (а),  $S_x$  (б),  $S_y$  (в) в фокусе ( $m = 2$ ,  $n = 4$ )

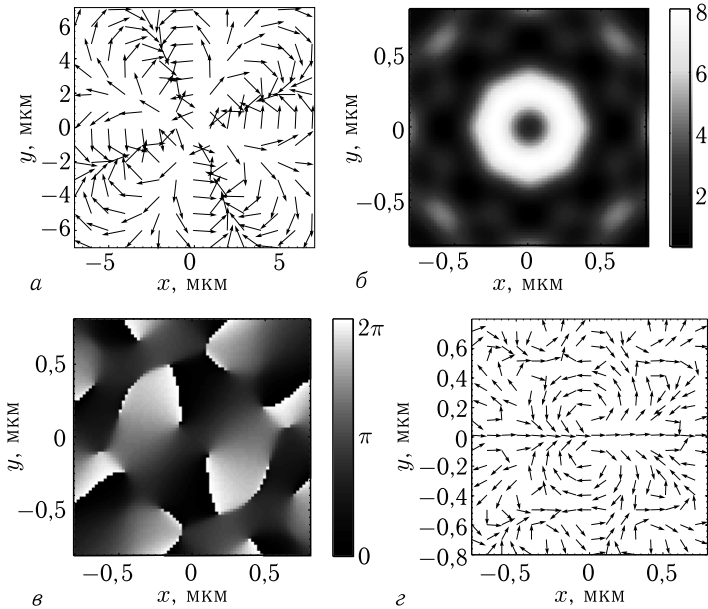


Рис. 1.15. Направление поляризации в фокусируемом пучке с  $m = 3$ ,  $n = 5$  (а). Распределение интенсивности  $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$  (б), фазы (в) и направление поляризации (г) в фокусе

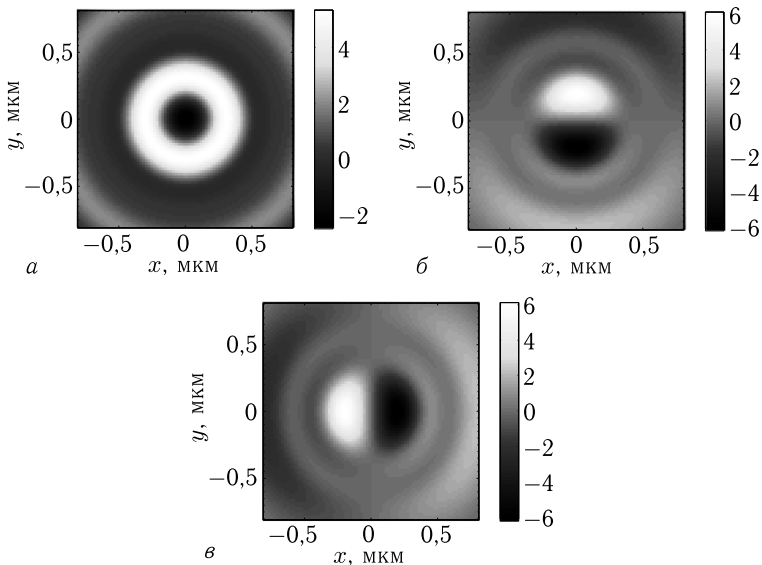


Рис. 1.16. Распределения компонент вектора Пойнтинга  $S_z$  (а),  $S_x$  (б),  $S_y$  (в) в фокусе ( $m = 3$ ,  $n = 5$ )

радиально симметричным), область вблизи оси, в которой поток энергии обратный, сохраняет свою площадь.

Таким образом, в данном разделе с помощью формализма Ричардса–Вольфа получены общие формулы для проекций вектора напряженности электрического и магнитного полей вблизи острого фокуса оптического вихря с топологическим зарядом  $m$  и с азимутальной поляризацией порядка  $n$ . Получено также выражение для продольной компоненты вектора Пойнтинга. Получены простые следствия из этих формул при разных значениях чисел  $m$  и  $n$ . При условии  $m = n > 1$  на оптической оси будет отличная от нуля интенсивность, как при фокусировке светового поля без вихря и с круговой поляризацией, а при условии  $n = m + 2$  на оптической оси в плоскости фокуса будет иметь место обратный поток световой энергии. Численное моделирование подтвердило существование обратного потока вблизи оптической оси. Причем распределение интенсивности в плоскости фокуса при  $n = m + 2$  имеет порядок симметрии относительно оптической оси, равный  $m + n = 2(n - 1)$ , а распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга имеет осевую симметрию при любых  $m$  и  $n$  ( $n = m + 2$ ).

## Глава 2

# МЕХАНИЗМ ФОРМИРОВАНИЯ ОБРАТНОГО ПОТОКА ЭНЕРГИИ

### 2.1. Обратный поток при интерференции четырех плоских волн

Оптические вихревые пучки известны давно [47]. Такие пучки имеют спиральную фазу, что влияет на свойства распространения этих пучков [48]. Интерес к ним обуславливается их широким применением. Вихревые лазерные пучки используются в телескопах для обнаружения далеких планет [49], для захвата и управления движением микрочастиц в оптическом пинцете [50, 51], вращения частиц оптическим гаечным ключом [52], передачи микрочастице углового момента [53], увеличения объема передачи информации в системах оптической связи [54], в квантовой информатике [55, 56] и высокоразрешающей электронной микроскопии [57]. Еще одна возможность использования оптических вихрей — создание пучков с областью, где направление течения энергии обратно к направлению распространения пучка [10, 29, 43].

Ранее было показано, что в остром фокусе оптического вихря с целым топологическим зарядом, большим 1, и с круговой поляризацией, имеет место обратный поток энергии [29]. В [10] теоретически и численно показано, что в остром фокусе вихревого светового поля с круговой поляризацией и топологическим зарядом 2 обратный поток возникает на оптической оси и по величине сравним с прямым потоком энергии. В [43] численно показано наличие обратного потока на оптической оси в фокусе поляризационного вихря второго порядка. В [10] показано, что обратный поток можно сформировать с помощью металинзы. Эффект обратного потока энергии изучался в работах и других авторов. Например, в [4] показано, что обратный поток энергии может возникнуть в суперпозиции двух произвольных световых полей с разными проекциями волнового вектора на продольную ось. Показано, что направление действия силы такого пучка на частицу может быть в некоторых частях сечения пучка направлено противоположно к направлению распространения пучка. В [6] численно показано наличие обратного распространения энергии в векторном пучке Бесселя с дробным топологическим зарядом. Такой световой пучок, фактически, является линейной комбинацией счетного числа обычных мод Бесселя. В [58] теоретически получены выражения для плотности вектора Пойнтинга  $X$ -пучков и получены необходимые условия для

появления обратного потока энергии. В [8] численно показано наличие обратного течения энергии в непараксиальном ускоряющемся 2D пучке Эйри. В [9] теоретически рассматриваются условия, которые нужно наложить на световое поле, чтобы оно локально проявляло обратное распространение (или имел место обратный поток энергии). Из приведенного обзора видно, что наиболее широко для получения областей с обратным потоком энергии используются вихревые лазерные пучки, причем для получения обратного потока необходимо использовать круговую поляризацию падающего поля. В [30] показано, что в 2D пучках Вебера также имеет место обратный поток энергии. Возможно, в световых полях, в которых фазовые и поляризационные сингулярности образуют в пространстве многосвязные узлы (vortex knot) [59–61], также имеет место обратное распространение света (обратный поток световой энергии).

В данном разделе мы попытаемся объяснить механизм возникновения обратного распространения света, предсказанного в [10, 29, 43]. На простом примере интерференции четырех плоских волн со специально подобранными линейными поляризациями мы покажем детально, как формируется обратный поток энергии. Получим формулы для величины обратного потока в зависимости от угла схождения плоских волн. Найдем координаты и величины всех областей, в которых имеет место обратное распространение света. В заключении мы покажем, что рассмотренная модель четырех плоских волн также хорошо объясняет наличие обратного потока энергии на оптической оси в остром фокусе поляризационного вихря второго порядка, который был рассмотрен в [43]. Рэлеевская наночастица, помещенная на оптической оси в области обратного потока, будет двигаться в обратном направлении.

**2.1.1. Интерференция четырех плоских волн с линейной поляризацией.** Рассмотрим картину интерференции четырех когерентных и монохроматических плоских волн со специально подобранными линейными поляризациями (рис. 2.1). Вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}_n$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$  этих четырех плоских волн пусть имеют вид

$$\begin{cases} \mathbf{E}_1 = (\mathbf{e}_x \cos \alpha + \mathbf{e}_z \sin \alpha) \exp(-ikx \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{E}_2 = -\mathbf{e}_x \exp(-iky \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{E}_3 = (\mathbf{e}_x \cos \alpha - \mathbf{e}_z \sin \alpha) \exp(ikx \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{E}_4 = -\mathbf{e}_x \exp(iky \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \end{cases} \quad (2.1)$$

где  $(x, y, z)$  — декартовы координаты,  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$  — правая тройка единичных векторов, направленных вдоль координатных осей,  $k$  — волновое число света,  $\alpha$  — угол наклона плоских волн к оптической оси  $z$ . Из уравнения Максвелла для монохроматического поля

$$\operatorname{rot} \mathbf{E} = ik\mathbf{H} \quad (2.2)$$



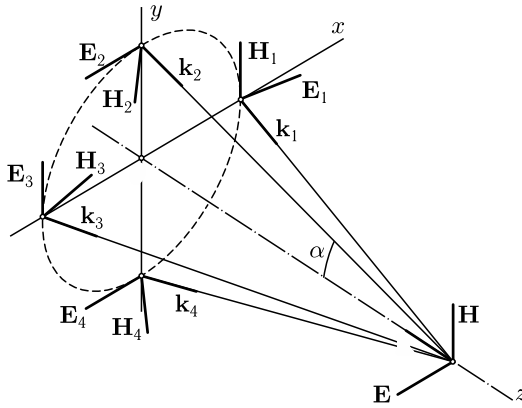


Рис. 2.1. Схема сложения четырех плоских волн с линейными поляризациями

можно найти выражения для векторов напряженности магнитного поля  $\mathbf{H}_n$ ,  $n = 1, 2, 3, 4$ , этих четырех плоских волн:

$$\begin{cases} \mathbf{H}_1 = \mathbf{e}_y \exp(-ikx \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{H}_2 = -(\mathbf{e}_y \cos \alpha + \mathbf{e}_z \sin \alpha) \exp(-iky \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{H}_3 = \mathbf{e}_y \exp(ikx \sin \alpha + ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{H}_4 = -(\mathbf{e}_y \cos \alpha - \mathbf{e}_z \sin \alpha) \exp(iky \sin \alpha + ikz \cos \alpha). \end{cases} \quad (2.3)$$

Из выражений (2.1) и (2.3) получим выражение для распределения интенсивности электрического поля

$$I_\alpha = |E_x|^2 + |E_z|^2 = 4 \left\{ [\cos \alpha \cos(kx \sin \alpha) - \cos(ky \sin \alpha)]^2 + \sin^2 \alpha \sin^2(kx \sin \alpha) \right\}. \quad (2.4)$$

При сложении четырех плоских волн под большим углом ( $\alpha \rightarrow \pi/2$ ), вместо (2.4) приближенно можно записать:

$$I_{\pi/2} \approx 4 (\cos^2 ky + \sin^2 kx). \quad (2.5)$$

Из (2.5) видно, что максимумы интенсивности интерференционной картины четырех плоских волн будут располагаться в шахматном порядке и вблизи точек с координатами:

$$\begin{aligned} (x_p, y_q) &= (\lambda(2p + 1)/4, \lambda q/2), \\ p, q &= 0, \pm 1, \pm 2 \dots \end{aligned} \quad (2.6)$$

Из (2.1) и (2.3) можно также найти проекции вектора Пойнтинга (вектора потока энергии) по известной формуле

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*], \quad (2.7)$$

где  $\text{Re}$  — действительная часть числа,  $*$  — знак комплексного сопряжения. Подставляя (2.1) и (2.3) в (2.7), получим для продольной компоненты вектора Пойнтинга выражение:

$$S_{z,\alpha} = 2 \cos \alpha [\cos^2(kx \sin \alpha) + \cos^2(ky \sin \alpha)] - 2(1 + \cos^2 \alpha) \cos(kx \sin \alpha) \cos(ky \sin \alpha). \quad (2.8)$$

Из (2.8) видно, что при малом угле схождения плоских волн ( $\alpha \rightarrow 0$ ) обратного потока нет, так как

$$S_{z,\alpha \rightarrow 0} \approx 2 [\cos(kx\alpha) - \cos(ky\alpha)]^2 \geq 0. \quad (2.9)$$

А при большом угле сложения плоских волн ( $\alpha \rightarrow \pi/2$ ) из (2.8) следует, что в интерференционной картине в шахматном порядке расположены области, в которых световая энергия течет в обратном направлении:

$$S_{z,\alpha \rightarrow \pi/2} = -2 \cos(kx) \cos(ky). \quad (2.10)$$

Из (2.10) следует, что максимальные значения обратного потока энергии в сечении картины интерференции четырех плоских волн находятся вблизи точек с координатами:

$$\begin{aligned} (x_p, y_q) &= (\lambda p, \lambda q), \quad p, q = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \\ (x_p, y_q) &= (\lambda(p + 1/2), \lambda(q + 1/2)), \quad p, q = 0, \pm 1, \pm 2 \dots \end{aligned} \quad (2.11)$$

Заметим, что при любом угле схождения  $\alpha$  в центре картины интерференции на оптической оси интенсивность отлична от нуля и поток энергии отрицательный:

$$\begin{aligned} I_\alpha(x = y = 0) &= 4(1 - \cos \alpha)^2, \\ S_{z,\alpha}(x = y = 0) &= -2(1 - \cos \alpha)^2. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Максимальный прямой поток энергии в интерференционной картине равен

$$S_{z,\alpha} \left( x = \frac{\lambda(2p+1)}{2 \sin \alpha}, x = \frac{\lambda(2q)}{2 \sin \alpha} \right) = 2(1 + \cos \alpha)^2. \quad (2.13)$$

Выражение (2.13) верно также для точек с координатами:  $x = \frac{\lambda p}{\sin \alpha}$ ,  $y = \frac{\lambda(q + 1/2)}{\sin \alpha}$ .

При стремлении  $\alpha$  к  $\pi/2$  максимальный прямой поток энергии и максимальный по модулю обратный поток энергии выравниваются и приближаются к двум (с разных сторон).

На рис. 2.2 показаны распределения интенсивности (а) и продольной компоненты вектора Пойнтинга (б) в интерференционной картине

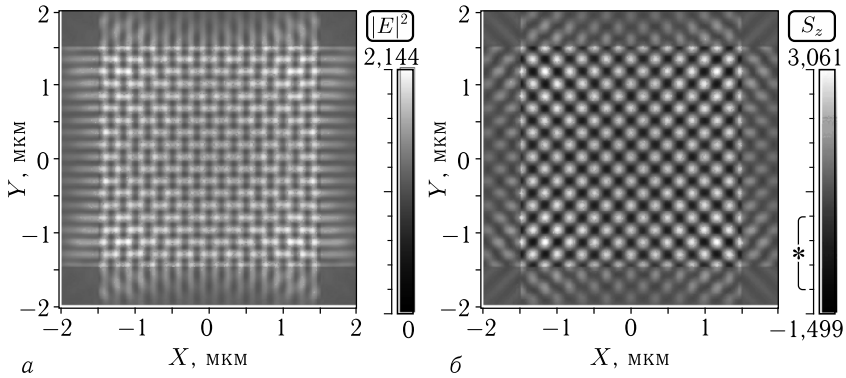


Рис. 2.2. Распределение интенсивности (а) и продольной компоненты вектора Пойнтинга (б) для четырех плоских волн (2.1), (2.3) с углом сложения  $\alpha$ , равным 80 градусов и для длины волны 633 нм. Черным цветом (б) показаны области обратного потока

четырёх плоских волн (2.1), (2.3) на расстоянии  $z = 0$  и при угле схождения  $\alpha$  равном 80 градусов. Картины на рис. 2.2 рассчитаны с помощью строгого решения уравнений Максвелла FDTD-методом.

Из (2.7) следует, что поперечные составляющие вектора Пойнтинга равны нулю. То есть картина интенсивности и распределение потока энергии на рис. 2.2 будут одинаковым при любом  $z$ . Как следует из (2.1), (2.3) и (2.7) тройка векторов  $\mathbf{S}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  на оптической оси ( $x = y = 0$ ) является не правой, а левой тройкой, что означает, что поток энергии и волновой вектор  $\mathbf{k}$  направлены в обратную сторону по отношению к направлению оси  $z$ . Действительно, на оптической оси имеем (рис. 2.1):

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x = y = 0) &= \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \mathbf{E}_4 = \\ &= -2\mathbf{e}_x(1 - \cos \alpha) \exp(ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{H}(x = y = 0) &= \mathbf{H}_1 + \mathbf{H}_2 + \mathbf{H}_3 + \mathbf{H}_4 = \\ &= 2\mathbf{e}_y(1 - \cos \alpha) \exp(ikz \cos \alpha), \\ \mathbf{S}(x = y = 0) &= -2\mathbf{e}_z(1 - \cos \alpha)^2. \end{aligned} \quad (2.14)$$

Для наглядности на рис. 2.3 показана правая тройка единичных векторов декартовых координат ( $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{e}_z$ ) и левая тройка векторов  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  на оптической оси.

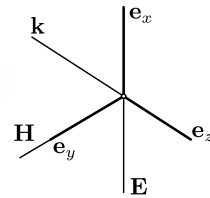


Рис. 2.3. Правая тройка декартовых единичных векторов и левая тройка векторов  $\mathbf{k}$ ,  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  светового поля на оптической оси

**2.1.2. Формирование обратного потока на оптической оси в фокусе светового поля с поляризационной сингулярностью.** Здесь и далее мы будем называть поляризационным вихрем световое поле с поляризационной сингулярностью произвольного порядка. В этом

разделе мы покажем, что аналогично формированию обратного потока при интерференции четырех плоских волн можно объяснить формирование обратного потока в фокусе поляризационного вихря (т.е. поля с поляризационной сингулярностью). В [43] рассмотрена острая фокусировка поляризационного вихря, начальный вектор Джонса которого имеет вид (рис. 2.4) ( $\varphi$  — азимутальный угол цилиндрической системы координат  $(r, \varphi, z)$ ):

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} -\sin 2\varphi \\ \cos 2\varphi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} -\cos 2\varphi \\ -\sin 2\varphi \end{pmatrix}. \quad (2.15)$$

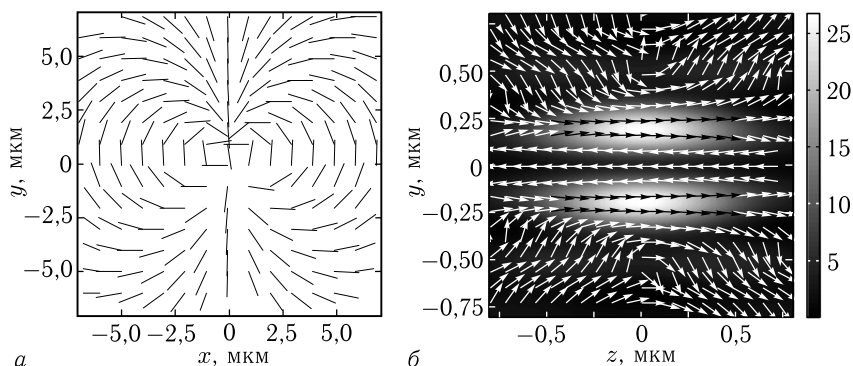


Рис. 2.4. (а) Распределение векторов поляризации в начальном поляризационном вихре второго порядка (2.15) и (б) распределение интенсивности вблизи фокуса в плоскости  $(y, z)$ . Стрелками на (б) показано направление потока энергии  $\mathbf{S}$

На рис. 2.4, а показано распределение векторов поляризации в поляризационном вихре второго порядка (длина волны  $\lambda = 532$  нм), который фокусировался апланатической системой с числовой апертурой  $NA = 0,95$ . На рис. 2.4, б показано распределение интенсивности вблизи фокуса в плоскости  $(y, z)$  и стрелками показано направление потока энергии  $\mathbf{S}$ .

С помощью формул Ричардса–Вольфа в [43] показано, что в плоскости фокуса поля (2.15), сформированного апланатической оптической системой (идеальной сферической линзой), проекции электрического и магнитного векторов имеют вид:

$$\begin{aligned} E_x &= -i \sin 2\varphi I_{0,2}, \\ E_y &= -i(-\cos 2\varphi I_{0,2} + I_{2,0}), \\ E_z &= 2 \sin \varphi I_{1,1}, \\ H_x &= -i(\cos 2\varphi I_{0,2} + I_{2,0}), \\ H_y &= -i \sin 2\varphi I_{0,2}, \\ H_z &= 2 \cos \varphi I_{1,1}. \end{aligned} \quad (2.16)$$

В (2.16) использованы обозначения:

$$\begin{aligned}
 I_{0,2} &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_2(x) d\theta, \\
 I_{2,0} &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_0(x) d\theta, \\
 I_{1,1} &= \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_1(x) d\theta.
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

В (2.17)  $x = kr \sin \theta$ ,  $J_m(x)$  — функция Бесселя  $m$ -го порядка,  $A_m(\theta)$  — действительная функция, описывающая распределение амплитуды во входном зрачке апланатической системы,  $NA = \sin \alpha$  и  $f$  — числовая апертура и фокусное расстояние апланатической системы. Из (2.16) следует, что в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) на оптической оси поле описывается левой тройкой векторов:

$$\mathbf{E} = -ie_y I_{2,0}, \quad \mathbf{H} = -ie_x I_{2,0}, \quad \mathbf{S} = -e_z I_{2,0}^2. \tag{2.18}$$

Тройка векторов (2.18) (без учета мнимой единицы, которая показывает скачок фазы поля на  $\pi/2$  в фокусе) аналогична тройке векторов (2.14) и показывает, что поток энергии на оптической оси обратный по отношению к направлению оси  $z$  (рис. 2.4, б).

В этом разделе теоретически показано, что в интерференционной картине четырех плоских волн со специально подобранными направлениями векторов линейной поляризации формируется обратный поток энергии. Области прямого и обратного потоков перемежаются в шахматном порядке в сечении интерференционной картины. Величина обратного потока прямо зависит от угла схождения плоских волн (от угла между волновым вектором и оптической осью) и максимальна при угле схождения, близком к 90 градусов. Правые тройки векторов четырех плоских волн  $\mathbf{k}$  ( $k_z > 0$ ),  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$  (волновой вектор и векторы напряженностей электрического и магнитного полей) при сложении в некоторых областях интерференционной картины формируют электромагнитное поле, описываемое левой тройкой векторов  $\mathbf{k}$  ( $k_z < 0$ ),  $\mathbf{E}$ ,  $\mathbf{H}$ . В этих областях свет распространяется в обратном направлении. Аналогичное объяснение механизма формирования обратного потока можно применить и к случаю острой фокусировки поляризационного вихря второго порядка.

## 2.2. Орбитальный поток энергии и поток спина

Обратный поток энергии в оптике известен с 1919 года после работы В. Игнатовского [62]. Его также изучали в более поздних работах

Е. Вольфа [1], Г. Кармана [63], М. Берри [64], М. Соскина [65] и А. Воляра [66, 67]. В этих работах [1, 62–67] обратный поток возникает в стороне от оптической оси, в малых периферийных областях, и мал по величине. В [2] А. Новицкий и Д. Новицкий показали, что при соосном сложении двух векторных пучков Бесселя с ТЕ- и ТМ-поляризациями обратный поток может быть и на оптической оси. Обратный поток энергии был обнаружен и в других лазерных пучках с замечательными свойствами: в векторных Х-волнах [58], непараксиальных пучках Эйри [8] и пучках Бесселя дробного порядка [6]. В [29, 68] обратный поток энергии был обнаружен на оптической оси в остром фокусе апланатической оптической системы и фокусе обычной зонной пластинки. По величине обратный поток в фокусе сравним с прямым потоком энергии. В [69] обратный поток исследовался экспериментально. В 2007 году А. Бекшаев [70] показал, что вектор Пойнтинга является суммой двух векторов: потока спина и орбитального потока энергии. Это представление потока энергии как суммы двух потоков (спина и орбитальной энергии [13, 71–73]) позволяет дать интерпретацию эффекту обратного потока в оптике. Обратный поток возникает в той области светового поля, где поток спина отрицательный и больше по величине, чем всегда положительный поток орбитальной энергии. Причем орбитальный поток энергии не обязательно связан с оптическим вихрем, он есть у любого светового поля.

В данном разделе будет показано, что обратный поток энергии (отрицательная проекция на оптическую ось вектора Пойнтинга) в остром фокусе оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией возникает потому, что осевой поток спина имеет отрицательную проекцию на оптическую ось и больше по величине, чем положительная проекция на оптическую ось орбитального потока энергии (канонического потока энергии). Также с помощью формул Ричардса–Вольфа показано, что в области фокуса поперечный поток энергии и поперечный спиновый угловой момент (СУМ) вращаются в разные стороны. Хотя фокусируется свет с левой круговой поляризацией, в фокусе вблизи оптической оси свет имеет правую круговую поляризацию (инверсия продольной составляющей СУМ). Продольная проекция СУМ положительная и равна по абсолютной величине обратному потоку энергии.

**2.2.1. Поток спина и орбитальный поток энергии в декартовых координатах.** В 2007 году А. Бекшаев показал [70], что вектор Пойнтинга  $\mathbf{P}$  (поток энергии) равен сумме двух слагаемых: орбитального потока энергии  $P_o$  и потока спина  $P_s$  [72]:

$$\mathbf{P} = \frac{Re}{2} (\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}) = \mathbf{P}_o + \mathbf{P}_s, \quad (2.19)$$

$$\mathbf{P}_o = \frac{Im}{2k} (\mathbf{E}^* (\nabla \mathbf{E})), \quad \mathbf{P}_s = \frac{1}{4k} (\nabla \times Im(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E})), \quad (2.20)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — векторы напряженности электрического и магнитного полей,  $\text{Re}()$  и  $\text{Im}()$  — реальная и мнимая части числа,  $\times$  — знак векторного умножения,  $k$  — волновое число света. Из (2.20) следует, что поток спина  $\mathbf{P}_s$  — это ротор от вектора спинового углового момента  $\mathbf{S}$  [73]:

$$\mathbf{S} = \frac{\text{Im}}{2}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}). \quad (2.21)$$

В декартовой системе координат проекции вектора орбитального потока энергии имеют вид:

$$\begin{aligned} P_{0,x} &= \frac{\text{Im}}{2k} \left( E_x^* \frac{\partial}{\partial x} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial x} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial x} E_z \right), \\ P_{0,y} &= \frac{\text{Im}}{2k} \left( E_x^* \frac{\partial}{\partial y} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial y} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial y} E_z \right), \\ P_{0,z} &= \frac{\text{Im}}{2k} \left( E_x^* \frac{\partial}{\partial z} E_x + E_y^* \frac{\partial}{\partial z} E_y + E_z^* \frac{\partial}{\partial z} E_z \right). \end{aligned} \quad (2.22)$$

Аналогично, проекции вектора потока спина можно записать в виде:

$$\begin{aligned} P_{s,x} &= \frac{1}{2k} \left( \frac{\partial}{\partial y} \text{Im}(E_x^* E_y) + \frac{\partial}{\partial z} \text{Im}(E_x^* E_z) \right), \\ P_{s,y} &= \frac{1}{2k} \left( \frac{\partial}{\partial z} \text{Im}(E_y^* E_z) + \frac{\partial}{\partial x} \text{Im}(E_y^* E_x) \right), \\ P_{s,z} &= \frac{1}{2k} \left( \frac{\partial}{\partial x} \text{Im}(E_z^* E_x) + \frac{\partial}{\partial y} \text{Im}(E_z^* E_y) \right). \end{aligned} \quad (2.23)$$

**2.2.2. Проекция вектора напряженности электрического поля в остром фокусе.** Пусть на входе в апланатическую оптическую систему проекции электрического и магнитного векторов для случая оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией имеют вид:

$$\mathbf{E} = \frac{A(\theta)e^{i2\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{A(\theta)e^{i2\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} i \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (2.24)$$

тогда по теории Ричардса–Вольфа [1] проекции вектора напряженности электрического поля вблизи фокуса будут иметь вид [29, 68]:

$$\begin{aligned} E_x(r, \varphi, z) &= \frac{i}{\sqrt{2}} (I_{2,0} + e^{2i\varphi} I_{0,2}), \\ E_y(r, \varphi, z) &= \frac{1}{\sqrt{2}} (-I_{2,0} + e^{2i\varphi} I_{0,2}), \\ E_z(r, \varphi, z) &= -\sqrt{2} e^{i\varphi} I_{1,1}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

где

$$I_{\nu,\mu} = \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\mu}(x) d\theta, \quad (2.26)$$

где  $\lambda$  — длина волны,  $f$  — фокусное расстояние апланатической системы,  $x = kr \sin \theta$ ,  $J_{\mu}(x)$  — функция Бесселя первого рода,  $NA = \sin \theta_0$  — числовая апертура. Амплитуда входной функции (2.24)  $A(\theta)$  может

быть выбрана произвольно, в частности в виде функции Бесселя–Гаусса:

$$A(\theta) = J_1\left(\frac{2\gamma \sin \theta}{\sin \theta_0}\right) \exp\left(\frac{-\gamma^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right), \quad (2.27)$$

где  $\gamma$  — отношение радиуса зрачка апланатической системы к радиусу перетяжки гауссова пучка.

Топологический заряд выбран равным двум, потому что только в этом случае на оптической оси формируется обратный поток энергии [29]. Действительно, проекции вектора Пойнтинга (потока энергии)  $\mathbf{P} = 1/2\text{Re}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}]$  вблизи фокуса для оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией равны:

$$\begin{aligned} P_x &= -I_{1,1}(I_{0,2} + I_{2,0}) \sin \varphi, \\ P_y &= I_{1,1}(I_{0,2} + I_{2,0}) \cos \varphi, \\ P_z &= \frac{1}{2}(I_{0,2}^2 - I_{2,0}^2). \end{aligned} \quad (2.28)$$

Из (2.28) следует, что поперечный поток энергии в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) вращается вокруг оптической оси против часовой стрелки, а продольная проекция вектора Пойнтинга отрицательная ( $P_z(z = r = 0) = -I_{2,0}^2/2$ ). Далее найдем проекции СУМ (2.21) в плоскости фокуса для случая фокусировки оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией:

$$\begin{aligned} S_x &= I_{1,1}(I_{2,0} + I_{0,2}) \sin \varphi, \\ S_y &= -I_{1,1}(I_{2,0} + I_{0,2}) \cos \varphi, \\ S_z &= \frac{1}{2}(I_{2,0}^2 - I_{0,2}^2). \end{aligned} \quad (2.29)$$

Из (2.29) следует, что поперечные компоненты вектора СУМ вращаются по часовой стрелке, а продольная проекция СУМ положительная: ( $S_{zL}(z = r = 0) = I_{2,0}^2/2$ ).

Из выражений (2.28) и (2.29) можно сделать следующие выводы: 1) поперечный поток энергии и поперечный СУМ вращаются в разные стороны; 2) хотя фокусируется свет с левой круговой поляризацией, в фокусе вблизи оптической оси свет имеет правую круговую поляризацию (инверсия продольной составляющей СУМ); 3) поток энергии на оптической оси отрицательный (обратный поток энергии); 4) продольная проекция СУМ положительная и равна по абсолютной величине обратному потоку энергии:

$$P_z = -S_z = -\frac{1}{2}(I_{2,0}^2 - I_{0,2}^2). \quad (2.30)$$

Общий вывод из этого раздела такой: вблизи фокуса в области, где формируется обратный поток энергии, продольная компонента СУМ испытывает инверсию. Направление (положительное или отрицательное) продольной проекции СУМ можно определить по направлению враще-



ния (по часовой или против часовой стрелки) поглощающей сферической микрочастицы, помещенной в фокус с центром на оптической оси. То есть обратный поток энергии обнаруживает себя в виде эффекта инверсии (обращения) продольной составляющей СУМ. Или наоборот, инверсия СУМ может служить индикатором обратного потока энергии в фокусе.

### 2.2.3. Поток спина и орбитальный поток энергии в фокусе.

В этом разделе на примере фокусировки оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией мы покажем, что обратный поток имеет место тогда, когда поток спина отрицательный и больше по модулю, чем положительный орбитальный поток энергии (2.20). Действительно, подставляя проекции электрического вектора (2.25) в выражения (2.22) и (2.23), получим для продольных компонент потока спина и орбитального потока энергии выражения:

$$\begin{aligned} P_{o,z} &= \frac{1}{2}(I_{0,2}\tilde{I}_{0,2} + I_{2,0}\tilde{I}_{2,0} + 2I_{1,1}\tilde{I}_{1,1}), \\ P_{s,z} &= \frac{1}{2}(I_{0,2}^2 - I_{2,0}^2) - \frac{1}{2}(I_{0,2}\tilde{I}_{0,2} + I_{2,0}\tilde{I}_{2,0} + 2I_{1,1}\tilde{I}_{1,1}), \\ P_z &= \frac{1}{2}(I_{0,2}^2 - I_{2,0}^2), \quad P_z = P_{o,z} + P_{s,z}. \end{aligned} \quad (2.31)$$

В (2.31) использованы обозначения интегралов:

$$\tilde{I}_{\nu,\mu} = \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3-\nu}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\mu(x) d\theta. \quad (2.32)$$

Из (2.31) следует, что на оптической оси ( $r = 0$ ),  $P_{o,z}(r = 0) = 0,5I_{2,0}\tilde{I}_{2,0} > 0$ ,  $P_{s,z}(r = 0) = -0,5(I_{2,0}^2 + I_{2,0}\tilde{I}_{2,0}) < 0$ ,  $|P_{s,z}| > P_{o,z}$ ,  $P_z(r = 0) = -0,5I_{2,0}^2 < 0$ .

Таким образом, физический смысл обратного потока энергии на оптической оси в остром фокусе заключается в том, что на оптической оси вблизи фокуса возникает конкуренция двух осевых потоков: поток спина направлен в отрицательном направлении вдоль оптической оси, а орбитальный поток энергии (канонический поток энергии) направлен в положительном направлении вдоль оптической оси, и поток спина по модулю больше, чем орбитальный поток энергии.

**2.2.4. Моделирование по формулам Ричардса–Вольфа.** В данном разделе с помощью формул Ричардса–Вольфа моделировалась острая фокусировка оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией апланатическим объективом с числовой апертурой 0,95. Длина волны равна 0,532 мкм, волновой фронт фокусируемого света плоский. При моделировании света левой круговой поляризации компоненты векторов электрической и магнитной напряженностей считались по формуле (2.24).

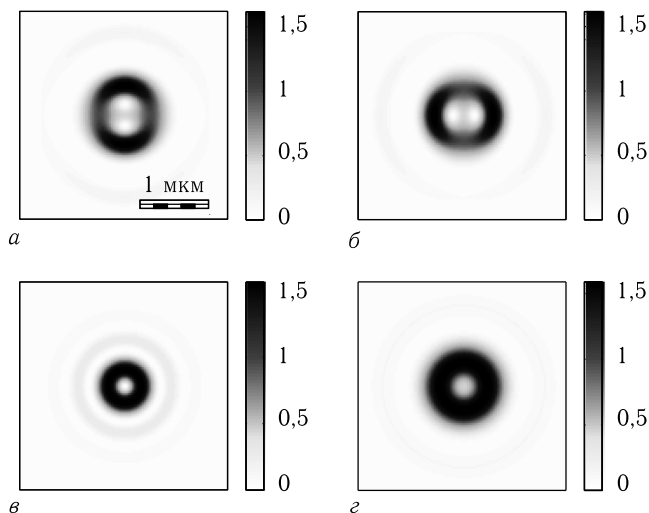


Рис. 2.5. Распределение отдельных составляющих интенсивности  $I_x$  (а),  $I_y$  (б) и  $I_z$  (в) и суммарной интенсивности  $I = I_x + I_y + I_z$  (г) в фокальной плоскости

Распределение интенсивности (рис. 2.5) имеет вид кольца, при этом его диаметр меньше, чем при фокусировке света с правой круговой поляризацией. Отдельные поперечные составляющие  $I_x$  и  $I_y$  имеют вид асимметричных колец с ненулевыми значениями в центре (похожи по форме на греческую букву  $\theta$ ). Продольная составляющая интенсивности  $I_z$  в отличие от света правой поляризации уменьшает кольцо суммарной интенсивности  $I$  — диаметр кольца продольной составляющей меньше диаметров колец поперечных составляющих (в случае с правой поляризацией — наоборот).

Распределение компонент вектора Пойнтинга (2.19) и вектора СУМ (2.21) приведено на рис. 2.6, 2.7.

В случае с левой круговой поляризацией компоненты вектора Пойнтинга оказались противоположны компонентам спинового углового момента: поперечная компонента  $P_x \mathbf{i} + P_y \mathbf{j}$  закручена против часовой стрелки (как и поперечная компонента орбитального потока энергии), в то время как поперечная компонента спинового углового момента  $S_x \mathbf{i} + S_y \mathbf{j}$  закручена по часовой стрелке. Спиновый угловой момент имеет вид отрицательного кольца с положительными значениями на оси. Продольная компонента вектора Пойнтинга  $P_z$ , напротив, имеет вид кольца, в котором она положительна, а внутри кольца (на оси) она приобретает отрицательное значение. Рисунки 2.6 и 2.7 находятся в согласии с выводами, полученными на основе уравнений (2.28) и (2.29).

На рисунках 2.8 и 2.9 показано распределение компонент потока спина и орбитального потока энергии, вычисленных в соответствии с (2.20).

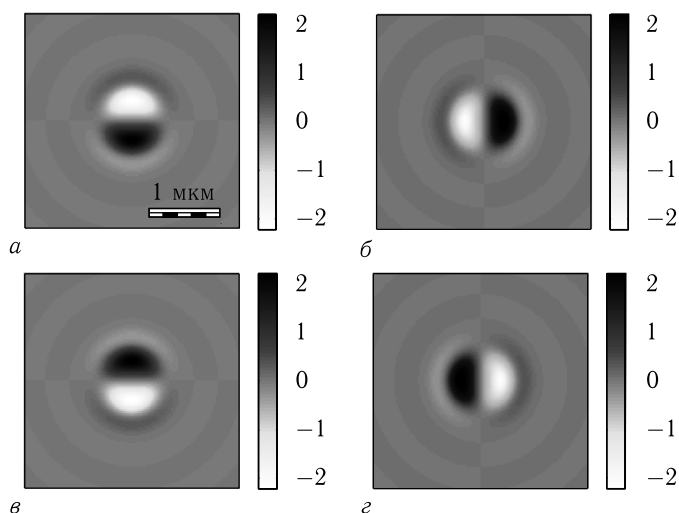


Рис. 2.6. Распределение поперечных компонент вектора Пойнтинга (верхний ряд) и вектора СУМ (нижний ряд) в фокусе:  $P_x$  (а),  $P_y$  (б),  $S_x$  (в),  $S_y$  (г)

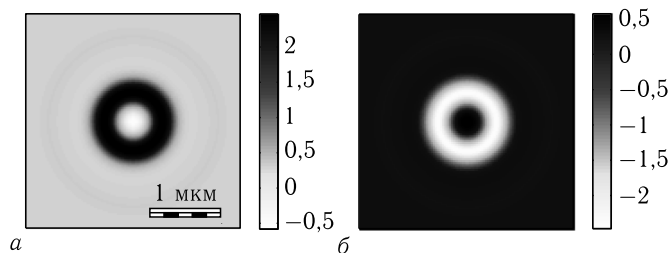


Рис. 2.7. Распределение продольных компонент вектора Пойнтинга и вектора СУМ:  $P_z$  (а) и  $S_z$  (б)

Из рис. 2.8, в видно, что продольный спиновый поток имеет такой же характер распределения, как и продольная составляющая вектора Пойнтинга (рис. 2.7, а). А вид продольной компоненты орбитального потока энергии (рис. 2.9, в) похож на вид суммарной интенсивности (рис. 2.5, г).

Поперечные составляющие спинового потока (рис. 2.8, а, б) имеет вид двух колец, внешнее закручено по часовой стрелке, а внутреннее — против.

Суммарный поток энергии складывается из потока спина  $\mathbf{P}_s$  (рис. 2.8) и орбитального потока энергии  $\mathbf{P}_o$  (рис. 2.9). Распределение суммы потоков, приведенное на рис. 2.10, качественно совпадает с распределением вектора Пойнтинга (рис. 2.6, 2.7).

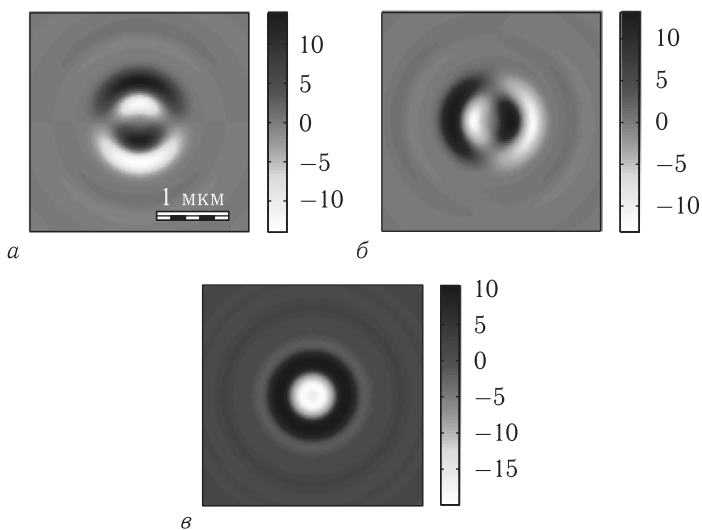


Рис. 2.8. Распределение компонент спинного потока энергии  $P_{s,x}$  (*a*),  $P_{s,y}$  (*б*) и  $P_{s,z}$  (*в*) в фокальной плоскости

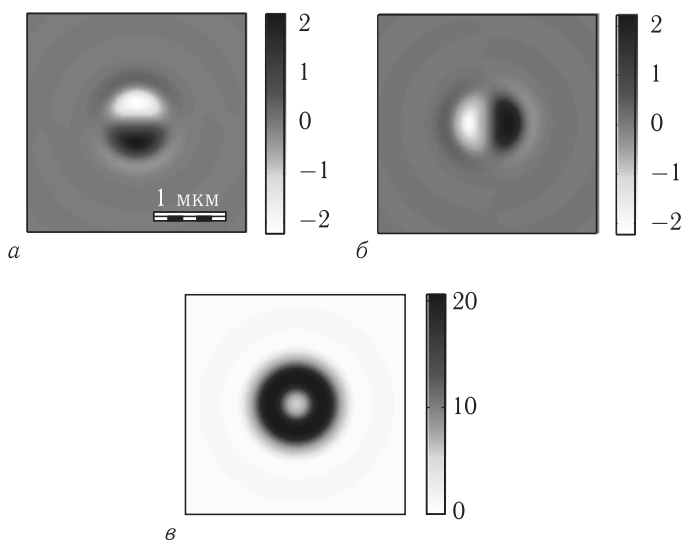


Рис. 2.9. Распределение компонент орбитального потока энергии  $P_{o,x}$  (*a*),  $P_{o,y}$  (*б*) и  $P_{o,z}$  (*в*) в фокальной плоскости

В данном разделе показано, что обратный поток энергии (отрицательная проекция на оптическую ось вектора Пойнтинга) в остром фокусе оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой кру-

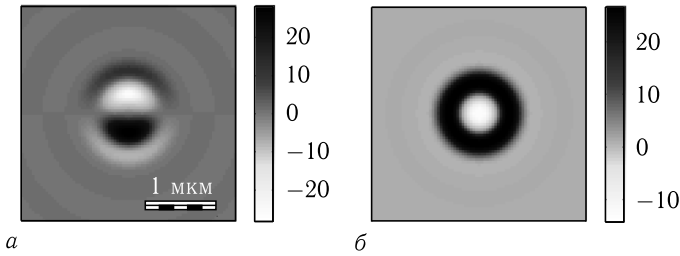


Рис. 2.10. Распределение суммарных потоков энергии  $P_{o,x} + P_{s,x}$  (а) и  $P_{o,z} + P_{s,z}$  (б)

говой поляризацией возникает потому, что осевой поток спина имеет отрицательную проекцию на оптическую ось и больше по величине, чем положительная проекция на оптическую ось орбитального потока энергии (канонического потока энергии). Также с помощью формул Ричардса–Вольфа показано, что в области фокуса поперечный поток энергии и поперечный СУМ вращаются в разные стороны. Хотя фокусируется свет с левой круговой поляризацией в фокусе вблизи оптической оси свет имеет правую круговую поляризацию (инверсия продольной составляющей СУМ). Продольная проекция СУМ положительная и равна по абсолютной величине обратному потоку энергии.

### 2.3. Тороидальные потоки поляризации вблизи фокуса

Острая фокусировка пучков с неоднородным распределением поляризации все больше привлекает к себе внимание исследователей. Причина — в большом разнообразии форм фокусных пятен, которые могут быть получены с их помощью. Так, например, ранее были сформированы компактные фокусы с размерами меньше дифракционного предела [74], оптические иглы [75], световые тоннели [76, 77], цепочки фокусов [78, 79], фокусы с плоской вершиной [80, 81] и т. д.

В отмеченных выше работах исследовалось поведение интенсивности в фокусе. Поведение потока энергии (вектора Пойнтинга) в фокусе пучков с неоднородным распределением поляризации также исследовалось ранее. Например, в работе [82] исследовалась острая фокусировка векторного пучка, поляризация которого менялась с линейной на круговую и обратно периодически вдоль радиальной или азимутальной координаты. Было показано, что в плоскости фокуса у таких пучков возникают многочисленные точки, вокруг которых осуществляется вращение вектора Пойнтинга. Поведение вектора Пойнтинга в острогофокусированном оптическом вихре с радиальной и азимутальной поляризациями рассматривалось в работах [83] и [84] соответственно. Влияние

секторных апертур на потоки энергии в остром фокусе азимутально-поляризованного пучка было рассмотрено в работе [85]. Как и в работе [82], в данном случае в фокусной плоскости наблюдалось вращение вектора Пойнтинга вокруг нескольких точек, расположенных вдоль некоторой окружности. В работе [86] исследовались потоки энергии, возникающие в остром фокусе пучка с поляризацией, близкой к азимутальной, но имеющей также незначительную периодически меняющуюся радиальную компоненту (*kaleidoscope-structured vector optical beam*). В работе [87] исследовалось самовосстановление пучков Бесселя–Гаусса, в том числе на основе анализа поперечной составляющей вектора Пойнтинга в сечениях пучка.

В работах [29, 88] было показано, что в остром фокусе возникают области, в которых направление вектора Пойнтинга противоположно направлению распространения пучка. В работе [30] было показано, что в модах Вебера проекция вектора Пойнтинга на оптическую ось должна содержать отрицательные значения. Ранее в работе [89] нами было обнаружено, что области обратного потока энергии возникают не только в плоскости фокуса, но и в плоскостях, удаленных от фокуса — наблюдались кольцевые области, вокруг которых осуществлялось вращение вектора Пойнтинга (тороидальные вихри энергии). Ранее похожие вихри энергии и вихри сингулярностей вблизи фокуса изучались в работах [90, 91]. Но в [90] вихри рассматривались детально только для двумерного случая, в котором не возникают тороидальные вихри. И поток энергии в [90] понимался как оптический ток (градиент от фазовой функции), но вектор Пойнтинга, который рассматривается в данной работе, не сводится к градиенту от фазовой функции. В [91] рассматривалась эллиптическая деформация в сечении фокуса, которая приводит к асимметрии области отрицательного потока энергии. В [91] рассматриваются четные и нечетные оптические вихри в области фокуса, а тороидальное вращение потока энергии не рассматривается.

В данном разделе продолжено исследование [89] — с помощью формул Ричардса–Вольфа промоделирована фокусировка цилиндрических векторных пучков второго порядка. Было показано, что при фокусировке света линзой с числовой апертурой  $NA = 0,95$  при удалении от фокальной плоскости на расстоянии примерно  $0,45$  мкм от оси периодически возникают тороидальные вихри (с периодом по оси  $z$  —  $0,8$  мкм). Вихри возникают попарно, при этом соседние вихри имеют встречную циркуляцию (аналогично вихрям в работах [90, 91]): ближайший к фокальной плоскости вихрь закручен по часовой стрелке, а следующий от него — против часовой стрелки. Вихри сопровождаются седловыми точками. При дальнейшем отдалении от оси  $z$  картина тороидальных вихрей повторяется — примерно на расстоянии  $0,7$  мкм также наблюдается область повторяющихся вдоль оси  $z$  тороидальных вихрей. При фокусировке пучка, ограниченного узкой кольцевой апертурой, тороидальных вихрей не наблюдается.

**2.3.1. Формулы Ричардса–Вольфа для случая узкой кольцевой апертуры.** В данном случае моделирование производилось с помощью формулы Ричардса–Вольфа [1]:

$$\mathbf{U}(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \\ \times \exp \{ ik [\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta] \} \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (2.33)$$

где  $\mathbf{U}(\rho, \psi, z)$  — напряженность электрического или магнитного поля,  $B(\theta, \varphi)$  — электрическое или магнитное поле на входе широкоапертурной системы в координатах выходного зрачка ( $\theta$  — полярный угол,  $\varphi$  — азимутальный),  $T(\theta)$  — функция аподизации линзы,  $f$  — фокусное расстояние,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны (в моделировании считалась равной 532 нм),  $\alpha_{\min}$  — минимальный полярный угол, определяемый диаметром кольцевой апертуры,  $\alpha_{\max}$  — максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ( $NA = \sin \alpha_{\max}$ ),  $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$  — вектор поляризации, для напряженности электрического и магнитного полей имеющий вид:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \\ + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi), \quad (2.34)$$

где  $a(\theta, \varphi)$  и  $b(\theta, \varphi)$  — функции, описывающие состояние поляризации  $x$ - и  $y$ -компонент напряженностей фокусируемого пучка.

Для светового поля с цилиндрической поляризацией  $m$ -го порядка, вектора Джонса будут иметь вид:

$$E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(m\varphi) \\ \cos(m\varphi) \end{pmatrix} \quad (2.35)$$

для напряженности электрического поля и

$$H(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos(m\varphi) \\ -\sin(m\varphi) \end{pmatrix} \quad (2.36)$$

для напряженности магнитного поля.

В [68] было показано, что уравнение (2.33) с учетом (2.34)–(2.36) переходит в:

$$\begin{aligned}
 E_x &= i^{m+1} [\sin m\varphi I_{0,m} + \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
 E_y &= i^{m+1} [-\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
 E_z &= -2i^m \sin(m-1)\varphi I_{1,m-1}, \\
 H_x &= i^{m+1} [\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
 H_y &= i^{m+1} [\sin m\varphi I_{0,m} - \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}], \\
 H_z &= -2i^m \cos(m-1)\varphi I_{1,m-1},
 \end{aligned} \tag{2.37}$$

где

$$\begin{aligned}
 I_{0,m} &= A \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \sin \theta T(\theta) (1 + \cos \theta) A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_m(x) d\theta, \\
 I_{2,m-2} &= A \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \sin \theta T(\theta) (1 - \cos \theta) A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m-2}(x) d\theta, \\
 I_{1,m-1} &= A \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \sin^2 \theta T(\theta) A_m(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{m-1}(x) d\theta.
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

Тогда продольная компонента вектора Пойнтинга  $S_z = \text{Re}(E_x H_y^* - E_y H_x^*)$  может быть записана как

$$\begin{aligned}
 S_z &= [\sin m\varphi I_{0,m} + \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}] \times \\
 &\quad \times [\sin m\varphi I_{0,m} - \sin(m-2)\varphi I_{2,m-2}] - \\
 &\quad - [-\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}] \times \\
 &\quad \times [\cos m\varphi I_{0,m} + \cos(m-2)\varphi I_{2,m-2}].
 \end{aligned} \tag{2.39}$$

Для угла  $\varphi = 0$  уравнение переходит в

$$S_z = I_{0,m}^2 - I_{2,m-2}^2. \tag{2.40}$$

Рассмотрим предельный случай, когда

$$\alpha_{\max} = \pi/2, \quad A(\theta) = \delta(\theta - \pi/2). \tag{2.41}$$

Данный случай соответствует широкоапертурной линзе ( $NA = 1$ ), ограниченной узкой кольцевой апертурой. В [92] было показано, что в данном случае можно увеличивать область обратного потока, значительно увеличивая глубину области при незначительном уменьшении ее ширины.



С учетом условия (2.41) уравнения (2.38) для  $I_{0,m}$  и  $I_{2,m-2}$  могут быть записаны в виде:

$$\begin{aligned} I_{0,m} &= AT \left( \theta \rightarrow \frac{\pi}{2} \right) J_m(k\rho), \\ I_{2,m-2} &= AT \left( \theta \rightarrow \frac{\pi}{2} \right) J_{m-2}(k\rho). \end{aligned} \quad (2.42)$$

А продольная компонента  $S_z$  для  $m = 2$  примет вид

$$S_z = AT \left( \theta \rightarrow \frac{\pi}{2} \right) [J_2^2(k\rho) - J_0^2(k\rho)]. \quad (2.43)$$

Из уравнений выше видно, что при выполнении условия (2.41) в уравнениях (2.42)–(2.43) пропадает зависимость от координаты  $z$ . Отметим, что функция аподизации  $T(\theta = \pi/2)$  всегда положительная, и на смену знака в (2.43) не повлияет. На рисунке 2.11 показан график функции  $J_2^2(k\rho) - J_0^2(k\rho)$  для  $\lambda = 0,532$  мкм.

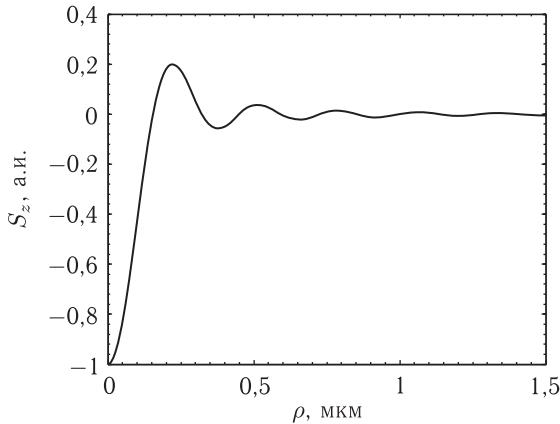


Рис. 2.11. График функции  $J_2^2(k\rho) - J_0^2(k\rho)$

Из рис. 2.11 видно, что на оси продольная проекция вектора Пойнтинга приобретает отрицательные значения. Далее области отрицательных значений возникают периодически при отдалении от оси. Из рис. 2.11 можно оценить и максимально возможное отношение величин обратного потока вектора Пойнтинга к прямому потоку в свободном пространстве — 5:1.

Распределение в фокусной области (рис. 2.11) для предельного случая (2.41) можно рассматривать как продолжение исследования [90], где было показано, что при интерференции четырех плоских волн, сходящихся под большим углом, области отрицательных значений вектора Пойнтинга возникают периодически — в шахматном порядке. Здесь же вместо четырех плоских волн — интерференция бесконечного числа сферических волн с непрерывным изменением поляризации, и области

отрицательных значений приобретают осесимметричный характер, также повторяясь периодически.

На рис. 2.12 показан результат моделирования по формуле (2.33) фокусировки цилиндрического векторного пучка второго порядка линзой с числовой апертурой  $NA = 0,99$ , ограниченной узкой кольцевой апертурой с  $\alpha_{\min} = 0,9 \times \alpha_{\max} = 0,9 \times \arcsin(NA)$ .

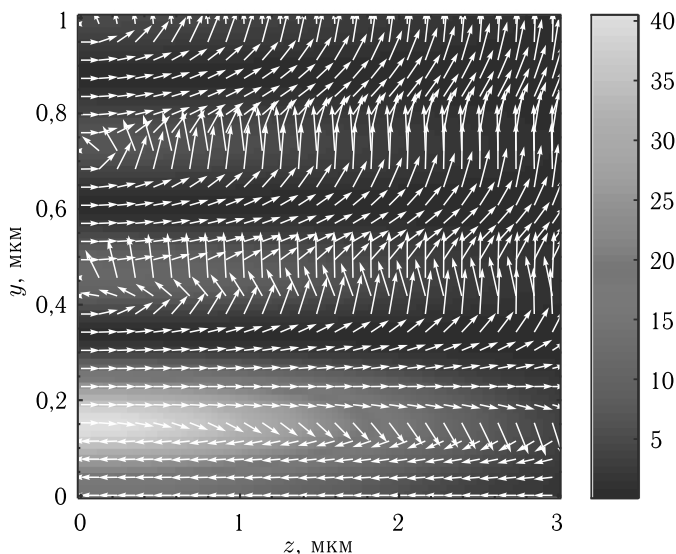


Рис. 2.12. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга в плоскости  $YZ$  при фокусировке цилиндрического векторного пучка второго порядка линзой с числовой апертурой  $NA = 0,99$ , ограниченной узкой кольцевой апертурой с  $\alpha_{\min} = 0,9 \times \alpha_{\max}$

Из рис. 2.12 видно, что области обратного направления вектора Пойнтинга примерно совпадают с аналогичными областями на рис. 2.11. Торoidalных вихрей энергии в данном случае не наблюдается.

**2.3.2. Результаты моделирования фокусировки поляризационного вихря.** Промоделируем далее с помощью формулы Ричардса–Вольфа (2.33) фокусировку цилиндрического векторного пучка второго порядка с длиной волны 532 нм широкоапертурной линзой. Рис. 2.13 повторяет результат моделирования [89]. В данном случае фокусировка осуществляется линзой с числовой апертурой  $NA = 0,95$ .

Из рис. 2.13 видно, что на расстоянии около 0,9 мкм от фокальной плоскости наблюдается кольцо с радиусом 0,45 мкм, на котором вектор Пойнтинга равен нулю и вокруг которого наблюдается вращение вектора Пойнтинга — торoidalный вихрь энергии. Увеличим далее область моделирования. На рис. 2.14 показан результат фокусировки цилиндрического векторного пучка второго порядка линзой

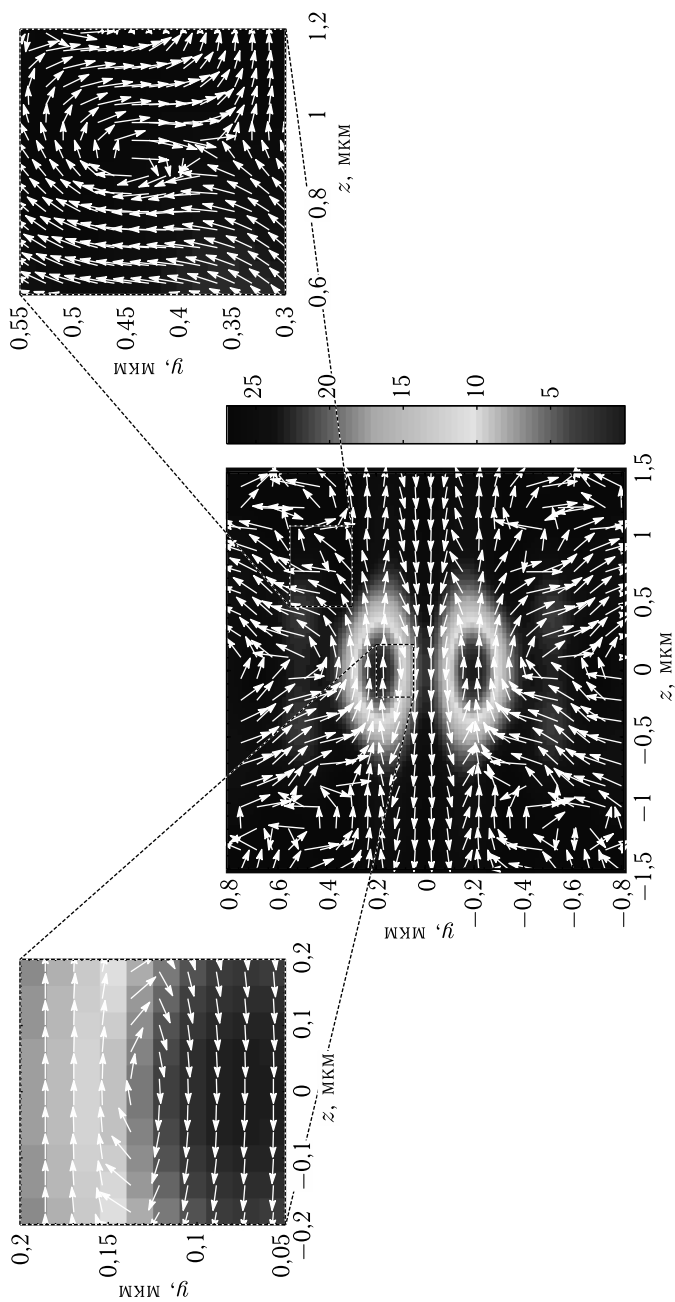


Рис. 2.13. Распределение интенсивности (цвет) и направление вектора Пойнтинга (стрелки) в плоскости  $YZ$  при фокусировке цилиндрического векторного пучка второго порядка линзой с числовой апертурой  $NA = 0,95$

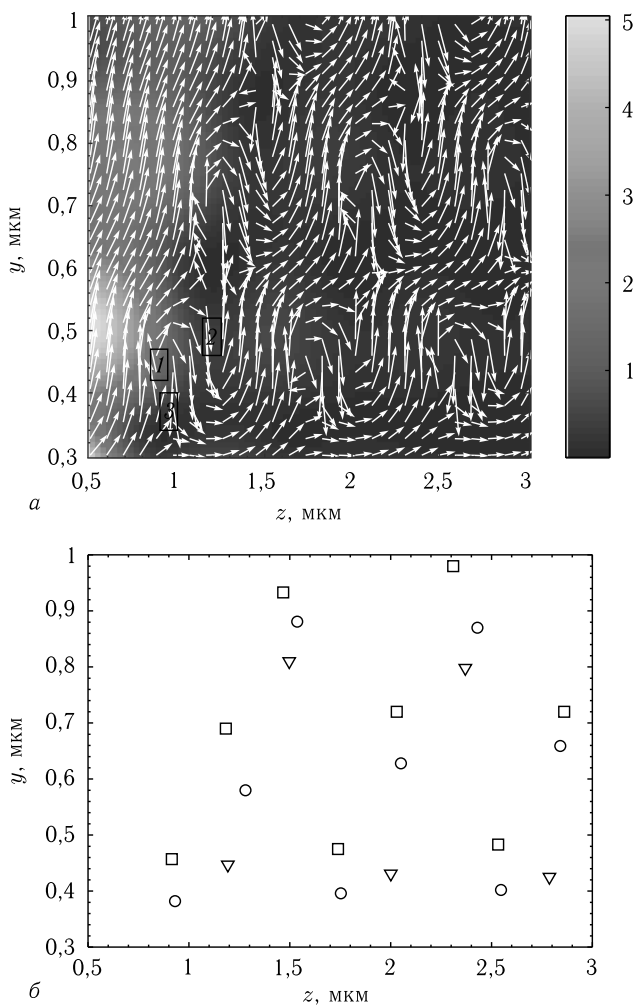


Рис. 2.14. Распределение интенсивности (цвет) и направление вектора Пойнтинга (стрелки) в плоскости YZ (а) и положения точек, в которых вектор Пойнтинга равен нулю (б): квадратики — вихрь с направлением вращения по часовой стрелке, треугольники — вихрь с направлением вращения против часовой стрелки, кружки — седловые точки. Цифрами обозначены отдельные области, изображенные на рисунках ниже

с числовой апертурой  $NA = 0,95$  в области  $0,5 \text{ мкм} < z < 3 \text{ мкм}$ ,  $0,3 \text{ мкм} < r < 1 \text{ мкм}$ .

Из рис. 2.14 видно, что на расстоянии примерно  $0,45 \text{ мкм}$  от оси периодически возникают торондальные вихри (с периодом по оси  $z$  —  $0,8 \text{ мкм}$ ). Вихри возникают попарно, при этом соседние вихри имеют

встречную циркуляцию (аналогично вихрям в работах [90, 91]): ближайший к фокальной плоскости вихрь закручен по часовой стрелке (рис. 2.15), а следующий от него – против часовой стрелки (рис. 2.16), и располагается примерно на расстоянии 0,3 мкм от закрученного по часовой стрелке. Вихри, закрученные по часовой стрелке располагаются чуть дальше от оси  $z$  ( $r = 0$ ) — примерно на 0,05 мкм, чем

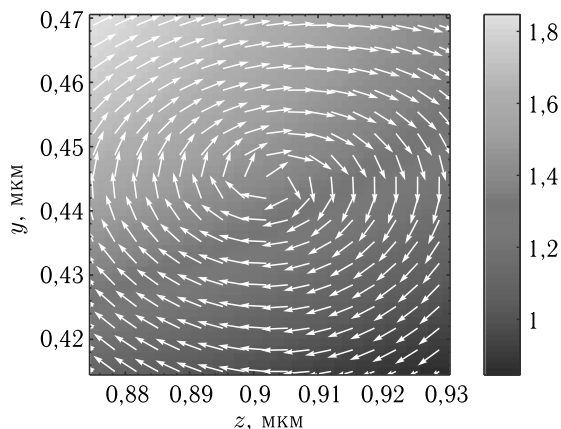


Рис. 2.15. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга в области торoidalного вихря, закрученного по часовой стрелке, ближайшего к осям  $r$  и  $z$

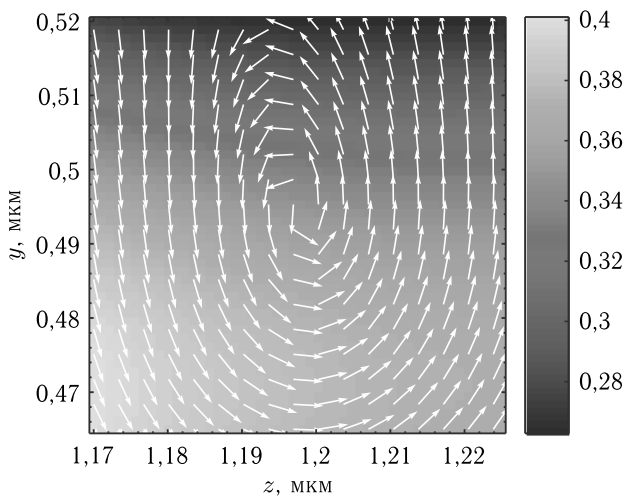


Рис. 2.16. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга в области торoidalного вихря, закрученного против часовой стрелки, ближайшего к осям  $r$  и  $z$

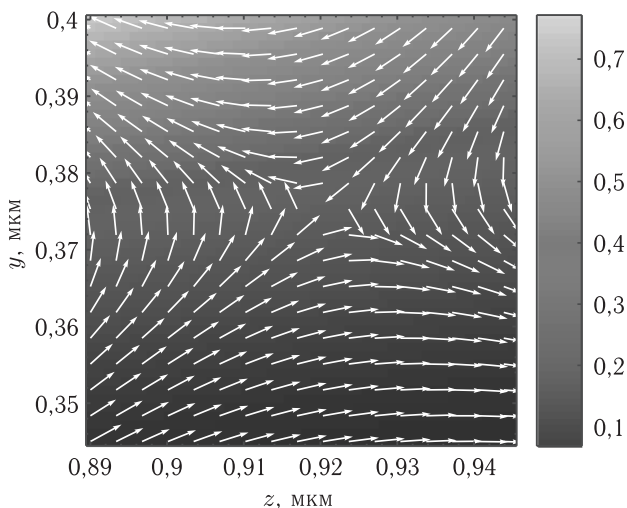


Рис. 2.17. Распределение интенсивности и направление вектора Пойнтинга в области седловой точки, ближайшей к осям  $r$  и  $z$

вихри закрученные против часовой стрелки. Вихри сопровождаются седловыми точками (рис. 2.17). В отличие от сечения тороидального вихря, в котором вектор Пойнтинга закручен вокруг одной точки, поведение вектора Пойнтинга в сечении седлового вихря напоминает поведение векторных полей вблизи седловых точек. Ближайшие к оси седловые точки располагаются на расстоянии 0,4 мкм от оси. Отметим, что расстояние, на котором возникают тороидальные вихри (центр вихрей), примерно соответствует третьему нулю функции  $J_2^2(k\rho) - J_0^2(k\rho)$  на рис. 2.11.

При дальнейшем отдалении от оси  $z$  картина тороидальных вихрей повторяется — примерно на расстоянии 0,7 мкм также наблюдается область повторяющихся вдоль оси  $z$  тороидальных вихрей. Данное расстояние примерно соответствует пятому нулю функции  $J_2^2(k\rho) - J_0^2(k\rho)$  на рис. 2.11.

В этом разделе с помощью формул Ричардса–Вольфа промоделирована фокусировка цилиндрических векторных пучков второго порядка. Целью исследования было определение условий образования тороидальных вихрей энергии вокруг «темных колец» (кольца, на которых вектор Пойнтинга равен нулю) не только в плоскости острого фокуса, но и в плоскостях, удаленных от фокуса.

Показано, что при фокусировке света линзой с числовой апертурой  $NA = 0,95$  на расстоянии примерно 0,45 мкм от оси периодически возникают тороидальные вихри (с периодом по оси  $z$  — 0,8 мкм). Вихри возникают попарно: ближайший к фокальной плоскости вихрь закручен по часовой стрелке, а следующий от него — против часовой

стрелки. Вихри сопровождаются седловыми точками. При дальнейшем отдалении от оси  $z$  картина тороидальных вихрей повторяется — примерно на расстоянии 0,7 мкм также наблюдается область повторяющихся вдоль оси  $z$  тороидальных вихрей. При фокусировке пучка, ограниченного узкой кольцевой апертурой, тороидальных вихрей не наблюдается.

Отметим также, что подобный эффект будет наблюдаться не только для поляризационных вихрей, но и для фазовых оптических вихрей. В частности, для оптических вихрей с топологическим зарядом равным двум и круговой поляризацией, для которых, так же как и для рассмотренных выше пучков, на оптической оси при острой фокусировке наблюдаются отрицательные значения продольной проекции вектора Пойнтинга.

## ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБРАТНОГО ПОТОКА ЭНЕРГИИ

### 3.1. Металинза для формирования обратного потока

Компоненты с метаповерхностью начали изучаться после работ [93, 94], в которых было показано, что с помощью наноструктур тонких пленок металла или диэлектрика можно одновременно и локально (в каждой точке сечения пучка) управлять амплитудой, фазой и поляризацией лазерного излучения. В [95] сформировали векторные оптические вихри (ВОВ) с помощью субволновых прямоугольных апертур, расположенных на двух концентрических окружностях в тонкой пленке золота для лазерного света с длиной волны 1500 нм. В [96] с помощью двух компонентов с метаповерхностью в виде локальных субволновых решеток, рассчитанных по методу фазы Патхаратнама–Берри (ПБ) и сформированных в плавленном кварце абляцией фемтосекундным лазером, сформированы цилиндрические векторные оптические вихри с заданной неоднородной поляризацией (длина волны 632 нм). В [97] с помощью эллиптических апертур в тонкой пленке золота продемонстрирована линза с фокусным расстоянием 10 мкм, формирующая в одной плоскости и острый фокус для одной длины волны (405 нм) и кольцо оптического вихря для другой длины волны (532 нм). Такую линзу можно использовать в STED-микроскопии. В работах [98–100] тонкие спиральные пластинки с плазмонной метаповерхностью использовались для формирования из света с круговой поляризацией оптического вихря с топологическим зарядом 1 или 2. Отличие только в виде локальных антенн (резонаторов). В [98] в пленке серебра толщиной 800 нм сфокусированным ионным пучком создавались наноотверстия с диаметром от 76 нм до 132 нм, которые заполнялись резистом РММА (длина волны 532 нм), от их размеров зависела фазовая задержка. В [99] в пленке золота толщиной 27 нм травлением создавались с периодом 375 нм V-образные наноантенны с размером сторон 209 нм, от поворота которых зависела фазовая задержка падающего света с круговой поляризацией и длиной волны 780 нм. В [100] тоже в пленке золота, толщиной 100 нм, травлением с периодом 250 нм создавались антенны в виде разорванного контура квадрата со сторонами 150 нм. От размера и места разрыва в контуре квадрата зависела задержка фазы падающего света с круговой поляризацией и длиной волны 710–900 нм. В [101] с помощью кремниевых нанодисков диаметром



590 нм и высотой 243 нм, расположенных периодически в четырех квадратах со стороной по 10 мкм, управляли фазой за счет изменения только периода решетки нанодисков (от 700 нм до 1000 нм) для длины волны 1490 нм. Экспериментально продемонстрировали формирование оптического вихря с топологическим зарядом 1. В [102] приведен обзор по компонентам фотоники с метаповерхностями, как плазмонными, так и диэлектрическими, рассчитанными как на основе метода фазы ПБ, так и на методе Гюгенса [103]. В [104] с помощью эллиптических отверстий ( $90 \times 180$  нм) в пленке золота толщиной 120 нм для длины волны 632,8 нм создана металинза (фокусное расстояние 10 мкм) на пропускание (10%), формирующая из падающего гауссова пучка с левой круговой поляризацией векторные оптические вихри с топологическими зарядами  $\pm 3$  и  $\pm 5$ . В данном случае от угла поворота эллиптического отверстия фазовая задержка прошедшего излучения менялась почти линейно. В [105] с помощью нанополосок ( $30 \times 90 \times 300$  нм) на золотой поверхности, расположенных в соответствии с методом ПБ, создана плазмонная метаповерхность, при отражении от которой гауссов пучок с длиной волны 700 нм и правой круговой поляризацией преобразовывался в векторный оптический вихрь с топологическим зарядом 1, а падающий пучок с левой круговой поляризацией отражался в оптический вихрь с топологическим зарядом  $-1$ . Фазовая задержка отраженного излучения зависит от угла поворота полоски на поверхности. Отражается около 50% падающего света. В [106] исследуются разные плазмонные наносита для формирования оптических вихрей и бесселевых пучков. В тонкой пленке золота толщиной 60 нм методом электронной литографии формируются множество прямоугольных отверстий  $75 \times 150$  нм, расположенных с периодом 500 нм (длина волны 632 нм). Расчет фазы производился на основе метода ПБ, после этого освещалось пучком с круговой поляризацией. Эффективность была 3%. В [107] с помощью резонансных кремниевых эллиптических столбиков ( $450 \times 285 \times 860$  нм), расположенных с периодом 750 нм на поверхности кварца, созданы полуволновая и четверть волновые пластинки, а также q-пластинки для преобразования линейной поляризации в радиальную и азимутальную. Пропускание этих пластин 90% и преобразование поляризации почти 100%. Диапазон длин волн от 1400–1700 нм. Параметры цилиндров подобраны резонансно, а метаповерхность из цилиндров составлена по принципу Гюгенса так, чтобы деструктивная интерференция электрических и магнитных мод от каждого цилиндра, как от мета-атома, работала как антиотражающее покрытие. Аналогичным способом в [108], но с помощью кремниевых нано-столбиков с круглым сечением и высотой 750 нм, созданы пропускающие мета-голограммы, формирующие заданные изображения на расстоянии 10 мм для длины волны 1600 нм. Фаза кодировалась диаметром столбиков: от 79 нм до 212 нм (период 750 нм). Обзор последних достижений по метаповерхностям, как металлическим, так и диэлектрическим, можно найти

в [109]. В [110] с помощью нано-пластин аморфного кремния (показатель преломления  $n = 3,9231 + i0,1306$  для длины волны 780 нм) размером  $410 \times 175 \times 466$  нм, расположенных с периодом 600 нм, и, представляющих собой четверть-волновую пластинку, сформировали несколько оптических вихрей с топологическими зарядами 2, 4, 6 в разных порядках дифракции. В [27] с помощью трех элементов с метаповерхностью (спиральная пластинка, аксикон и зонная пластинка), представляющих собой субволновые решетки в пленке аморфного кремния, рассчитанные по методу фазы ПБ и записанные фемтосекундным лазером, сформированы векторные идеальные оптические вихри с топологическим зарядом 1–3, у которых диаметр светового кольца не зависит от топологического заряда. Длина волны 633 нм, размер элементов 6 мм, фокусное расстояние линзы 200 мм. В [111] описана иммерсионная металинза с числовой апертурой  $NA = 1,1$ , состоящая из эллиптических столбиков  $TiO_2$  размером  $80 \times 220 \times 600$  нм, размещенных с периодом 240 нм и работающих как полуволновая пластинка. При освещении линзы гауссовым пучком с круговой поляризацией, она с эффективностью 50% формирует в иммерсии субволновое фокусное пятно диаметром 240 нм (длина волны 532 нм).

В данном разделе численно с помощью FDTD-метода, реализованного в программе Fullwave, моделируется работа спиральных металинз, которые одновременно и формируют векторные оптические вихри с топологическими зарядами 1, 2, 4 и фокусируют падающий пучок в субволновое фокусное пятно или световое кольцо. Металинзы освещаются плоской волной с линейной (ТЕ и ТМ) и круговой (левой и правой) поляризациями. Металинзы локально работают как полуволновые пластинки. Новизна данных металинз в том, что расчет их основан не на методах ПБ и Гюйгенса, а на оригинальном методе, предложенном в [112].

**3.1.1. Расчет рельефа поверхности спиральных металинз.** Метод расчета компонент фотоники с метаповерхностью в тонкой пленке аморфного кремния для видимого диапазона длин волн описан в [112]. Кратко он заключается в следующем. Например, для фокусировки оптического вихря в дифракционной оптике используется спиральная зонная пластинка (СЗП) [113]. Функция пропускания бинарной фазовой СЗП имеет вид:

$$T_n(r, \varphi) = \text{sgn} \cos \left[ m\varphi + \frac{kr^2}{2f} \right], \quad (3.1)$$

где  $m$  — топологический заряд оптического вихря,  $(r, \varphi)$  — полярные координаты,  $k$  — волновое число света с длиной волны  $\lambda$ ,  $f$  — фокусное расстояние параболической линзы.

Глубина бинарного рельефа такой фазовой СЗП должна быть равна:

$$H = \lambda [2(\text{Re } n - 1)]^{-1}, \quad (3.2)$$

где  $\text{Re}$  — действительная часть показателя преломления  $n$  материала СЗП. Для видимого диапазона длин волн и для стекла глубина рельефа должна быть 300–500 нм. Если СЗП фокусирует свет вблизи своей поверхности, то крайние зоны имеют размер сравнимый с длиной волны, а размер углубления в зоне будет равен половине длины волны. Поэтому у крайних зон СЗП высота и поперечный размер ступеньки почти одинаковые и примерно равны  $\lambda/2 \approx 300$  нм. Чтобы уменьшить глубину ступеньки и сделать СЗП субволновой толщины, можно задержку фазы на  $\pi$  при переходе от зоны к зоне реализовать с помощью сдвига и поворота линий субволновых решеток. Бинарные субволновые решетки в пленке кремния работают как локальные полуволновые пластинки, которые поворачивают вектор поляризации падающего излучения на угол  $\beta = 2\alpha$ , где  $\alpha$  — угол между направлением линий решетки и вектором падающей волны. Работа полуволновых решеток основана на разных эффективных показателях преломления решетки для двух направлений вектора поляризации: вдоль линий решетки (ТЕ) и поперек их (ТМ)[114]:

$$\begin{aligned} n_{\text{eff}}^{\text{TE}} &= \sqrt{Qn_r^2 + (1-Q)n_m^2} \\ n_{\text{eff}}^{\text{TM}} &= (Qn_r^{-2} + (1-Q)n_m^{-2})^{-1/2}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где  $Q$  — филфактор или фактор заполнения решетки (отношение ширины ступеньки к периоду решетки),  $n_r$  — показатель преломления материала ступеньки,  $n_m$  — показатель преломления среды. При филфакторе  $Q = 0,5$  для получения задержки по фазе для ТЕ и ТМ поляризаций на  $\pi$  в пленке аморфного кремния с реальной частью показателя преломления  $n = 4,35$  глубина рельефа решетки должна быть равна ( $\lambda = 633$  нм):

$$H = \lambda \sqrt{n^2 + 1} [\sqrt{2}(n - 1)^2]^{-1} \approx 125 \text{ нм}. \quad (3.4)$$

Параметры решеток оптимизировались. Например, в табл. 3.1 показано как изменение филфактора  $Q$  решетки влияет на величину амплитуды и фазовой задержки прошедшей волны.

Угол наклона линий решетки к вектору поляризации  $\mathbf{E}$  падающей плоской линейно поляризованной волны равен  $\alpha = 22,5^\circ$ . Ожидается, что вектор поляризации прошедшей волны будет равен  $\beta = 45^\circ$ . Вектор  $\mathbf{E}$  расположен вдоль оси  $X$ , то есть имеет только одну проекцию  $E_x$ . Из табл. 3.1 видно, что наилучшие значения  $Q$  равны 0,4 и 0,5. Для дальнейшего выбирается  $Q = 0,5$  из-за меньшей эллиптичности (отношение между осями эллипса поляризации).

В табл. 3.2 показано как глубина канавок субволновой решетки влияет на амплитуду, фазу и эллиптичность поляризации прошедшего света.

Таблица 3.1. Влияние филфактора  $Q$  субволновой решетки ( $H = 120$  нм) на амплитуду, фазу и эллиптичность поляризации прошедшего излучения ( $\lambda = 633$  нм)

Заполнение решетки $Q$	Амплитуда $E_x$ , отн. ед.	Фаза $E_x$	Амплитуда $E_y$ , отн. ед.	Фаза $E_y$	Поляризация	Эллиптичность
0,1	1,06	$0,776\pi$	0,12	$1,32\pi$	0	0,11
0,2	0,8	$0,98\pi$	0,3	$1,47\pi$	0	0,39
0,3	0,55	$1,21\pi$	0,41	$1,62\pi$	$28^\circ$	0,66
0,4	0,41	$1,41\pi$	0,41	$1,74\pi$	$45^\circ$	0,55
0,5	0,36	$1,56\pi$	0,32	$1,81\pi$	$42^\circ$	0,38
0,6	0,34	$1,66\pi$	0,27	$1,83\pi$	$38^\circ$	0,25
0,7	0,34	$1,73\pi$	0,22	$1,88\pi$	$32^\circ$	0,2
0,8	0,34	$1,77\pi$	0,17	$1,8\pi$	$26^\circ$	0,2
0,9	0,35	$1,78\pi$	0,1	$0\pi$	$13^\circ$	0,2

Таблица 3.2. Влияние высоты рельефа субволновой решетки ( $Q = 0,5$ ) в пленке аморфного кремния на амплитуду, фазу и эллиптичность поляризации прошедшего излучения ( $\lambda = 633$  нм). Угол поворота линий решетки к падающему вектору поляризации  $\alpha = 22,5^\circ$ 

Высота рельефа, $H$ , нм	Амплитуда $E_x$ , отн. ед.	Фаза $E_x$	Амплитуда $E_y$ , отн. ед.	Фаза $E_y$	Поляризация	Эллиптичность
0,06	0,59	$0,773\pi$	0,24	$1,45\pi$	$-13,5^\circ$	0,34
0,07	0,56	$0,88\pi$	0,27	$1,5\pi$	$-12,6^\circ$	0,42
0,08	0,57	$1,01\pi$	0,28	$1,54\pi$	0	0,49
0,09	0,51	$1,17\pi$	0,32	$1,61\pi$	$16,2^\circ$	0,58
0,1	0,46	$1,32\pi$	0,32	$1,68\pi$	$27^\circ$	0,53
0,11	0,39	$1,43\pi$	0,32	$1,74\pi$	$36^\circ$	0,48
0,12	0,36	$1,56\pi$	0,32	$1,81\pi$	$41,4^\circ$	0,38
0,13	0,29	$1,69\pi$	0,3	$1,86\pi$	$44,1^\circ$	0,26
0,14	0,28	$1,8\pi$	0,27	$1,86\pi$	$43,2^\circ$	0,17
0,15	0,27	$0\pi$	0,25	$0\pi$	$42,3^\circ$	0,06
0,16	0,27	$0,1\pi$	0,24	$0,1\pi$	$40,5^\circ$	0,03

Из табл. 3.2 видно, что оптимальная глубина решетки равна  $H = 120$  нм. Это близко к теоретическому значению  $H = 125$  нм, следующему из (3.4).

Важным параметром для формирования металинзы является выбор числа решеток, поворачивающих вектор поляризации. Например, в [113] для формирования радиальной поляризации использовалось всего 4 решетки, формирующие векторы выходной поляризации с углами 45, 135, 225 и 315 градусов. Этого оказалось достаточно для формирования почти субволнового фокусного пятна примерно круглой формы. В данной работе используются 16 решеток, формирующих выходную азимутальную поляризацию с векторами, имеющими 16 градаций (разница между соседними векторами 11,25 градусов).

Заполнение субволновыми решетками СЗП подчиняется двум правилам. Правило 1: решетки располагаются таким образом, чтобы прошедшее излучение имело примерно азимутальную поляризацию. Правило 2: две соседние решетки, примыкающие к границе зоны СЗП, должны формировать два вектора поляризации, имеющих противоположенное направление, то есть реализовывать задержку фазы на  $\pi$ .

Рассчитывались спиральные зонные пластинки и соответствующие им металинзы с топологическими зарядами 1, 2 и 4.

На рис. 3.1 показаны спиральные зонные пластинки 1-го, 2-го и 4-го порядков ( $a$ ,  $b$ ,  $d$ ) и соответствующие им металинзы ( $b$ ,  $e$ ,  $e$ ). Параметры расчета для рис. 3.1 были следующие: фокусное расстояние СЗП  $f = \lambda = 633$  нм, размер пикселя файла маски металинзы 22 нм, размер элемента  $8 \times 8$  мкм. Параметры субволновых решеток на рис. 3.1 следующие: период всех решеток  $d = 220$  нм, фактор  $Q = 0,5$ , то есть ширина ступеньки 110 нм и ширина впадины тоже 110 нм. Глубина всех решеток  $H = 120$  нм. Показатель преломления тонкой пленки аморфного кремния выбран следующим:  $n = 4,352 + 0,486i$ , показатель преломления подложки равен  $n = 1,5$ . Толщина пленки равна глубине решеток.

Схематично работу спиральной металинзы на рис. 3.1 можно описать с помощью матрицы  $\hat{R}(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix}$  поворота вектора поляризации на угол  $\varphi$ , умноженной на пропускание спиральной пластинки  $\exp(im\varphi)$  и пропускание сферической линзы  $\exp(-ikr^2/(2f))$ . Тогда на выходе из такого элемента будут формироваться разные световые поля в зависимости от поляризации освещающего поля:  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  — ТЕ-поляризации ( $E_x$ ),  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  — ТМ-поляризации ( $E_y$ ),  $\begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$  — правой круговой поляризации ( $E_x + iE_y$ ) или  $\begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}$  — левой круговой поляризации ( $E_x - iE_y$ ). При освещении металинзы с  $m = 1$  светом

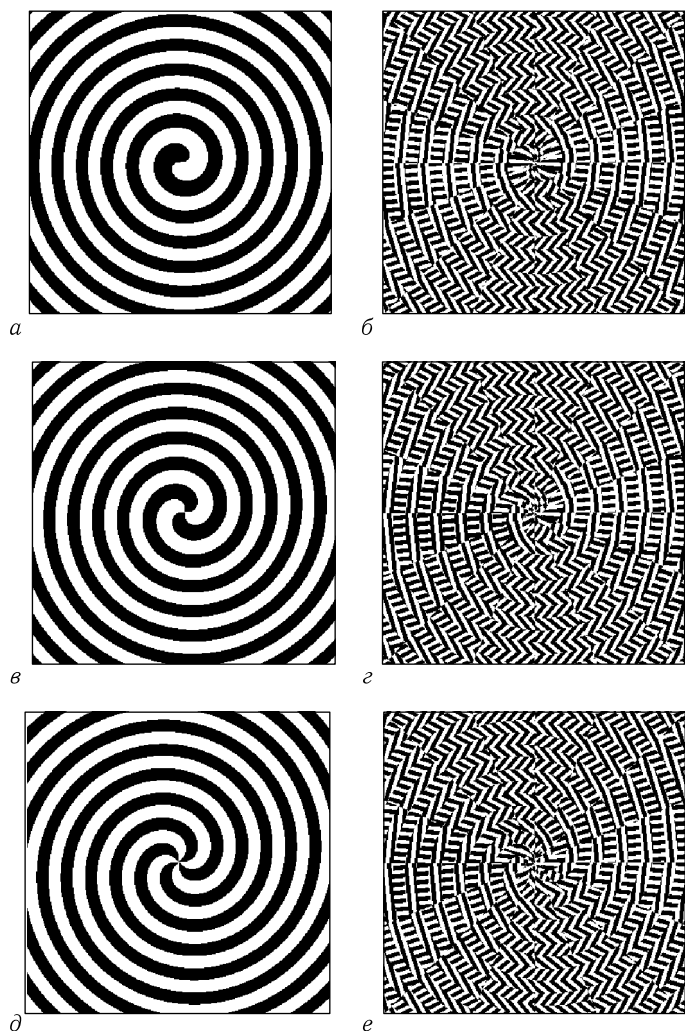


Рис. 3.1. Бинарные СЗП с топологическими зарядами  $m$ : 1 (а), 2 (б), 4 (д) и соответствующие им спиральные металинзы с топологическим зарядом  $m$ : 1 (б), 2 (з), 4 (е)

с ТЕ-поляризацией, на выходе получим

$$\exp\left(i\varphi - i\frac{kr^2}{2f}\right) \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi \\ \sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \exp\left(i\varphi - i\frac{kr^2}{2f}\right) \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}, \quad (3.5)$$

сходящийся в фокус оптический вихрь с радиальной поляризацией. При освещении линзы (рис. 3.1, б) светом с ТМ-поляризацией, на

выходе получим

$$\exp\left(i\varphi - i\frac{kr^2}{2f}\right) \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \exp\left(i\varphi - i\frac{kr^2}{2f}\right) \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

сходящийся в фокус оптический вихрь с азимутальной поляризацией. При освещении линзы (рис. 3.1, б) светом с правой круговой поляризацией, на выходе получим

$$\exp\left(i\varphi - i\frac{kr^2}{2f}\right) \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix} = \exp\left(-i\frac{kr^2}{2f}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}, \quad (3.7)$$

сходящуюся в фокус сферическую волну с правой круговой поляризацией. А при освещении линзы (рис. 3.1, б) светом с левой круговой поляризацией, на выходе получим

$$\exp\left(i\varphi - i\frac{kr^2}{2f}\right) \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\sin \varphi \\ \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix} = \exp\left(2i\varphi - i\frac{kr^2}{2f}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ -i \end{pmatrix}, \quad (3.8)$$

сходящийся в световое кольцо оптический вихрь с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией.

### 3.1.2. Моделирование работы спиральной металинзы с $m = 1$ .

Для примера опишем результаты моделирования работы спиральной металинзы только с номером 1. Моделирование проводилось FDTD-методом, реализованным в программе Fullwave. Результаты моделирования спиральной металинзы с топологическим зарядом  $m = 1$ , освещенной плоским пучком с линейной поляризацией  $E_x$ , показаны на рис. 3.2. Размер изображений  $1,33 \times 1,33$  мкм.

На рис. 3.2 показаны распределение интенсивности ( $a$ ), модули амплитуды и фазы всех проекций прошедшего поля  $E_x$  ( $b, \vartheta$ ),  $E_y$  ( $z, \delta$ ),  $E_z$  ( $e, \zeta$ ) и проекции вектора Умова–Пойнтинга (ВУП) на оптическую ось  $S_z$  ( $z$ ). Видно, что интенсивность имеет вид световых колец с минимумом интенсивности в центре. Видно также, что наибольший вклад в интенсивность ( $a$ ) дает продольная компонента поля ( $e$ ). Ее максимальная интенсивность примерно в 10 раз больше, чем интенсивность поперечных составляющих ( $b$ ) и ( $z$ ), и интенсивность падающего света. Поэтому металинза на рис. 3.1, г при освещении ее полем с поляризацией  $E_x$  формирует векторный оптический вихрь с топологическим зарядом  $m = 1$  (рис. 3.2, ж) и радиальной поляризацией. Последнее следует из того, что в фокусе металинзы световое кольцо (рис. 3.2, а) имеет преимущественно продольную поляризацию (рис. 3.2, е). Максимальное значение вектора ВУП равно 4,35, а максимальное значение модуля проекции на ось  $z$  ВУП (рис. 3.2, з) равно 2,72. То есть вдоль оптической оси распространяется только 63% всей энергии, прошедшей через фокус. Заметим, что, хотя поперечные составляющие электрического вектора много меньше продольной составляющей, только

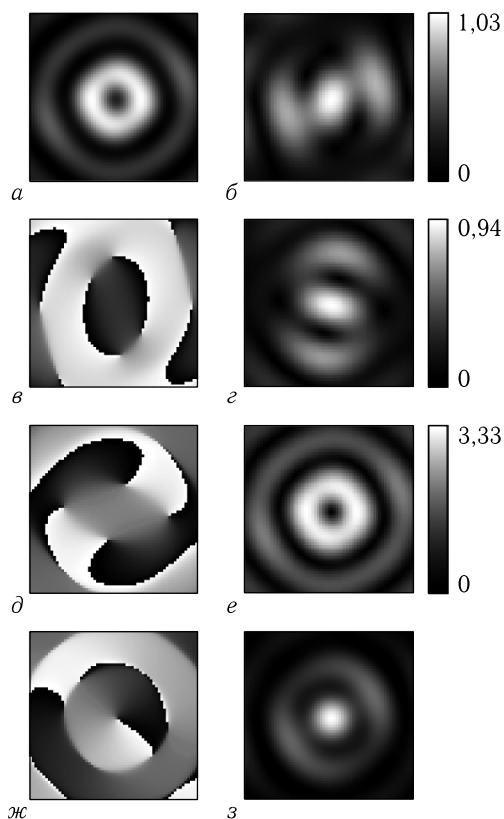


Рис. 3.2. Рассчитанные на расстоянии 600 нм от металинзы (рис. 3.1, б) с топологическим зарядом  $m = 1$ , при освещении ее плоской волной с линейной поляризацией, имеющей только одну проекцию  $E_x$ : интенсивность (а), модуль амплитуды (б) и фаза (в) проекции  $E_x$ , модуль амплитуды (г) и фаза (д) проекции  $E_y$ , модуль амплитуды (е) и фаза (ж) проекции  $E_z$  и проекция ВУП на оптическую ось  $S_z$  (з)

они дают вклад в поток световой энергии вдоль оптической оси, то есть в ВУП. Поэтому на рис. 3.2, з проекция на ось  $z$  ВУП имеет максимум на оптической оси, а в центре кольца интенсивности на рис. 3.2, а (на оптической оси) не нулевое значение, а минимум.

Если повернуть вектор поляризации падающей плоской волны на 90 градусов (поляризация  $E_y$ ) и опять осветить металинзу на рис. 3.1, б, то она будет формировать субволновый фокус с поперечной поляризацией. На рис. 3.3 показаны распределения интенсивности (а), модуля амплитуды и фазы всех проекций прошедшего поля  $E_x$  (б, в),  $E_y$  (г, д),  $E_z$  (е, ж) и проекции на оптическую ось ВУП (з). Видно, что в фокусе формируется почти круглый субволновый фокус (рис. 3.3, а)



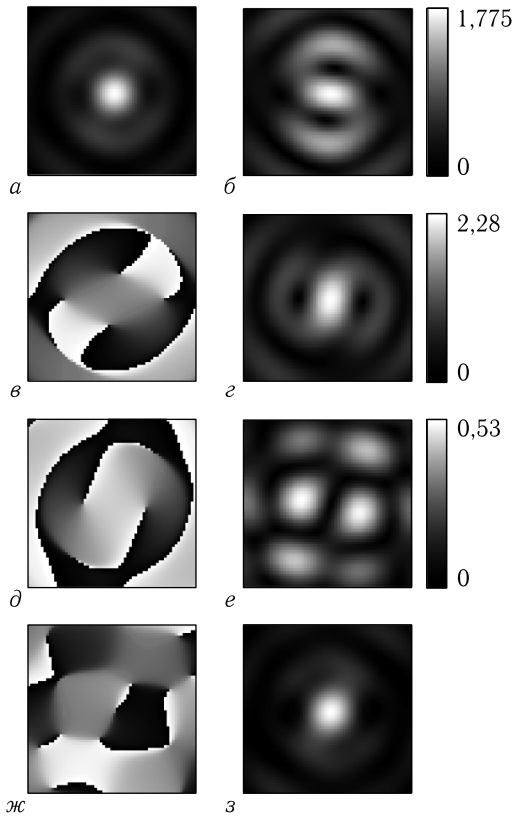


Рис. 3.3. Рассчитанные на расстоянии 600 нм от металинзы (рис. 3.1 *а, б*) с топологическим зарядом  $m = 1$ , при освещении ее плоской волной с линейной поляризацией, имеющей только одну проекцию  $E_y$ : интенсивность (*а*), модуль амплитуды (*б*) и фаза (*в*) проекции  $E_x$ , модуль амплитуды (*г*) и фаза (*д*) проекции  $E_y$ , модуль амплитуды (*е*) и фаза (*жс*) проекции  $E_z$  и проекция ВУП на оптическую ось  $S_z$  (*з*)

с поперечной поляризацией. Последнее следует из того, что максимальные интенсивности поперечных компонент электрического вектора (рис. 3.3, *б, г*) почти в 10 раз больше, чем максимальная интенсивность продольной составляющей (рис. 3.3, *е*). Максимальное значение вектора ВУП равно 2,26, а максимальное значение модуля проекции на ось  $z$  ВУП (рис. 3.3, *з*) равно 2,07. То есть почти вся энергия (90%) распространяется вдоль оптической оси.

Таким образом, в этом разделе показано, что спиральная металинза (рис. 3.1, *б*) при освещении ее светом с линейной поляризацией вдоль оси  $X$  формирует субволновый оптический вихрь с топологическим зарядом  $m = 1$  и почти продольной поляризацией. Если эту металинзу

осветить плоской волной с линейной поляризацией вдоль оси  $Y$ , то в фокусе сформируется круглое субволновое пятно с преимущественно поперечной поляризацией.

**3.1.3. Расчет проекции вектора Умова–Пойнтинга в фокусе спиральной металинзы.** На рис. 3.4 для сравнения показаны проекции ВУП на оптическую ось  $S_z$  в фокусе металинзы с топологическим зарядом  $m = 1$  (рис. 3.1, б) при освещении ее светом с линейной поляризацией вдоль оси  $X$  (а) и  $Y$  (б), а также правой (в) и левой (г) круговой поляризацией. Из рис. 3.4 видно, что в некоторых областях 2D картины проекции ВУП  $S_z < 0$ : рядом с оптической осью (а–в) и на самой оптической оси (г). То есть при освещении левой круговой поляризацией энергия вдоль оптической оси течет в обратном направлении по отношению к направлению освещения металинзы. Обратный поток энергии вблизи оптической оси у векторных оптических пучков — известное в оптике явление [2, 115, 116]. В этих работах получены явные выражения для продольной компоненты ВУП, из ко-

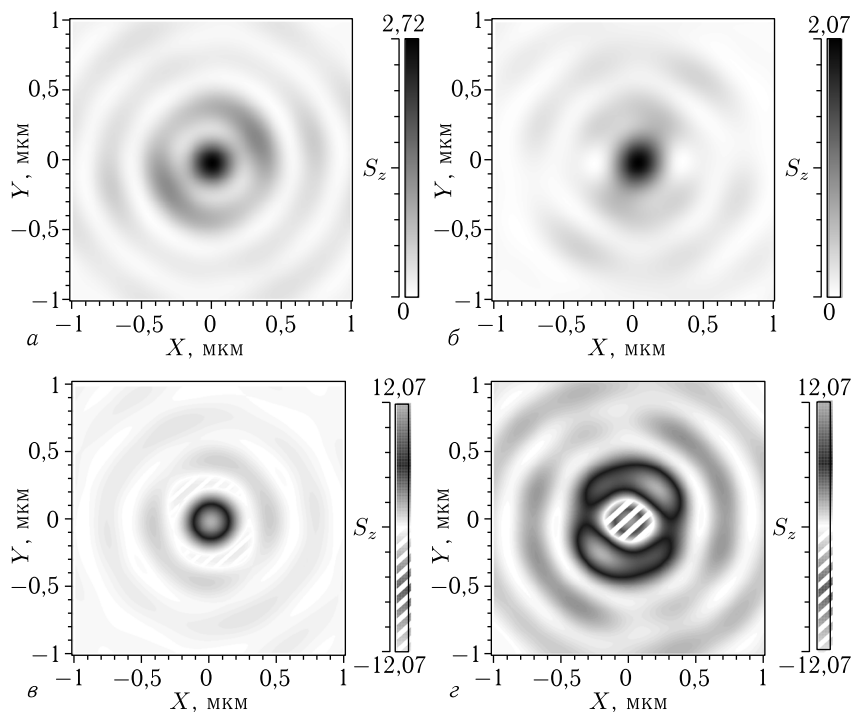


Рис. 3.4. 2D распределения проекции ВУП на оптическую ось  $S_z$  в фокусе металинзы с топологическим зарядом  $m = 1$  (рис. 3.1, б) при освещении ее светом с линейной поляризацией вдоль оси  $X$  (а) и  $Y$  (б), а также правой (в) и левой (г) круговой поляризацией

торых можно получить условия смены знака величины  $S_z$ . Так, в [2] для векторного пучка Бесселя, состоящего из линейной комбинации двух пучков Бесселя с радиальной и азимутальной поляризациями, показано, что в четных боковых лепестках (световых кольцах) поток энергии течет в обратном направлении оси  $z$ , хотя сам пучок распространяется в прямом направлении оси  $z$ . В [115] показано, что для любого бездифракционного пучка, являющегося линейной комбинацией двух соосных пучков, распространяющихся с разной фазовой скоростью вдоль положительного направления оси  $z$ , в некоторой малой области в сечении пучка с координатами  $(r, \varphi)$  поток энергии будет отрицательным. В [116] получено выражение (уравнение (19) в [116]) для  $S_z$  для острогофокусированного пучка Бесселя нулевого порядка с линейной поляризацией, из которого следует, что при некоторых параметрах на периферии фокусного пятна поток энергии может иметь противоположенное направление ( $S_z < 0$ ). Но явно в [116] об обратном потоке энергии не упоминается. Поэтому ниже мы покажем, что при острой фокусировке света с линейной поляризацией существуют локальные области в сечении фокуса, в которых поток энергии обратный ( $S_z < 0$ ). В [116] рассмотрена острая фокусировка пучка Бесселя нулевого порядка.

Ниже получим выражение для проекции ВУП в фокусе пучка Бесселя  $n$ -го порядка и с линейной поляризацией. Проекция ВУП на оптическую ось имеет вид

$$S_z = 0,5\text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]_z, \quad (3.9)$$

Для линейной поляризации  $E_y = 0$ , поэтому выражение (3.9) упрощается:

$$S_z = 0,5\text{Re}(E_x H_y^*). \quad (3.10)$$

Используя уравнение Максвелла для монохроматического света с циклической частотой  $\omega$

$$\text{rot } \mathbf{E} = ik\mathbf{H}, \quad \mu = 1, \quad (3.11)$$

где  $k = \omega/c$  — волновое число,  $c$  — скорость света, вместо (3.10) получим

$$S_z = \text{Re} \left[ \frac{i}{2k} \left\{ E_x \left( \frac{\partial E_x^*}{\partial z} - \frac{\partial E_z^*}{\partial x} \right) \right\} \right]. \quad (3.12)$$

Разложим амплитуду  $E_x$  в угловой спектр плоских волн:

$$E_x(x, y, z) = \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi, \eta) \exp \left[ ik \left( x\xi + y\eta + z\sqrt{1 - \xi^2 - \eta^2} \right) \right] d\xi d\eta, \quad (3.13)$$

где  $A(\xi, \eta)$  — амплитуда спектра плоских волн. Из третьего уравнения Максвелла  $\operatorname{div} \mathbf{E} = 0$  с учетом, что  $E_y = 0$ , найдем продольную компоненту вектора напряженности электрического поля:

$$E_z(x, y, z) = - \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\xi A(\xi, \eta)}{\sqrt{1 - \xi^2 - \eta^2}} \times \\ \times \exp [ik(x\xi + y\eta + z\sqrt{1 - \xi^2 - \eta^2})] d\xi d\eta. \quad (3.14)$$

Тогда выражение в круглых скобках в (3.12) примет вид

$$\frac{\partial E_x^*}{\partial z} - \frac{\partial E_z^*}{\partial x} = -ik \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1 - \eta^2}{\sqrt{1 - \xi^2 - \eta^2}} A^*(\xi, \eta) \times \\ \times \exp \left[ -ik \left( x\xi + y\eta + z\sqrt{1 - \xi^2 - \eta^2} \right) \right] d\xi d\eta. \quad (3.15)$$

Для примера рассмотрим пучок Бесселя  $n$ -го порядка, угловой спектр которого запишем в виде

$$A(\xi, \eta) = \exp(in\varphi) \delta(r - r_0), \\ r^2 = \xi^2 + \eta^2, \quad \operatorname{tg} \varphi = \eta/\xi. \quad (3.16)$$

Тогда вместо интегралов (3.13) и (3.15) можно записать явные выражения:

$$E_x(\rho, \theta, z) = \frac{2\pi r_0^2 e^{in\theta}}{\sqrt{1 - r_0^2}} J_n(kr_0\rho) \exp \left( ikz\sqrt{1 - r_0^2} \right), \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial E_x^*}{\partial z} - \frac{\partial E_z^*}{\partial x} = -i2\pi k \left[ \left( 1 - \frac{r_0^2}{2} \right) J_n(kr_0\rho) - \right. \\ \left. - \frac{r_0^2}{4} \left( e^{2i\theta} J_{n-2}(kr_0\rho) + e^{-2i\theta} J_{n+2}(kr_0\rho) \right) \right] \times \\ \times \exp \left( -ikz\sqrt{1 - r_0^2} \right). \quad (3.18)$$

Подставляя (3.17), (3.18) в (3.12) получим

$$S_z = \frac{2\pi^2 r_0^2}{\sqrt{1 - r_0^2}} J_n(kr_0\rho) \times \\ \times \left[ \left( 1 - \frac{r_0^2}{2} \right) J_n(kr_0\rho) - \frac{r_0^2}{4} \cos 2\theta \left( J_{n-2}(kr_0\rho) + J_{n+2}(kr_0\rho) \right) \right]. \quad (3.19)$$

В (3.19)  $kr_0 = k_r$  — поперечная проекция волнового вектора. Из (3.19) видно, что в поперечном сечении фокусного пятна есть локальные области, зависящие от полярного угла, в которых проекция ВУП отрицательная,  $S_z < 0$ . При острой фокусировке  $r_0 = 1$  и малых

значениях аргумента  $k\rho \ll 1$ , например, при  $\cos 2\theta = 1$ , получим неравенство:

$$2J_n(x) < J_{n-2}(x) + J_{n+2}(x), \quad x = k\rho. \quad (3.20)$$

Неравенство (3.20) показывает, что вблизи первого (не осевого) нуля функции Бесселя порядка  $n$  на горизонтальной оси имеется область, в которой световая энергия распространяется в обратном направлении. Для  $n = 0$  (в фокусе световое пятно) неравенство (3.20) выглядит проще:

$$J_0(x) < J_2(x), \quad x = k\rho. \quad (3.21)$$

Максимальное значение  $S_z$  на оптической оси равно 2,72 (рис. 3.4, *а*), 2,07 (рис. 3.4, *б*), 12,0 (рис. 3.4, *в*) и  $-2,31$  (рис. 3.4, *г*). То есть поток энергии вблизи оптической оси при освещении металинзы светом с линейной поляризацией (рис. 3.4, *а, б*) примерно равен потоку энергии в обратном направлении вдоль оптической оси при освещении светом с левой круговой поляризацией (рис. 3.4, *г*). Заметим, что на рис. 3.4, *г* поток энергии вдоль оптической оси распространяется по кольцу с максимальным значением  $S_z$  равным 2,94. Заметим также, что вдоль самой оптической оси (строго при  $x = y = 0$ )  $S_z$  на рис. 3.4, *г* равно нулю. Удивительно, что максимальный поток энергии вдоль оптической оси наблюдается при освещении металинзы светом с правой круговой поляризацией (рис. 3.4, *б*). Заметим также, что анализ (3.9)–(3.19) не может объяснить наличие обратного потока энергии в случае острой фокусировки света с круговой поляризацией.

**3.1.4. Поток энергии в фокусе для спиральной металинзы с  $m = 2$ .** На рис. 3.5 для сравнения показаны распределения проекции ВУП на оптическую ось  $S_z$  в фокусе металинзы с топологическим зарядом  $m = 2$  (рис. 3.1, *г*) при освещении светом с разной однородной поляризацией. Максимальные значения проекции ВУП  $S_z$  равны: 1,28 на несимметричном кольце (рис. 3.5, *а*), 0,852 на несимметричном кольце (рис. 3.5, *б*), ноль на оси,  $-0,795$  на первом кольце и 1,94 на втором кольце и (рис. 3.5, *в*), 0 на самой оси, 3,69 на первом кольце и  $-0,47$  на втором кольце (рис. 3.5, *г*). На всех картинах на рис. 3.5 на оптической оси  $S_z$  равно нулю.

Из рис. 3.5 видно, что обратный поток энергии в фокусе при  $m = 2$  так же зависит от поляризации падающего света, как и для случая  $m = 1$  (рис. 3.4), но отличается расположением локальных областей с обратным потоком. При освещении металинзы (рис. 3.1, *г*) светом с линейной поляризацией области обратного потока несимметричны, имеют относительно малую площадь и малую величину потока энергии (рис. 3.5, *а, б*). При освещении металинзы (рис. 3.1, *г*) светом с круговой поляризацией области обратного потока энергии обладают симметрией, по площади составляют заметную часть площади фокуса и имеют значительную величину обратного потока (сравнимую с прямым потоком энергии): на рис. 3.5, *в* — вблизи оптической оси (аналогичный результат получен в [3]), на рис. 3.5, *г* — в первом темном кольце.

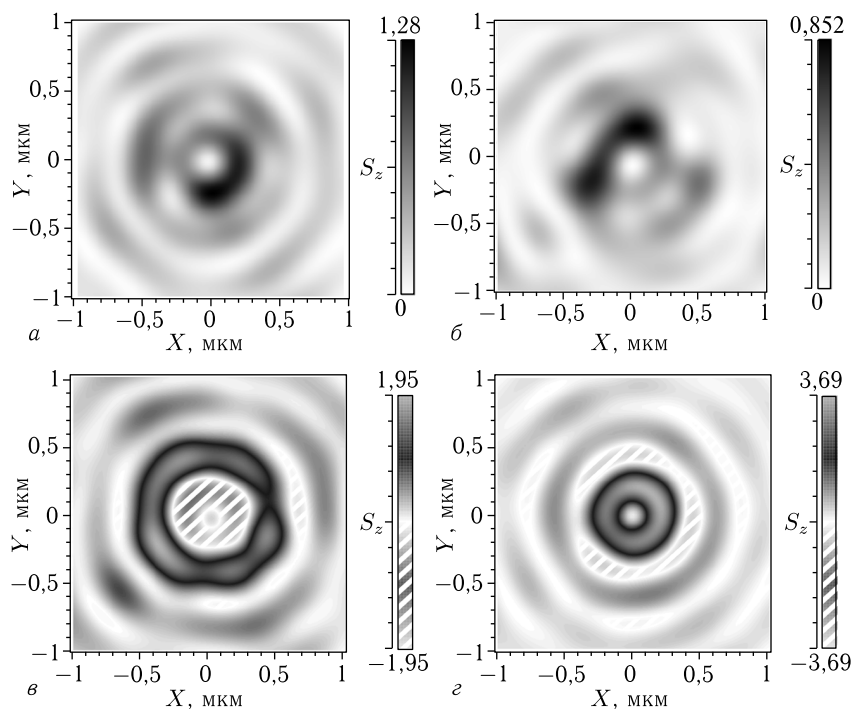


Рис. 3.5. 2D распределения проекции ВУП на оптическую ось  $S_z$  в фокусе металинзы с топологическим зарядом  $m = 2$  (рис. 3.1,  $z$ ) при освещении ее светом с линейной поляризацией вдоль оси  $X$  ( $a$ ) и  $Y$  ( $б$ ), а также правой ( $в$ ) и левой ( $г$ ) круговой поляризацией

В данном разделе с помощью FDTD-моделирования и теоретически с помощью разложения по плоским волнам показано, что в области острого фокуса (числовая апертура около 1), который формируется вблизи спиральной металинзы при освещении ее лазерным излучением с разными однородными поляризациями, имеют место локальные области в которых проекция вектора Умова–Пойнтинга имеет отрицательные значения, то есть в этих областях поток энергии направлен в обратном направлении. Ранее уже было замечено, что обратный поток энергии, который может перемещать микрочастицы против направления распространения лазерного пучка (оптический трактор), возникает в симметричных пучках Бесселя [2] или при интерференции двух лазерных пучков, имеющих разную фазовую скорость [115]. В этой работе мы показали, что обратный поток энергии может возникать при острой фокусировке вихревого лазерного излучения ( $m = 1, 2$ ) с линейной ( $\sigma = 0$ ) или круговой поляризациями ( $\sigma = \pm 1$ ). Для  $m = 2$  и  $\sigma = -1$  это было получено в [3].

### 3.2. Измерение обратного потока в фокусе металинзы

Требование к уменьшению оптических элементов привело в последнее время к активному изучению элементов на основе метаповерхностей — сверхтонких оптических элементов, позволяющих одновременно управлять амплитудой, фазой и поляризацией падающего на них излучения. Наиболее востребованные оптические элементы — линзы, были созданы на основе исследования метаповерхностей в [117–122]. В этих работах металинзы для получения желаемых характеристик света использовали оптические антенны. Например, в работе [118] использовались антенны в виде цилиндров с эллиптическим основанием, а в работе [120] — L-образные антенны. Другой способ управления характеристиками светового поля — использование субволновых решеток. Субволновая решетка анизотропна — прошедшие через нее волны с ТЕ- и ТМ-поляризациями будут обладать различными амплитудами и фазами. На основе этого эффекта можно создавать аналоги классических поляризаторов и волновых пластинок [123]. В частности, ранее нами исследовались металинзы на основе субволновых решеток, предназначенные для острой фокусировки лазерного света. В работе [124] 16-секторная металинза преобразовывала падающий на нее линейно-поляризованный свет в азимутально-поляризованный оптический вихрь и фокусировала его в субволновое фокусное пятно с размерами меньше дифракционного предела. Получение фокусных пятен с размерами меньше дифракционного предела не единственный интересный эффект, который можно обнаружить в остром фокусе. В остром фокусе можно формировать световые тоннели [76, 77], цепочки фокусов [78, 79], фокусы с плоской вершиной [80, 81]. Ранее нами теоретически было показано, что при фокусировке света со специально подобранной поляризацией и фазой в фокусе удастся сформировать области, в которых направление вектора Пойнтинга противоположно направлению распространения света [29, 88, 89].

В данном разделе описывается металинза, предназначенная для формирования обратного потока энергии в остром фокусе. Металинза совмещает в себе спиральную зонную пластинку Френеля с фокусным расстоянием 633 нм и 16-секторный поляризатор на основе бинарных субволновых решеток с периодом 220 нм и глубиной 130 нм, и сформирована в тонкой пленке аморфного кремния на прозрачной подложке. Секторный поляризатор преобразует линейно-поляризованный гауссов пучок в цилиндрический векторный пучок второго порядка, гауссов пучок с правой круговой поляризацией преобразует в оптический вихрь с топологическим зарядом  $m = -2$  и правой круговой поляризацией, а пучок с левой круговой поляризацией — в оптический вихрь с топологическим зарядом  $m = +2$  и левой круговой поляризацией. Изготовленная металинза обладает следующей особенностью: любой входной пучок с однородной поляризацией (линейной, правой круговой или левой круговой) после прохождения металинзы будет формировать

вблизи фокуса на оптической оси обратный поток энергии (осевая проекция вектора Пойнтинга будет отрицательная).

**3.2.1. Изготовление металинзы.** На рис. 3.6, *a* показан шаблон исследуемой металинзы. Подробное описание расчета такой металинзы дано в [125]. Металинза соединяет в себе секторную волновую пластинку со спиральной зонной пластинкой Френеля с фокусным расстоянием  $f = \lambda = 633$  нм (числовая апертура  $NA \sim 1$ ). Волновая пластинка преобразует поляризацию падающего на нее излучения в соответствии с матрицей Джонса вида

$$R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos 2\varphi & -\sin 2\varphi \\ \sin 2\varphi & \cos 2\varphi \end{pmatrix}, \quad (3.22)$$

где  $\varphi$  — полярный угол в плоскости металинзы.

В [125] было показано, что металинза (3.22) преобразует линейно-поляризованную плоскую волну в цилиндрический векторный пучок второго порядка, плоскую волну с правой круговой поляризацией — в оптический вихрь с топологическим зарядом  $m = -2$  и правой круго-

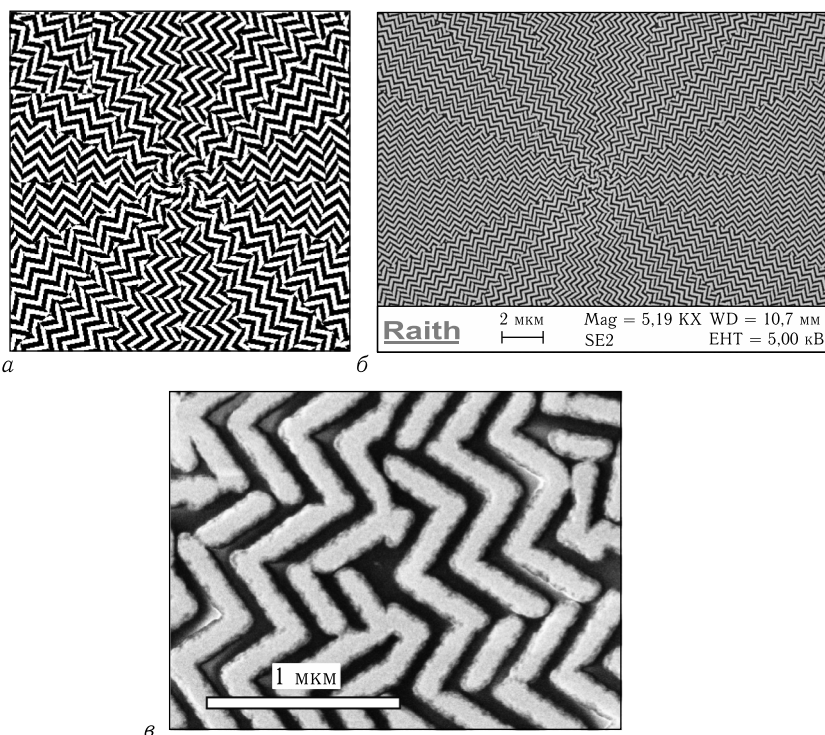


Рис. 3.6. Шаблон исследуемой металинзы (*a*), СЭМ изображение изготовленной металинзы (*б*), увеличенный фрагмент (*в*)



вой поляризацией, а плоскую волну с левой круговой поляризацией — в оптический вихрь с топологическим зарядом  $m = +2$  и левой круговой поляризацией.

Для изготовления металинзы пленка аморфного кремния (a-Si, показатель преломления  $n = 4,35 + i0,486$ ) толщиной 130 нм была нанесена на прозрачную пирексную подложку ( $n = 1,5$ ) и покрыта слоем резиста ПММА толщиной 320 нм. Резист запекался при температуре 180 °С. Толщина резиста в 320 нм была подобрана оптимальным образом. Чтобы избежать формирования заряда, поверхность образца была покрыта слоем золота толщиной 15 нм. Бинарный шаблон был перенесен на резист с помощью электронного луча при напряжении в трубке 30 кВ. Для проявления образца использовался раствор воды и изопропанола в соотношении 3 : 7.

Перенос шаблона (рис. 3.6, а) с резиста на аморфный кремний был осуществлен с помощью реактивного ионного травления с использованием газов  $\text{CHF}_3$  и  $\text{SF}_6$ . Аспектное отношение травления скоростей материала и резиста считалось равным 1 : 2,5. Изображение металинзы, полученное с помощью электронного микроскопа, показано на рис. 3.6, б. На рис. 3.6, в показан увеличенный фрагмент металинзы. Диаметр металинзы 30 мкм, период бинарных субволновых решеток равен 220 нм (110 нм ширина впадин и 110 нм ширина выступов). Глубина рельефа металинзы равна толщине пленки аморфного кремния и равна 130 нм. Локальные субволновые решетки заполняют 16 секторов, то есть линза поворачивает поляризацию падающего на нее света на 16 разных углов. Задержка по фазе на  $\pi$  между соседними зонами спиральной линзы Френеля в металинзе на рис. 3.6 обеспечивается тем, что субволновые решетки в соседних зонах формируют векторы поляризации, направленные в противоположенные стороны. Поэтому угол между штрихами субволновых решеток в соседних зонах линзы Френеля равен 90 градусов. Рисунок рельефа такой металинзы по углу похож на «шеvron», а по радиусу похож на «зигзаги».

**3.2.2. Моделирование методом конечных разностей во временной области (FDTD-метод).** Моделирование методом FDTD, реализованным в программе FullWave показало, что металинза формирует обратный поток при освещении ее светом любой поляризации: линейной, круговой правой и круговой левой. На рисунках 3.7–3.9 показано распределение в фокусе (на расстоянии от металинзы 400 нм) интенсивности  $I = I_x + I_y + I_z$ , продольной компоненты вектора Пойнтинга  $S_z$  и поперечной составляющей интенсивности  $I_x + I_y$ , соответственно. Отдельные составляющие интенсивности рассчитывались как усреднение соответствующих компонент напряженности электрического поля. Из рис. 3.7 видно, что интенсивность в фокусе имеет вид кольца (круговая поляризация) или двух максимумов (линейная поляризация). В центре кольца интенсивность ненулевая — это особенно хорошо видно по поперечной составляющей интенсивности (рис. 3.9). Стоит

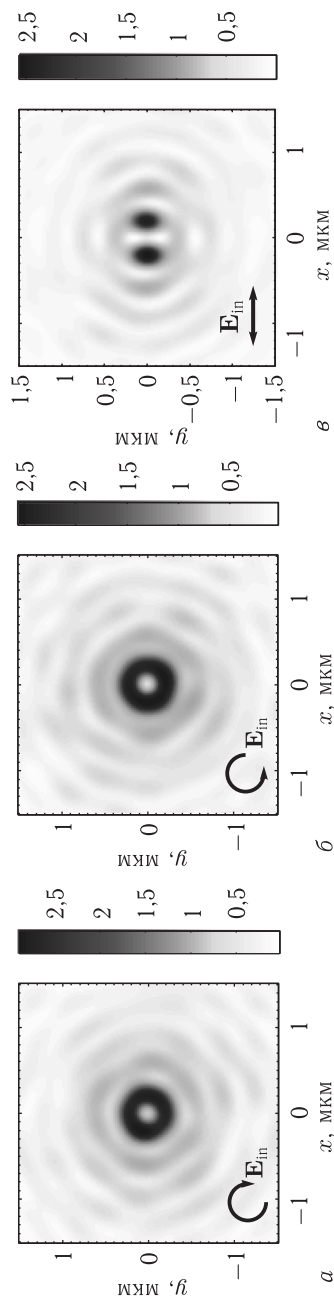


Рис. 3.7. Распределение (негатив) интенсивности  $I = I_x + I_y + I_z$  в плоскости фокуса металинзы (рис. 3.6, а) для падающего света (а) с правой круговой, (б) левой круговой и (в) линейной поляризацией

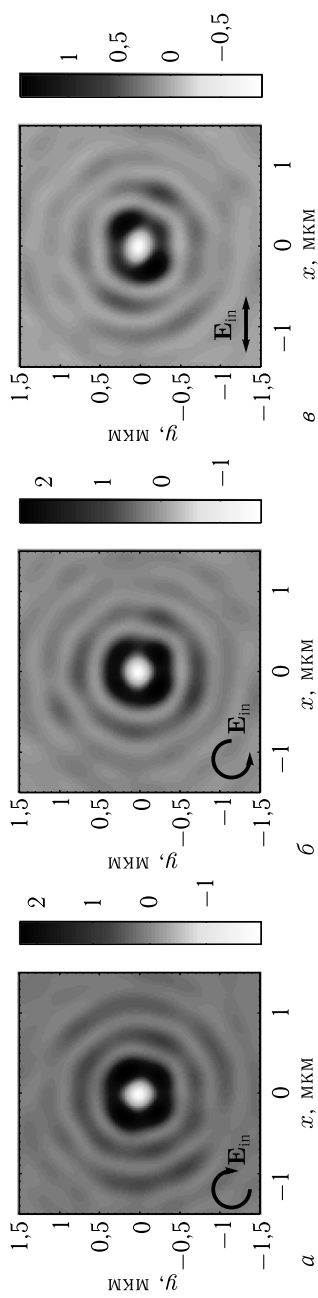


Рис. 3.8. Распределение (негатив) продольной компоненты вектора Пойнтинга  $S_z$  в плоскости фокуса металинзы (рис. 3.6, а) для падающего света (а) с правой круговой, (б) левой круговой и (в) линейной поляризацией

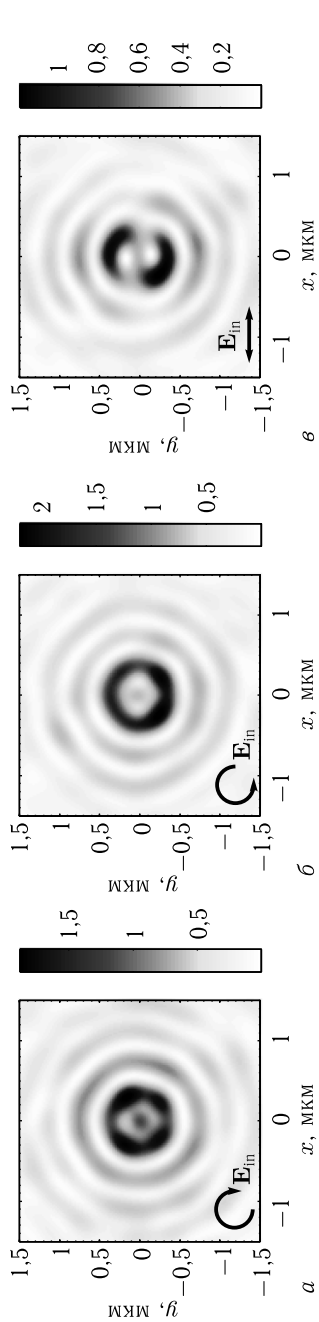


Рис. 3.9. Распределение (негатив) поперечной интенсивности  $I_x + I_y$  в плоскости фокуса металлинзы (рис. 3.6, а) для падающего света (а) с правой круговой, (б) левой круговой и (в) линейной поляризацией

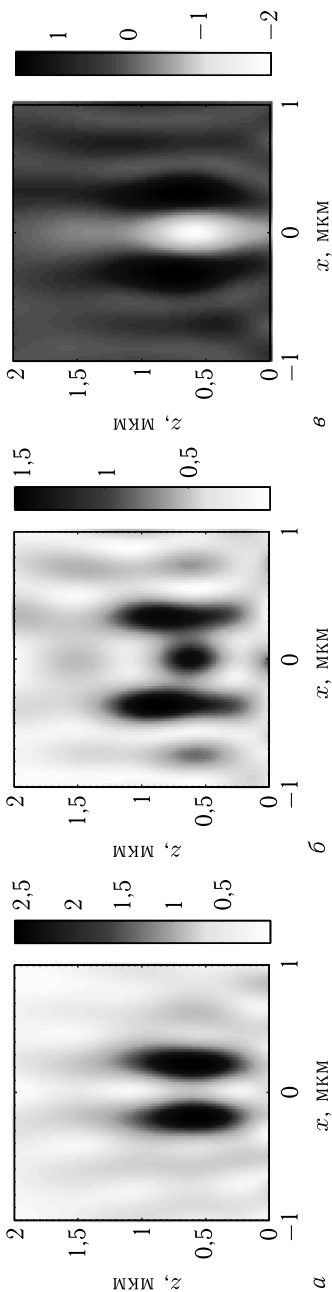


Рис. 3.10. Распределение (негатив) (а) суммарной (полной) интенсивности, (б) поперечной составляющей интенсивности и (в) продольной компоненты вектора Пойнтинга вдоль оптической оси вблизи фокуса металлинзы (рис. 3.6, а) для падающего света с правой круговой поляризацией

также отметить, что в отличие от металинз с непрерывным изменением рельефа [126] секторная металинза формирует кольцо более симметричного вида — в работе [126], где численно исследуется металинза с непрерывным изменением рельефа, сечения в фокусной плоскости вдоль различных осей отличались даже по количеству боковых пиков. Из рис. 3.8 видно, что во всех случаях в центре картины поток энергии имеет максимальное по модулю отрицательное значение. Рис. 3.9 приведен для сравнения с экспериментом, так как металлический пирамидальный кантилевер, которым измеряется поле вблизи фокуса, регистрирует поперечную интенсивность света [116]. Из рис. 3.9 видно, что во всех случаях на оптической оси (в центре картины) интенсивность не нулевая. На рис. 3.10 показано распределение тех же характеристик светового поля (полная интенсивность, поперечная интенсивность и продольная проекция вектора Пойнтинга), но вдоль оси распространения  $z$  для света с правой круговой поляризацией (в силу симметрии в данном случае распределения в плоскостях  $XZ$  и  $YZ$  примерно одинаковые).

Из рис. 3.10 видно, что интенсивность (рис. 3.10, *а*) и продольная составляющая вектора Пойнтинга (рис. 3.10, *в*) в поперечной плоскости ( $XY$ ) всегда имеют вид кольца. Полная интенсивность на оптической оси (рис. 3.10, *а*) имеет чередование нулевых и ненулевых значений. Продольная компонента вектора Пойнтинга на оси всегда имеет отрицательные значения (рис. 3.10, *в*). У поперечной составляющей интенсивности (рис. 3.10, *б*) наблюдается другой характер распределения в поперечных плоскостях: происходит чередование световых колец и пиков интенсивности.

На рис. 3.11 показана фокусировка металинзой света с линейной поляризацией в плоскостях  $XZ$  и  $YZ$ . Из рис. 3.11, *а* и рис. 3.11, *б* видно, что распределение интенсивности имеет вид асимметричного кольца. Аналогичная асимметрия, хотя и в меньшей степени, наблюдается и для проекции вектора Пойнтинга.

**3.2.3. Измерение поперечной интенсивности в фокусе металинзы.** С помощью сканирующего ближнепольного оптического микроскопа (СБОМ) изучалась фокусировка лазерного света с помощью созданной металинзы (рис. 3.6, *б*). Схема эксперимента показана на рис. 3.12. В эксперименте использовался лазер, излучающий линейно-поляризованный свет с длиной волны 633 нм, пучок дополнительно чистился с помощью пинхола  $PH$ . Четвертьволновая пластинка преобразовывала линейную поляризацию в круговую. Две линзы  $L_1$  и  $L_2$  с фокусными расстояниями 150 мм и 10 мм фокусировали освещающий пучок, так чтобы диаметр пучка был примерно равен диаметру металинзы (30 мкм). Прошедшее через линзу излучение попадало в отверстие на вершине диаметром 100 нм полого пирамидального металлического кантилевера  $C$ . Прошедший через отверстие кантилевера свет фокусировался с помощью 100-кратного объектива  $O_1$  и проходил

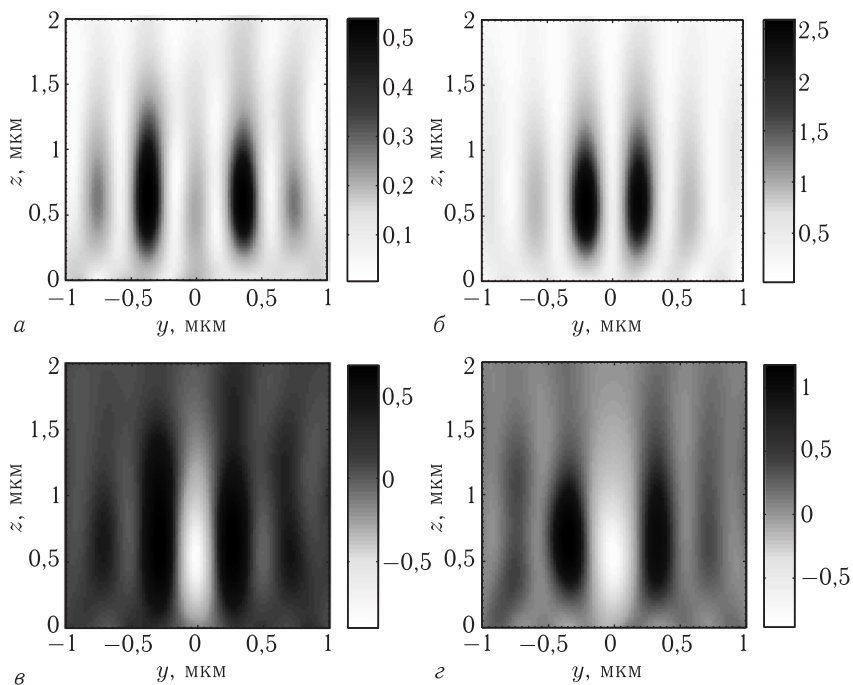


Рис. 3.11. Распределение (негатив) интенсивности вдоль оптической оси для металлинзы (рис. 3.6, *а*) в плоскостях  $YZ$  (*а*) и  $XZ$  (*б*) и продольная проекция вектора Пойнтинга в плоскостях  $YZ$  (*в*) и  $XZ$  (*г*) при фокусировке света с линейной поляризацией вдоль оси  $X$

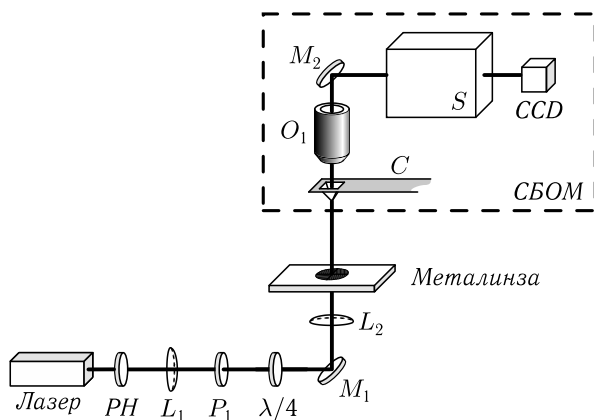


Рис. 3.12. Схема эксперимента.  $P_1$  — поляризатор,  $L_1, L_2$  — линзы,  $PH$  — пинхол,  $M_1, M_2$  — зеркала,  $C$  — кантилевер,  $O_1$  — 100× объектив,  $S$  — спектрометр

через спектрометр  $S$  (Solar III, Nanofinder 30) для фильтрации irrelevantного излучения, прежде чем свет зарегистрировался CCD-камерой (Andor, DV401-BV).

Эксперимент показал, что при освещении металлинзы (рис. 3.6, б) светом с круговой поляризацией на расстоянии 0,4–0,5 мкм формируется поперечное распределение интенсивности в форме кольца диаметром около 800 нм (рис. 3.13, а). При удалении от металлинзы (на расстоянии 0,6–0,7 мкм) в центре кольцевого распределения интенсивности появляется локальный максимум с диаметром FWHM = 0,6λ (рис. 3.13, б), а на расстоянии 0,8–0,9 мкм снова формируется кольцевое распределение интенсивности (рис. 3.13, в). По этому чередованию пиков и колец можно сделать вывод о соответствии распределения, полученного на СБОМ, распределению поперечной составляющей интенсивности в моделировании (рис. 3.10, б).

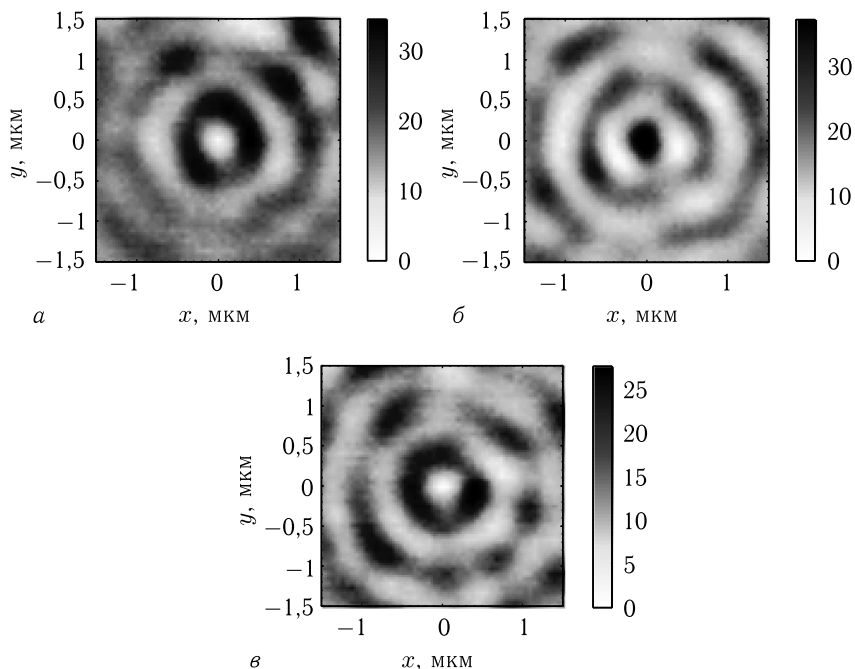


Рис. 3.13. Распределение (негатив) поперечной интенсивности, измеренной на расстояниях (а) 0,4 мкм (фокус), (б) 0,6 мкм и (в) 0,8 мкм при освещении металлинзы (рис. 3.6, б) светом с круговой поляризацией

На рис. 3.14 для удобства показаны рядом интенсивность, измеренная СБОМ (рис. 3.14, а, в), и поперечная интенсивность, рассчитанная FDTD-методом (рис. 3.14, б, г).

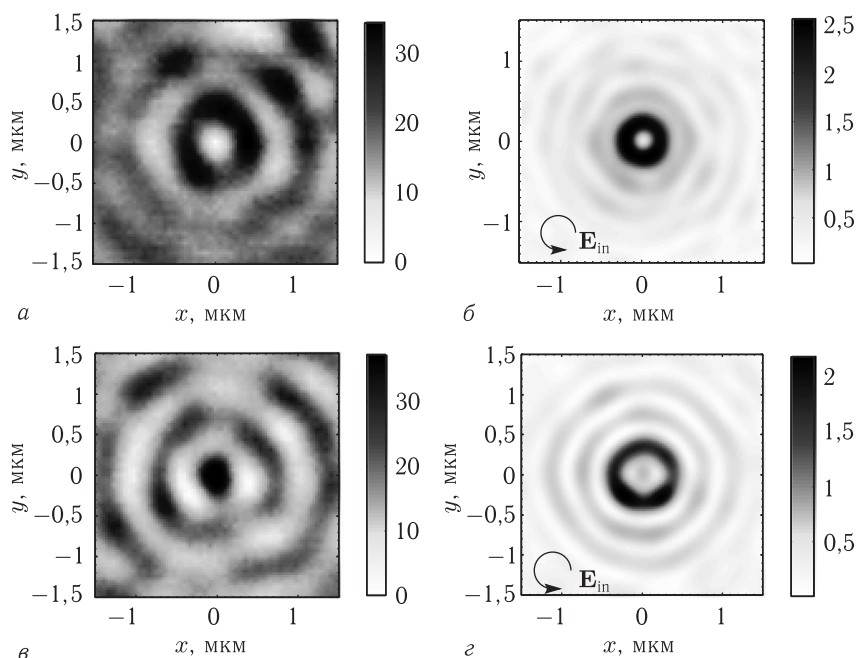


Рис. 3.14. Измеренные СБОМ (а, в) и рассчитанные FDTD-методом (б, г) распределения (негатив) поперечной интенсивности  $I_x + I_y$  для металлинзы (рис. 3.6) на расстоянии от нее: 0,4 мкм (фокус) (а, б) и 0,6 мкм (в, г). Металлинза освещалась сфокусированным гауссовым пучком с левой круговой поляризацией

Из сравнения рис. 3.14, а и рис. 3.14, б видно, что диаметр кольца в эксперименте ( $\text{FWHM} = 0,81$  мкм) превышает диаметр кольца интенсивности, полученного при моделировании ( $\text{FWHM} = 0,66$  мкм). Это связано с тем, что в эксперименте диаметр металлинзы (30 мкм) был немного больше, чем диаметр падающего на нее сфокусированного гауссова пучка с круговой поляризацией.

Сравнивая экспериментальные картины распределения интенсивности в фокусе металлинзы (рис. 3.14, а, в) и рассчитанные (рис. 3.14, б, г) видно их качественное согласие. Но видно и их различие. Это различие (расчета и эксперимента) объясняется рядом ошибок в эксперименте: 1) технологические ошибки при изготовлении металлинзы (рис. 3.6, б), 2) ошибка при формировании заданного диаметра освещающего металлинзу пучка, 3) ошибка в измерении точного расстояния до поверхности металлинзы (ошибка около 100 нм), 4) ошибка при измерении интенсивности с помощью кантилевера, который своим присутствием возмущает световое поле. Качественное согласие эксперимента и расчета на рис. 3.14 косвенно доказывает, что вблизи фокуса металлинзы

имеет место обратный поток энергии. Прямое измерение обратного потока в фокусе металлинзы с помощью кантилевера невозможно, так как кантилевер не измеряет поток энергии, а измеряет поперечную интенсивность [116]. Прямое измерение обратного потока в фокусе микрообъектива с числовой апертурой 0,95 было сделано в [69].

Рассмотрим теперь фокусировку света с линейной поляризацией. Распределение интенсивности в фокусе (на расстоянии 0,4 мкм от металлинзы), измеренное СБОМ для данного случая, приведено на рис. 3.15, *a*.

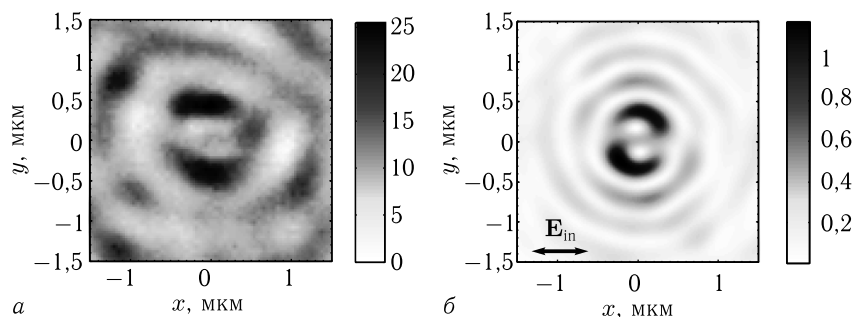


Рис. 3.15. Поперечные распределения (негатив) интенсивности в фокусе металлинзы (рис. 3.6) на расстоянии 0,4 мкм от ее поверхности, измеренное СБОМ рис. 3.14 (*a*) и рассчитанное FDTD-методом (*b*). Металлинза освещалась сфокусированным гауссовым пучком с линейной поляризацией, направленной вдоль оси  $X$

Из рис. 3.15 видно, что наблюдается распределение интенсивности в виде двух пиков (расстояние между пиками интенсивности на рис. 3.15, *a* равно 0,87 мкм), при этом в центре интенсивность не нулевая. Для более детального сравнения на рис. 3.16 показаны сечения поперечной интенсивности на расстоянии 0,4 мкм от металлинзы (рис. 3.6) вдоль оси  $Y$ , измеренное СБОМ (рис. 3.15, *a*) и рассчитанное FDTD-методом (рис. 3.15, *b*) (*b*). Из сравнения данных эксперимента и расчета на рис. 3.15 и 3.16 видно их качественное согласие. Различие между теорией и экспериментом объясняется тем, что измерение интенсивности с помощью кантилевера вносит некоторое возмущение в измеряемое световое поле. Качественное совпадение распределений поперечной интенсивности, измеренной в эксперименте и рассчитанной FDTD-методом, косвенно доказывает, что при освещении металлинзы (рис. 3.6) светом с линейной поляризацией в фокусе металлинзы вблизи оптической оси имеет место обратный поток энергии.

В данном разделе исследовалась высокоапертурная металлинза, созданная по технологии электронной литографии и ионного травления в тонкой пленке аморфного кремния и предназначенная для формирования обратного потока энергии в остром фокусе. Такая металлинза



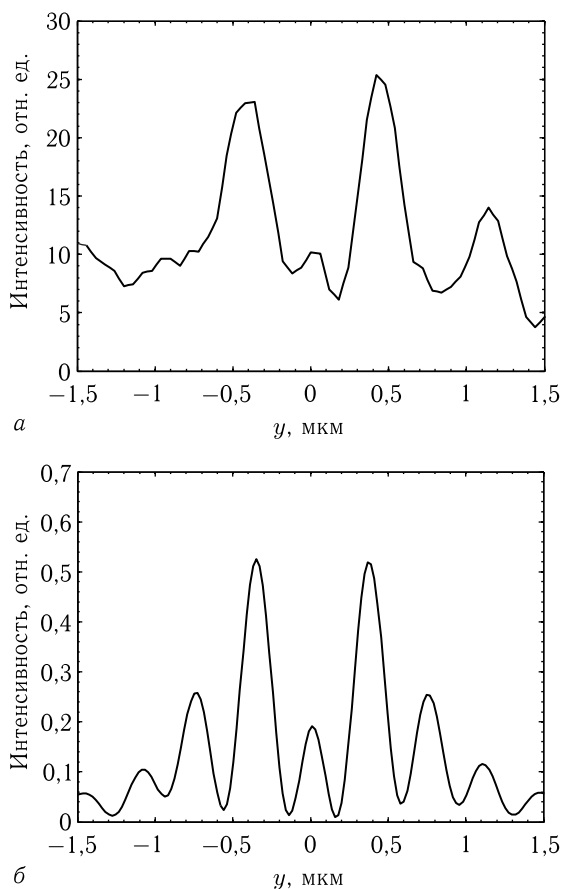


Рис. 3.16. Сечение поперечной интенсивности (негатив) в фокусе вдоль оси  $Y$ , измеренное на СБОМ (рис. 3.15, *а*) и рассчитанное FDTD-методом (рис. 3.15, *б*) (*б*)

создана и исследуется впервые. Ее особенность в том, что любой входной пучок с однородной поляризацией (линейной, правой круговой или левой круговой) после прохождения металлинзы формирует вблизи фокуса на оптической оси обратный поток энергии. Металлинза имеет диаметр 30 мкм и совмещает в себе спиральную зонную пластинку Френеля с фокусным расстоянием, равным длине волны света 633 нм (в эксперименте фокус находился на расстоянии около 400 нм), и 16-секторный поляризатор на основе бинарных субволновых решеток с периодом 220 нм в тонкой пленке аморфного кремния. Секторный поляризатор преобразует свет с линейной поляризацией в цилиндрический векторный пучок второго порядка, а свет с правой (левой)

круговой поляризацией в оптический вихрь с топологическим зарядом  $m = -2$  ( $m = 2$ ) и правой (левой) круговой поляризацией.

Измерение интенсивности вблизи поверхности металинзы были сделаны с помощью СБОМ с полым пирамидальным кантилевером с отверстием в вершине диаметром около 100 нм. Экспериментально было показано, что при освещении металинзы светом с круговой поляризацией в фокусе наблюдается кольцо, а при фокусировке света линейной поляризации — два пика интенсивности. Экспериментальные картины интенсивности качественно согласуются с картинами поперечной интенсивности, рассчитанными FDTD-методом. Это соответствие измеренной и рассчитанной поперечной интенсивности в фокусе, позволяет утверждать, что изготовленная металинза «работает» правильно, и что в фокусе такой металинзы и для линейной, и для круговой поляризации, формируется обратный поток энергии.

### **3.3. Измерение обратного потока энергии с помощью микрообъектива**

Оптические вихри и пучки являются объектом пристального внимания ученых [47]. Эти пучки имеют спиральную фазу, поток энергии у таких пучков распространяется по спирали [48]. Интерес к ним обуславливается их широким применением. Спиральные фазовые пластинки используются в телескопах для обнаружения экзопланет [49], а сами вихревые пучки используются для захвата и управления движением микрочастиц в оптическом пинцете [50, 51], поворота частиц оптическим гаечным ключом [52], передачи микрочастице орбитального углового момента [53], увеличения скорости передачи информации в системах беспроводной оптической связи [54], в квантовой информатике [55, 56] и высокоразрешающей оптической микроскопии [57]. Еще одна возможность использования оптических вихрей — создание пучков с областью, где направление распространения энергии противоположно направлению распространения пучка [10, 29, 42, 43]. Ранее мы продемонстрировали, что в остром фокусе оптического вихря с целым топологическим зарядом, большим единицы, и круговой поляризацией возникает обратный поток энергии [29], если топологический заряд равен двум, то обратный поток возникает на оптической оси [42]. Аналогичным образом обратный поток формируется в остром фокусе поляризационного вихря [43]. В [10] показано, что обратный поток можно сформировать с помощью металинзы.

Ранее эффект обратного распространения световой энергии изучался и другими исследователями, например, в работах [1, 8, 30, 58, 64, 91, 127–129], однако ранее демонстрировавшийся обратный поток был мал по величине по сравнению с прямым потоком и наблюдался в областях, отдаленных от точки фокуса. В [1, 127] демонстрировалось, что обратные потоки энергии наблюдаются даже в достаточно простых

случаях: в классической работе Ричардса и Вольфа [1] обратный поток энергии возникал в остром фокусе при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией, в [127] — в интерференционной картине четырех плоских волн (при этом автор посчитал, что такой результат не имеет физического смысла). Круговые потоки энергии, возникающие в плоскости вдоль оси распространения пучка и содержащие обратные потоки энергии, наблюдались в работах [64, 91, 129]. В [58] теоретически получены выражения для плотности вектора Пойнтинга  $X$ -пучков и получены необходимые условия для появления обратного потока энергии. Существование обратного потока энергии численно продемонстрировалось для непараксиальных ускоряющихся пучков Эйри и непараксиальных параболических пучков Вебера [8, 30].

В работе [13] было показано, что обратный поток энергии должен воздействовать на электрически нейтральные частицы, обладающие проводимостью. При этом размер таких частиц должен быть значительно меньше длины волны. В качестве примера таких частиц можно назвать частицы  $ZnO$ , в последнее время отмечается рост применения частиц из оксида цинка с размерами порядка десятков и сотен нанометров в медицинских приложениях [130–132], для задач детектирования [133], создания метаматериалов [134], использования в солнечных батареях [135, 136] и т. д.

В данном разделе с помощью двух одинаковых микрообъективов с числовой апертурой 0,95 мы измерили распределение потока энергии в остром фокусе оптического вихря с топологическим зарядом 2 и круговой поляризацией, а также цилиндрического векторного пучка второго порядка. В обоих случаях было получено схожее распределение потока энергии со слабым локальным максимумом (точнее седловой точкой) в центре фокуса, обусловленным дифракцией прямого потока энергии на круге (с диаметром примерно 300 нм), ограничивающим трубку обратного потока энергии. Это первое доказательство существования и реальности обратного потока энергии.

Также показано, что частица, помещенная в область обратного потока энергии, должна двигаться в сторону, противоположную направлению распространения пучка. Таким образом, обратный поток энергии в остром фокусе оптического вихря в [43] достаточен для создания диссипативной силы тянущей микрочастицу назад — в сторону источника излучения

**3.3.1. Эксперимент по обнаружению обратного потока в фокусе оптического вихря с круговой поляризацией.** На рис. 3.17 изображена оптическая схема проведенного эксперимента. Линейно поляризованный свет от твердотельного лазера (длина волны  $\lambda = 532$  нм) чистился пинхолом  $PH$  с диаметром 40 мкм и коллимировался сферической линзой  $L_1$  ( $f_1 = 250$  мм). Затем лазерный пучок проходил через пространственный модулятор света (HOLOEYE LC 2012, количество ячеек  $1024 \times 768$ , размер отдельной ячейки 36 мкм) с фазой

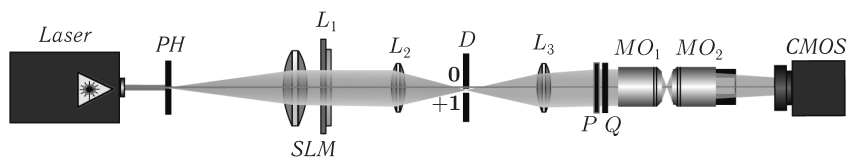


Рис. 3.17. Схема эксперимента: Laser — твердотельный лазер излучающий линейно-поляризованный Гауссов пучок, PH — пинхол (диаметр 40 мкм),  $L_1$ ,  $L_2$ ,  $L_3$  — сферические линзы ( $f_1 = 250$  мм,  $f_2 = 150$  мм,  $f_3 = 150$  мм), SLM — пространственный модулятор света (HOLOEYE LC 2012),  $D$  — диафрагма для блокирования нулевого порядка дифракции,  $P$  — поляризатор,  $Q$  — четвертьволновая пластинка,  $MO_1$ ,  $MO_2$  — микрообъективы (Nikon 100X/0.95 OFN25 WD0.3 CF Plan100×,  $NA = 0,95$ ), CMOS — камера (TourCam UCMOS08000KPB)

голограммы «вилки», которая формировала в первом порядке дифракции оптический вихрь с топологическим зарядом  $+2$  или  $-2$ . Линзы  $L_2$  ( $f_2 = 150$  мм),  $L_3$  ( $f_3 = 150$  мм) и диафрагма  $D$  образовывали  $4-f$  систему, которая является плоскостью входного зрачка микрообъектива  $MO_1$  ( $100\times$ ,  $NA = 0,95$ ). Поляризатор  $P$  и четвертьволновая пластинка  $Q$  использовались для преобразования линейнополяризованного пучка в пучок с левой круговой поляризацией. С помощью второго микрообъектива  $MO_2$  ( $100\times$ ,  $NA = 0,95$ ) распределение интенсивности оптического вихря, сфокусированного первым микрообъективом, изображалось на матрицу CMOS-камеры TourCam UCMOS08000KPB (размер матрицы  $3264 \times 2448$ , размер пикселя 1,67 мкм). Разрешение линзы с числовой апертурой 0,95 примерно равно 280 нм ( $0,5\lambda/NA$ ).

Два одинаковых микрообъектива нужны, чтобы собрать всю энергию, которая прошла через первый микрообъектив, и скомпенсировать aberrации. На рис. 3.18 показано поперечное распределение интенсивности, измеренное с помощью оптической схемы на рис. 3.17, в фокусе оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 2$  и правой круговой (рисунок 3.18, а) или левой круговой (рис. 3.18, б) поляризацией. Сечения интенсивности показаны на рис. 3.18, в, г. Как видно из рисунка 3.18, интенсивность на оптической оси ( $x = 0$ ) равна нулю для света с правой круговой поляризацией (рис. 3.18, в), в то время как для левой круговой поляризации (рис. 3.18, г) она ненулевая. Распределения интенсивности на рис. 3.18 были переэкспонированы, чтобы сделать ненулевую интенсивность вблизи оптической оси на рис. 3.18, г более заметной.

Оптический вихрь с топологическим зарядом  $m = 2$  и круговой поляризацией имеет вид

$$\mathbf{E} = \frac{A(\theta)e^{i2\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i\sigma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{A(\theta)e^{i2\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i\sigma \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (3.23)$$

где  $\sigma = 1$  для света с правой круговой поляризацией и  $\sigma = -1$  для света с левой круговой поляризацией,  $A(\theta)$  — действительная функция

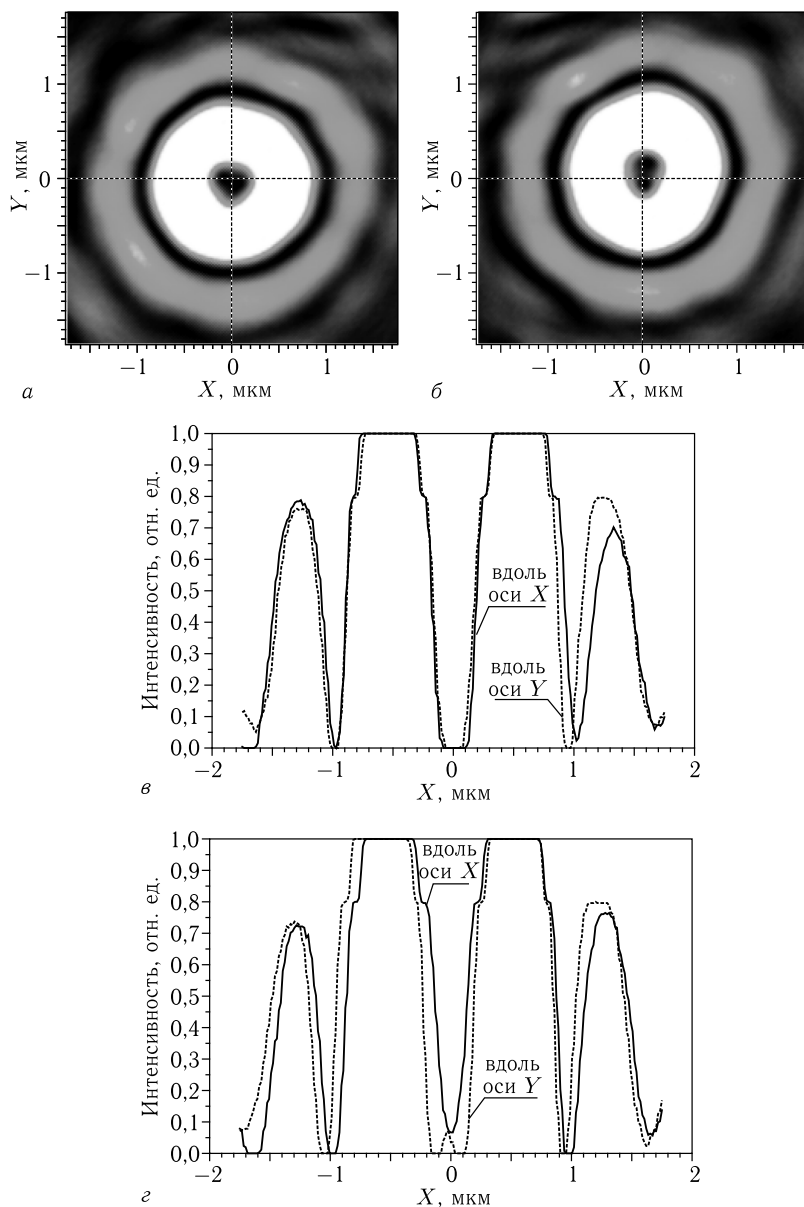


Рис. 3.18. Распределение интенсивности, измеренное в фокусе оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 2$  и правой круговой (а) или левой круговой (б) поляризацией. Соответствующие сечения интенсивности вдоль декартовых осей для правой круговой (в) и левой круговой (г) поляризации. Размер картинки для 2D распределения (а, б)  $3,5 \times 3,5$  мкм

распределения амплитуды в плоскости входного зрачка апланатической системы. Описание поля (3.23) в остром фокусе дано в [88].

На рис. 3.19 изображено сечение поперечной составляющей интенсивности  $|E_x|^2 + |E_y|^2$ , рассчитанное методом FDTD в фокусной плоскости оптического вихря (3.23) с правой и левой круговой поляризацией. Фокусировка осуществлялась бинарной зонной пластинкой Френеля с числовой апертурой  $NA = 0,95$ , радиусом  $R = 4$  мкм и фокусным расстоянием  $f = 1,31$  мкм. Длина волны  $\lambda = 532$  нм, размер сетки FDTD  $\lambda/30$ .

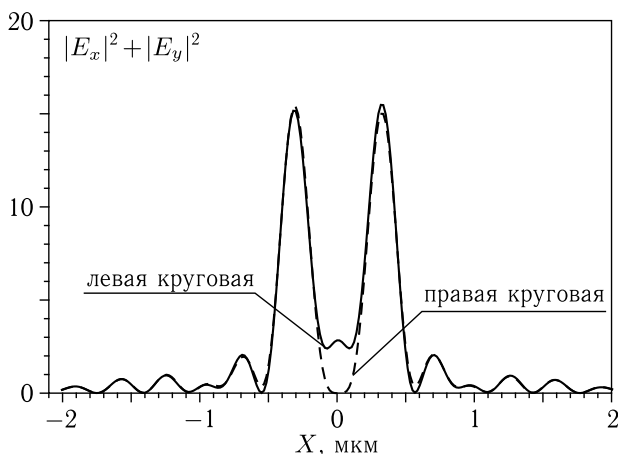


Рис. 3.19. Сечение интенсивности, рассчитанное методом FDTD в фокусе оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 2$  и правой/левой круговой поляризацией

Разница между моделированием и экспериментом (большие боковые пики и меньшая интенсивность на оси) может быть объяснена тем, что FDTD моделирование проводилось для дифракционной линзы (рис. 3.19, 3.20), в то время как в эксперименте использовался рефракционный объектив (рис. 3.17). Из рис. 3.18, *г* видно, что интенсивность вблизи оптической оси не симметрична. Причина в том, что оптический вихрь с топологическим зарядом 2 нестабилен и разделяется на два оптических вихря с топологическим зарядом 1 (на рис. 3.18, *г*, два изолированных нуля интенсивности расположены вблизи вертикальной оси в центре).

На рис. 3.20 показано сечение продольной компоненты вектора Пойнтинга  $S_z$  полученное при моделировании FDTD методом фокусировки оптического вихря (3.23) с правой круговой или левой круговой поляризацией. Параметры моделирования такие же, как у моделирования, результаты которого изображены на рис. 3.19.

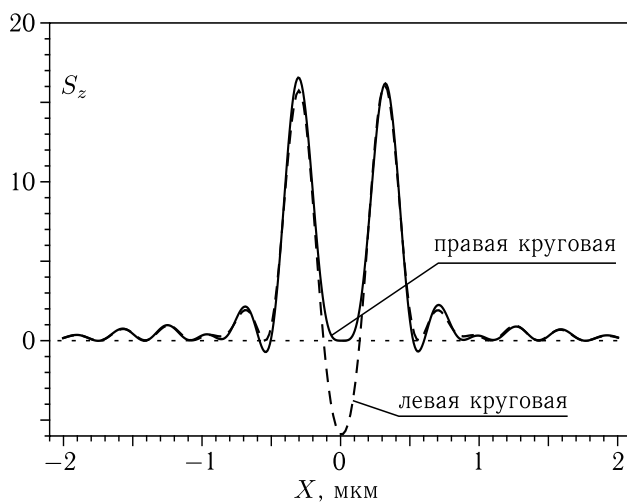


Рис. 3.20. Сечение продольной компоненты вектора Пойнтинга, рассчитанное методом FDTD в фокусе оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 2$  и правой/левой круговой поляризацией

Обратный поток энергии не может быть напрямую измерен экспериментально, так как может быть измерена лишь та часть интенсивности или потока энергии, которая прошла через микробъектив  $MO_2$  на рис. 3.17. Можно только утверждать согласованы ли распределения, изображенные на рис. 3.18–3.20.

Распределение интенсивности вблизи оптической оси на рис. 3.18,  $g$  аналогично распределению потока энергии оптического вихря (рис. 3.20). Интересно, что координаты нулей интенсивности на рис. 3.18,  $g$  определяют диаметр (расстояние между нулями) обратного потока — окружности диаметром примерно 300 нм, на которой поток нулевой. Похожая ситуация будет возникать и для поляризационного вихря. Тот факт, что интенсивность отлична от нуля в точках с нулевым обратным потоком, не должен вызывать удивление. Этот эффект проявляется для стоячей волны, поток которой равен нулю, но интенсивность нулю не равна. Энергия на оптической оси на рис. 3.18,  $g$  появляется из-за того, что свет в прямом потоке энергии, идущий к наблюдателю, отклоняется из-за дифракции в область обратного потока энергии (к оптической оси) и формирует субволновое пятно Пуассона (или Араго).

На рис. 3.21 показано рассчитанное распределение интенсивности  $|E_x|^2 + |E_y|^2$  и продольной компоненты вектора Пойнтинга  $S_z$  в фокальной плоскости при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 2$  и левой круговой поляризацией. Из рис. 3.21 можно видеть, что диаметр круга с нулевым потоком ( $S_z = 0$ ) примерно совпадает с расстоянием между двумя локальными минимумами

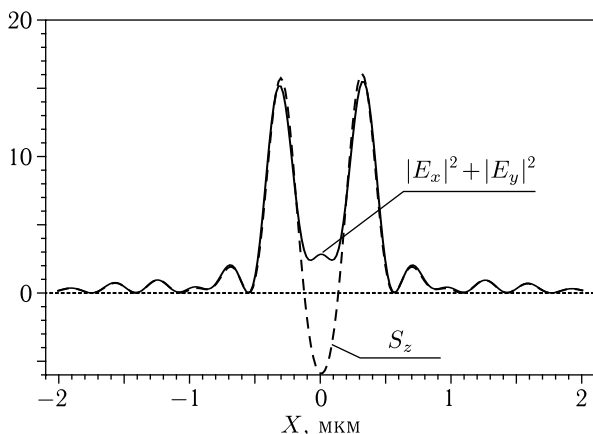


Рис. 3.21. Рассчитанное распределение интенсивности  $|E_x|^2 + |E_y|^2$  и продольной компоненты вектора Пойнтинга  $S_z$  в фокальной плоскости оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 2$  и левой круговой поляризацией. Все параметры моделирования аналогичны параметрам моделирования с результатами, изображенными на рис. 3.19 и 3.20

интенсивности. На рис. 3.21 этот диаметр примерно равен 300 нм. Расстояние между нулями интенсивности на экспериментальной картинке (рис. 3.18, *г*) также примерно 300 нм.

**3.3.2. Эксперимент по обнаружению обратного потока в фокусе поляризационного вихря второго порядка.** Острая фокусировка поляризационного вихря исследовалась ранее в [88]. Вектор Джонса таких пучков имеет вид

$$\mathbf{E} = \begin{pmatrix} -\sin 2\varphi \\ \cos 2\varphi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \begin{pmatrix} -\cos 2\varphi \\ -\sin 2\varphi \end{pmatrix}. \quad (3.24)$$

где  $\varphi$  азимутальный угол в цилиндрической системе координат  $(r, \varphi, z)$ .

На рис. 3.22 показан результат другого эксперимента, в котором пространственный модулятор света на рис. 3.17 был заменен на  $q$ -пластинку, которая преобразует линейную поляризацию в цилиндрический векторный пучок второго порядка. На рис. 3.22, *а, б, в* распределение интенсивности показано при разных степенях экспонирования с целью визуализации слабой интенсивности в центре картинке. На рис. 3.22, *в* показаны сечения вдоль декартовых осей переэкспонированной интенсивности с рис. 3.22, *б*. Из рис. 3.22, *в* видно, что в соответствии с теорией (рис. 3.23, *д, е*) наблюдаются два локальных минимума интенсивности (два нуля интенсивности) вблизи оптической оси в фокальной плоскости цилиндрического векторного пучка второго порядка. Эти нули интенсивности (аналогично рис. 3.18, *г*) обозначают границу обратного потока энергии, и расстояние между ними равно диаметру трубки обратного потока — 300 нм.



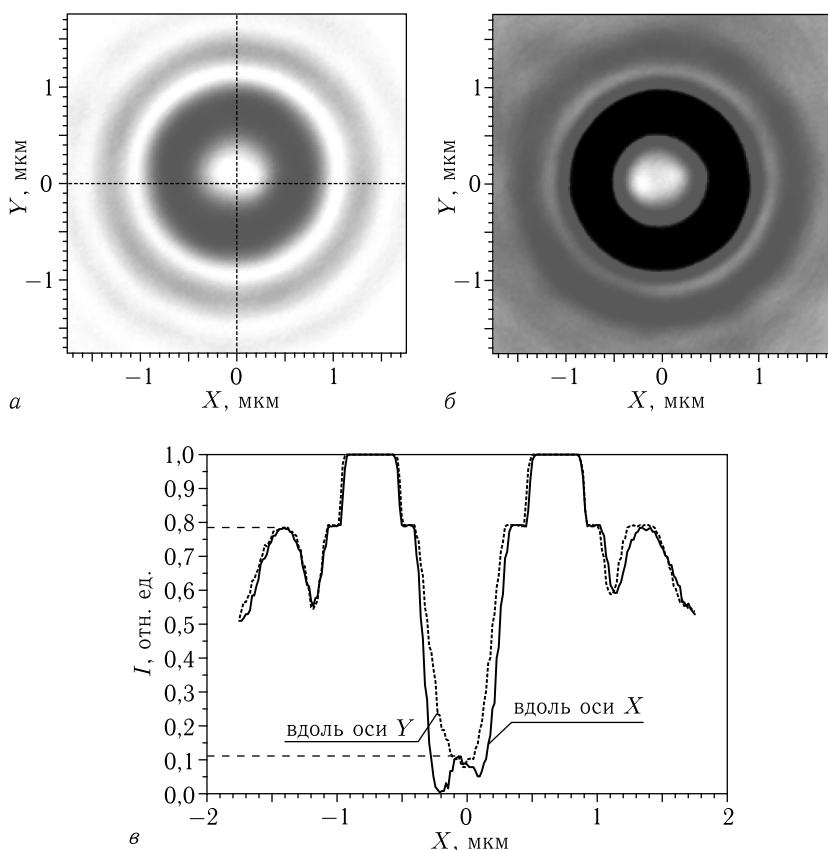


Рис. 3.22. Распределение потока энергии (а), (б), измеренное с помощью оптической схемы с рис. 3.17 с  $q$ -пластинкой, преобразующей линейно-поляризованный свет в цилиндрический векторный пучок второго порядка, вместо пространственного модулятора света SLM. Рисунки (а) и (б) были в разной степени переэкспонированы для детектирования ненулевого потока в центре картины. Размер всех изображений  $3,5 \times 3,5$  мкм. На рисунке (в) показано сечение интенсивности вдоль осей  $x$  и  $y$

На рис. 3.23, а показано направление поляризации в поперечном сечении пучка ( $\lambda = 532$  нм) со вторым порядком поляризационной сингулярности, который затем был сфокусирован апланатическим объективом с числовой апертурой  $NA = 0,95$ . На рис. 3.23, б показано распределение интенсивности вблизи фокуса в плоскости  $(y, z)$ . Стрелки указывают направление потока энергии  $\mathbf{S}$ . В соответствии с рис. 3.23, д два нуля интенсивности совпадают с точкам нулей потока энергии. Следовательно, трубка обратного потока энергии вдоль оптической оси имеет диаметр около 300 нм (рис. 3.23, д).

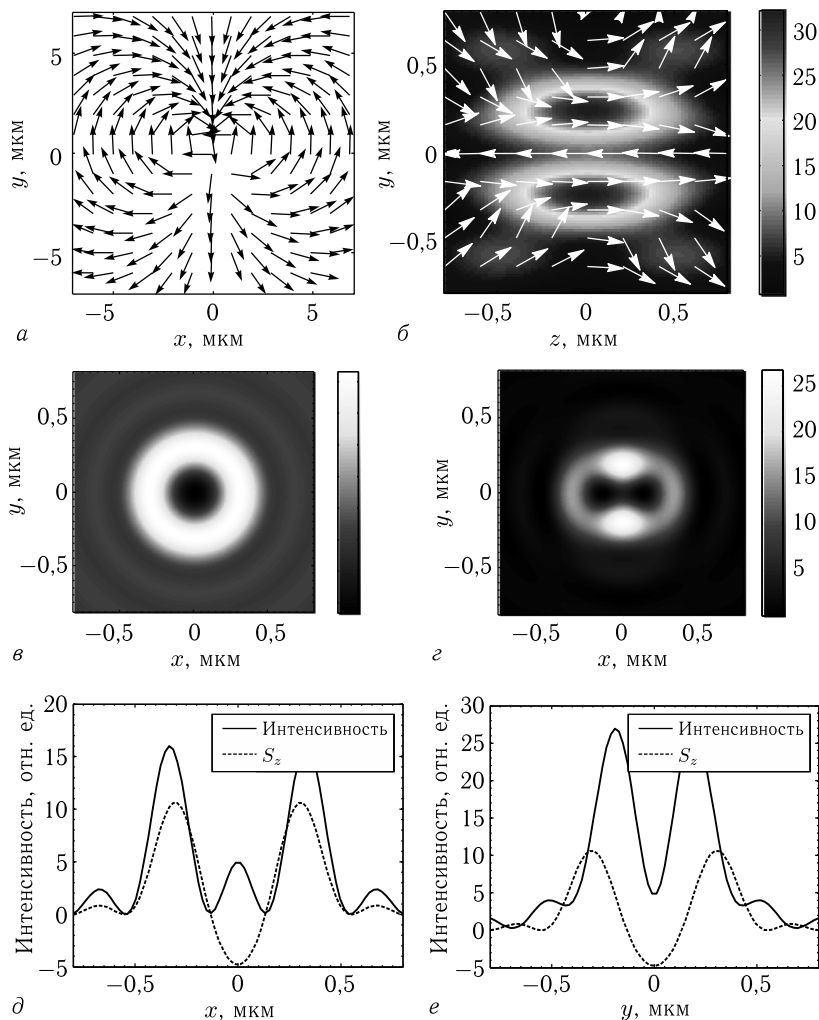


Рис. 3.23. (а) Направление поляризации в поляризационном вихре второго порядка. (б) Распределение интенсивности в плоскости  $(y, z)$ . Стрелки на рисунке (б) показывают направление потока энергии  $\mathbf{S}$ . (в) Распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга  $S_z$ . (г) Интенсивность в фокальной плоскости и его сечения вдоль осей  $x$  (д) и  $y$  (е). Интенсивность и продольная компонента вектора Пойнтинга показаны сплошной и пунктирной кривой соответственно

В эксперименте (рис. 3.18) была отмечена интересная особенность. Важно четко понимать, что конкретно зарегистрировано на экспериментальной картине на рис. 3.18. Все распределения на рисунках 3.18–3.22 имеют примерно одинаковый размер и круговую симметрию

рию. В этом случае невозможно точно определить, было ли измерено поперечное распределение интенсивности или поток энергии. Эта неопределенность устраняется в следующем эксперименте. Экспериментальная картина на рис. 3.22 является осесимметричной в фокусе подобно картине потока энергии (рис. 3.23, *в*), и отличается от поперечного распределения интенсивности (рис. 3.23, *г*). Таким образом, второй эксперимент (рис. 3.22) однозначно демонстрирует, что измеренная величина является распределением потока энергии (его продольной составляющей).

Если в фокусе имеется обратный поток энергии вблизи оптической оси, то в центре измеренного распределения энергии должны быть нулевые значения, поскольку обратный поток в фокусе не входит во второй микрообъектив и, следовательно, не может быть измерен. Однако в центре рис. 3.22, *в* имеется очень небольшое количество энергии (приблизительно 1/8 от бокового лепестка). Эта часть энергии не может рассматриваться как интенсивность, поскольку, как видно из рис. 3.23, *г*, интенсивность в центре должна быть примерно в 2 раза выше, чем интенсивность бокового лепестка. Эту энергию также нельзя рассматривать как усиленный шум камеры, поскольку в центре рис. 3.18, *в* нет такого шума, хотя он переэкспонирован. Итак, нам нужно точно знать, какая физическая величина измеряется в центре распределения потока энергии на рис. 3.18, *г* и 3.22, *в*.

Дело в том, что второй микрообъектив  $MO_2$  на рис. 3.17 создает в фокусе только изображение прямого потока. Следовательно, в центре этого изображения должна быть область (диаметром около 300 нм) с нулевым потоком. Однако из-за дифракции прямого потока на этом круге (аналогично дифракции на непрозрачном диске и возникновению пятна Араго), в центре распределения прямого потока появляется локальный максимум, как на рис. 3.22, *в*. Таким образом, измеренные распределения продольной составляющей вектора Пойнтинга (рисунки 3.18 и 3.22) доказывают наличие обратного потока энергии на оптической оси вблизи фокуса.

**3.3.3. Силы, действующие на наночастицу в обратном потоке энергии.** При размещении частицы в световом поле на нее действует сила. Для рэлеевской частицы эта сила складывается из рассеивающей и градиентной сил. Для рэлеевских частиц с радиусом  $a < \lambda/20$ , помещенных в световое поле, сила рассеяния  $\mathbf{F}_s$  и градиентная сила  $\mathbf{F}_g$  рассчитываются по известным формулам [68, 137]:

$$\mathbf{F}_s = \left( \frac{8\pi n_2}{3c} \right) k^4 a^6 \left( \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + 2n_2^2} \right)^2 S_{\text{ор},z} \mathbf{e}_z, \quad (3.25)$$

$$\mathbf{F}_g = \left( \frac{2\pi n_2}{c} \right) a^3 \left( \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 + 2n_2^2} \right) \nabla |\mathbf{E}|^2, \quad (3.26)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме,  $a$  — радиус сферической рэлеевской частицы,  $n_1$  и  $n_2$  — показатели преломления частицы и среды. В уравнении (3.25)  $S_{\text{ор},z}$  — осевая компонента орбитального потока энергии.

Уравнение (3.25) демонстрирует, что сила рассеяния, действующая на диэлектрическую частицу, расположенную на оптической оси в области обратного потока энергии, направлена в сторону распространения света. Это означает, что спиновый поток  $\mathbf{S}_{\text{sp}}$ , который направлен назад в области обратного потока, не влияет на частицу.

Известно [71], что поток энергии  $\mathbf{S}$  состоит из орбитального потока  $\mathbf{S}_{\text{or}}$  и спинового потока  $\mathbf{S}_{\text{sp}}$ :

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*] = \frac{1}{2k} \text{Im} [\mathbf{E}^* (\nabla) \mathbf{E}] + \frac{1}{4k} [\nabla \times \text{Im} [\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}]] = \mathbf{S}_{\text{or}} + \mathbf{S}_{\text{sp}}. \quad (3.27)$$

В [13] приведено выражение для расчета оптической силы, действующей на маленькую частицу с проводимостью  $\sigma$ :

$$\mathbf{F} = \frac{\sigma}{2} \text{Re} [\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}]. \quad (3.28)$$

В данном случае на частицу действуют как орбитальный  $\mathbf{S}_{\text{or}}$ , так и спиновый  $\mathbf{S}_{\text{sp}}$  потоки энергии (3.27). На рис. 3.24 показана продольная компонента силы, действующей вдоль оптической оси ( $r = 0$ ) на серебряную частицу (радиус  $a = 10$  нм, длина волны  $\lambda = 532$  нм), расположенную в фокусе поляризационного вихря (рис. 3.23, б). Мощность фокусируемого пучка составляла 100 мВт, фокусировка осуществлялась линзой с числовой апертурой  $NA = 0,95$ . Проводимость частицы считалось равной  $\sigma = 6,3 \times 10^7 (\Omega \cdot \text{m})^{-1}$ .

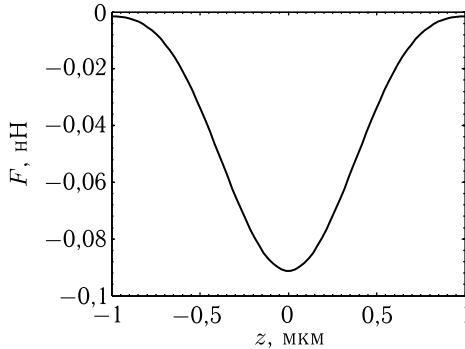


Рис. 3.24. Продольная компонента силы, действующей вдоль оптической оси ( $r = 0$ ) на серебряную наночастицу, расположенную вблизи фокуса поляризационного вихря (рис. 3.23, б)

Мы рассчитали продольную компоненту вектора Пойнтинга  $S_z$  вблизи фокуса поляризационного вихря [88]. Затем, используя выражение (3.28), мы определили силу, действующую на наночастицу (рис. 3.24). Сила (3.28) должна тянуть наночастицу в направлении противоположном направлению оси  $z$ .

Таким образом, в данном разделе с помощью двух одинаковых микрообъективов с числовой апертурой 0,95, было экспериментально показано, что интенсивность на оптической оси в плоскости фокуса оптического вихря с топологическим зарядом 2 равна нулю для света с правой круговой поляризацией и ненулевая для света с левой круговой поляризацией. Это подтверждает, что в последнем случае на оптической оси существует обратный поток энергии, потому что в центре измеренного потока энергии есть очень слабый локальный максимум (пятно Араго или пятно Пуассона), объясняемый дифракцией прямого потока энергии на круге диаметром 300 нм (диаметр трубки обратного потока энергии). Сравнивая численные и экспериментальные распределения интенсивности, представляется возможным определить диаметр трубки обратного потока. Он равен расстоянию между нулями интенсивности. Для числовой апертуры 0,95 и длины волны 532 нм диаметр трубки обратного потока равен 300 нм.

Поток энергии равен [13, 71] сумме орбитального потока и потока спина. Орбитальный поток энергии всегда положительный (и для левой и для правой круговой поляризации), а поток спина меняет знак (для левой круговой поляризации поток спина отрицательный, для правой круговой поляризации — положительный). И если отрицательный поток спина по модулю больше всегда положительного орбитального потока энергии, то суммарный поток (вектор Пойнтинга) становится отрицательным. При этом условии формируется обратный поток энергии в фокусе.

Также было показано, что сферическая проводящая наночастица, помещенная в область обратного потока энергии, испытывает на себе действие силы, которая тянет ее в направлении, противоположном направлению пучка.

## ОБРАТНЫЙ ПОТОК В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ И ВБЛИЗИ ПОВЕРХНОСТИ РАЗДЕЛА СРЕД

### 4.1. Обратный поток энергии в ближней зоне

В оптике активно изучаются оптические «тракторные» пучки (optical tractor beams) [138–141]. Это пучки, которые позволяют «притягивать» микрообъекты (например, клетки бактерий [138]) к источнику света. В [141] «тракторный» пучок формируется с помощью металлинзы-аксикона в пленке кремния. Параллельно исследуется другой интересный эффект в оптике — обратное распространение (reverse propagation) [142] или обратный поток энергии (negative energy flux [58] или energy backflow [143]). Этот эффект возникает, когда продольная составляющая вектора Пойнтинга направлена в обратную сторону по отношению к направлению распространения пучка света. Известен также эффект углового трактора [144], когда в вихревом пучке на разных радиусах от оптической оси поток энергии вращается в разные стороны.

Обратный поток энергии описан в разных статьях, в которых не занимались им напрямую, а он получался как «побочный эффект». В [145] численно показано наличие обратного потока при прохождении через нанополоску золота на поверхности InP, хотя сами авторы на это не обратили внимания, а констатировали только, что свет не проходит в среду InP при нормальном падении в присутствии золотой нанополоски. В [146] численно было показано наличие обратного потока при фокусировке света в градиентной микролинзе на выходной торцевой поверхности поверхностной волны, которая то входит, то выходит из среды. В [116] получено уравнение (19) для продольной компоненты вектора Пойнтинга в фокусе пучка Бесселя нулевого порядка с линейной поляризацией, из которого следует, что поток энергии на некоторых радиусах от оптической оси меняет знак (распространяется в обратном направлении). Правда, в [116] этого не заметили. Ранее, в [147] была получена аналогичная формула (15) для продольной составляющей вектора Пойнтинга пучка Бесселя нулевого порядка. В [147] заметили, что на определенных радиусах поток энергии может быть направлен в обратном направлении по отношению к направлению распространения пучка. В [148] численно показано возникновение обратного потока энергии при прохождении через субволновое отверстие. Обратный поток возникал вокруг сингулярностей, которые появлялись

вблизи отверстия. Ранее, еще в 1950 году, был теоретически обнаружен обратный поток энергии вокруг изолированных нулей интенсивности при решении задачи дифракции плоской волны на металлической полуплоскости [149].

Обратный поток энергии целенаправленно искали в разных векторных пучках света с разным состоянием поляризации. В [2] теоретически показали наличие обратного распространения энергии в линейной суперпозиции ТЕ- и ТМ-поляризованных пучков Бесселя произвольного порядка. В [58] обнаружили отрицательный поток энергии в Х-волнах. Х-волны — это полностью векторные пучки, полученные с помощью потенциала Герца из точного решения скалярного волнового уравнения, и их амплитуда пропорциональна гипергеометрической функции Гаусса  ${}_2F_1(a, b, c; x)$ . В [6] численно показано, что обратный поток энергии имеет место в векторных пучках Бесселя с дробным топологическим зарядом. В этом случае амплитуда всех составляющих векторов электрического и магнитного полей выражается через бесконечные суммы функций Бесселя. В [8] эффект негативного распространения пучка найден в непараксиальных пучках Эйри.

Обратный поток энергии был обнаружен (правда, только теоретически) при острой фокусировке лазерных пучков. Это особенно интересно, так как в области фокуса обратный поток оказывается сравнимым по величине с прямым потоком энергии. В [1] получено простое выражение для продольной компоненты вектора Пойнтинга в фокусе апланатической системы при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией (уравнение (3.21)), из которого следует, что на некоторых радиусах (вблизи темных колец) имеет место обратный поток энергии. Этот эффект в фокусе идеальной линзы ранее был замечен в [62]. В [128] численно показано, что при фокусировке параксиального гауссова пучка с помощью сферической линзы, ограниченной апертурой, в плоскости фокуса и рядом с ней на некоторых радиусах возникают темные кольца Эйри, в которых имеет место фазовая сингулярность. Позже Берри с помощью асимптотик показал, что такие сингулярности возникают в фокусе непараксиального гауссова пучка и без ограничения линзы апертурой [64]. В [64] также показано, что вокруг сингулярности фазы возникает круговой поток энергии, в том числе и обратный поток. В [129] Воляр численно показал, что в фокусе линейно поляризованных векторных непараксиальных пучков Гаусса (сферические моды низших порядков) сечение пучка эллиптическое и вокруг центрального пятна имеются «острова сингулярности» (вместо колец Эйри), рядом с которыми возникает обратный поток энергии. В [91] аналогичные «острова сингулярности» и обратный поток рядом с ними численно обнаружен в плоскости фокуса векторных непараксиальных гауссовых вихревых пучков с круговой поляризацией. В [10] численно было показано, что с помощью одной спиральной металлинзы с высокой числовой апертурой можно менять место и величину обратного потока в плоскости фокуса с помощью изменения состояния поляризации

падающего излучения (ТЕ- или ТМ-поляризация, левая или правая круговые поляризации). В этих работах [1, 62, 64, 91, 128, 129] обратный поток энергии был обнаружен в периферийных кольцах картины дифракции в фокальной плоскости. И только в [3] численно показано, что при непараксиальной фокусировке пучка Лагерра–Гаусса с топологическим зарядом 2 и обратной (левой) круговой поляризацией в плоскости фокуса на оптической оси (в центре фокусного пятна) имеет место обратный поток энергии.

Из приведенного краткого обзора работ по обратному потоку следует, что этот эффект имеет универсальную природу: он возникает в фокусе плоской волны [1, 62], в фокусе ограниченного параксиального [128] и неограниченного непараксиального [64] скалярных гауссовых пучков, а также в фокусе непараксиальных пучков Лагерра–Гаусса [10]. Он возникает также в фокусе непараксиальных векторных пучков с линейной [91] и круговой поляризациями, в различных векторных модовых пучках (Бесселя [2, 6], Эйри [17], Х-волны [58]), при фокусировке на границу раздела сред [146], вблизи наноструктурированных поверхностей [145, 148]. Заметим, что у параксиальных световых полей (при отсутствии ограничивающей диафрагмы) продольная компонента вектора Пойнтинга, пропорциональна интенсивности и не меняет знака [144]. То есть у параксиальных полей не может быть обратного потока энергии в свободном пространстве. Рассматриваемый эффект обратного потока энергии может быть использован для демонстрации эффекта «оптического трактора» [15, 16], когда микрочастица, захваченная в специальным образом сформированный лазерный пучок, движется против направления распространения света в пучке.

В данном разделе, в отличие от работы [1], в которой используется формализм Ричардса–Вольфа, работ [2, 6, 8, 58, 91, 129], в которых используются известные точные решения уравнений Максвелла (Х-волны, пучки Бесселя, Эйри, квази-Гаусса [142], векторные непараксиальные гауссовы пучки), получены общие выражения для проекций вектора Пойнтинга для любого вихревого электромагнитного поля с эллиптической поляризацией методом разложения по плоским волнам. Получено условие, при котором в начальной плоскости пучка (в перетяжке) возникает обратный поток энергии. Из этого условия следует, что только при наличии неоднородных затухающих волн с большими поперечными проекциями волнового вектора в перетяжке может возникнуть обратный поток энергии. Причем, чем больше вклад затухающих волн в общую амплитуду пучка, тем больше величина обратного потока энергии, который при этом сравним по величине с прямым потоком.

**4.1.1. Интенсивность и продольная проекция вектора Пойнтинга.** Общее решение уравнения Гельмгольца

$$(\nabla^2 + k^2)P(x, y, z) = 0, \quad (4.1)$$



где  $\nabla^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$ , можно записать в виде разложения по спектру плоских волн [150]

$$P(x, y, z) = (2\pi k)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} A(\xi, \eta) \times \\ \times \exp \left[ ik \left( x\xi + y\eta + z\sqrt{1 - \xi^2 - \eta^2} \right) \right] d\xi d\eta, \quad (4.2)$$

где  $A(\xi, \eta)$  — амплитуда спектра плоских волн,  $k$  — волновое число света. Для оптического вихря с топологическим зарядом  $n$  амплитуду спектра плоских волн можно записать в полярных координатах  $(\rho, \theta)$  в виде

$$A(\xi, \eta) = A(\rho, \theta) = A_n(\rho) e^{in\theta}. \quad (4.3)$$

С учетом (4.3), скалярную функцию (4.2) в цилиндрических координатах  $(r, \varphi)$  запишем в виде:

$$P(r, \varphi, z) = i^n k^{-1} e^{in\varphi} I_{1,n}, \quad (4.4)$$

где

$$I_{1,n} = \int_0^{\infty} A_n(\rho) e^{ikz\sqrt{1-\rho^2}} J_n(kr\rho) \rho d\rho, \quad (4.5)$$

а  $J_n(x)$  — функция Бесселя первого рода  $n$ -го порядка. С помощью решения уравнения Гельмгольца (4.1) можно рассчитать все проекции векторов напряженности электрического и магнитного полей, в совокупности удовлетворяющих уравнениям Максвелла. Для этого воспользуемся методикой, например, описанной в [151]. Будем формировать световое поле с эллиптической поляризацией, тогда поперечные проекции вектора напряженности электрического поля можно записать в виде

$$E_x(x, y, z) = \frac{\partial P}{\partial z}, \quad E_y(x, y, z) = i\sigma \frac{\partial P}{\partial z}, \quad (4.6)$$

где  $\sigma = \pm 1$  — спиновый индекс, определяющий левую и правую круговую поляризацию ( $\sigma = +1$  для правой поляризации и  $\sigma = -1$  для левой поляризации). При других значениях  $\sigma$  выражение (4.6) описывает поле с эллиптической поляризацией. Подставляя (4.4) в (4.6), получим для поперечных проекций электрического поля:

$$E_x(r, \varphi, z) = i^{n+1} e^{in\varphi} I_{3,n}, \\ E_y(r, \varphi, z) = -i^n \sigma e^{in\varphi} I_{3,n}, \quad (4.7)$$

где

$$I_{3,n} = \int_0^{\infty} \sqrt{1 - \rho^2} A_n(\rho) e^{ikz\sqrt{1-\rho^2}} J_n(kr\rho) \rho d\rho. \quad (4.8)$$

Продольную проекцию найдем с помощью соотношения [151]:

$$E_z(x, y, z) = -\frac{\partial P}{\partial x} - i\sigma \frac{\partial P}{\partial y} \quad (4.9)$$

и получим

$$E_z(r, \varphi, z) = i^n [\gamma_+ e^{i(n+1)\varphi} I_{2,n+1} - \gamma_- e^{i(n-1)\varphi} I_{2,n-1}], \quad (4.10)$$

где

$$I_{2,n} = \int_0^\infty A_n(\rho) e^{ikz\sqrt{1-\rho^2}} J_n(kr\rho) \rho^2 d\rho,$$

а  $\gamma_\pm = (1 \pm \sigma)/2$ . Из (4.7) и (4.10) можно записать уравнение для распределения интенсивности на любой плоскости, перпендикулярной оптической оси  $z \geq 0$ , для произвольного оптического вихря (4.3) с эллиптической поляризацией:

$$I = |\gamma_+|^2 |I_{2,n+1}|^2 + |\gamma_-|^2 |I_{2,n-1}|^2 + (1 + |\sigma|^2) |I_{3,n}|^2 - 2\text{Re} \{ \gamma_-^* \gamma_+ I_{2,n-1}^* I_{2,n+1} e^{2i\varphi} \}. \quad (4.11)$$

Из (4.11) видно, что для оптического вихря с круговой поляризацией (то есть либо  $\gamma_- = 0$ , либо  $\gamma_+ = 0$ ) распределение интенсивности осе-симметричное, так как не зависит от полярного угла  $\varphi$ . Из (4.11) следует, что распределения интенсивностей вихревых пучков с правой и левой круговыми поляризациями разные:

$$\begin{aligned} I_+ &= 2 |I_{3,n}|^2 + |I_{2,n+1}|^2, \\ I_- &= 2 |I_{3,n}|^2 + |I_{2,n-1}|^2. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Из второго уравнения (4.12) для левой круговой поляризации при  $n = 1$  следует, что интенсивность на оптической оси отлична от нуля

$$I_-(r = 0, z) = |I_{2,0}|^2 = \left| \int_0^\infty A_1(\rho) e^{ikz\sqrt{1-\rho^2}} \rho^2 d\rho \right|^2 > 0, \quad (4.13)$$

но так как вклад в интенсивность (4.13) на оптической оси дает только продольная компонента электрического поля (4.10), то свет вдоль оси распространяться не будет, то есть не будет потока энергии вдоль оптической оси. При  $n > 1$  на оптической оси интенсивность (4.11) всегда будет равна нулю. Поперечные составляющие вектора напряженности магнитного поля можно найти из уравнения Максвелла для монохроматического поля:

$$\mathbf{H} = -\frac{i}{k} \text{rot } \mathbf{E}. \quad (4.14)$$

Получим:

$$H_x(r, \varphi, z) = \frac{1}{2} i^n \left[ \gamma_+ e^{i(n+2)\varphi} \bar{T}_{2,n+2} - \gamma_- e^{i(n-2)\varphi} \bar{T}_{2,n-2} + \sigma e^{in\varphi} (2I_{1,n} - \bar{T}_{2,n}) \right], \quad (4.15)$$

$$H_y(r, \varphi, z) = \frac{-1}{2} i^{n+1} \left[ \gamma_+ e^{i(n+2)\varphi} \bar{T}_{2,n+2} + \gamma_- e^{i(n-2)\varphi} \bar{T}_{2,n-2} - e^{in\varphi} (2I_{1,n} - \bar{T}_{2,n}) \right], \quad (4.16)$$

где

$$\bar{T}_{2,n} = \int_0^\infty \rho^2 A_n(\rho) e^{ikz\sqrt{1-\rho^2}} J_n(kr\rho) \rho d\rho. \quad (4.17)$$

С помощью поперечных проекций электрического (4.7) и магнитного (4.15), (4.16) векторов световой волны можно получить выражение для продольной проекции вектора Умова–Пойнтинга (потока энергии), согласно формуле [6]  $\mathbf{S} = c \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]/(8\pi)$ :

$$S_z = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re}(E_x H_y^* - E_y H_x^*), \quad (4.18)$$

где  $\operatorname{Re}$  — вещественная часть числа. Подставляя в (4.18) выражения (4.7), (4.15), и (4.16), получим (с точностью до  $c/(8\pi)$ ):

$$S_z = \operatorname{Re} \left\{ I_{3,n}^* \left[ (1 + |\sigma|^2) (I_{1,n} - \bar{T}_{2,n}/2) - \gamma_-^* \gamma_+ e^{2i\varphi} \bar{T}_{2,n+2} - \gamma_+^* \gamma_- e^{-2i\varphi} \bar{T}_{2,n-2} \right] \right\}, \quad (4.19)$$

и для случая круговой поляризации ( $\sigma = \pm 1$ ):

$$S_z = \operatorname{Re} \left\{ I_{3,n}^* (2I_{1,n} - \bar{T}_{2,n}) \right\}. \quad (4.20)$$

#### 4.1.2. Обратный поток энергии в начальной плоскости.

Из (4.20) следует, что продольный поток энергии радиально-симметричный и одинаковый для левой и правой круговых поляризацій, в отличие от распределения интенсивности.

Пусть для простоты амплитуда плоских волн описывается действительной функцией  $A_n(\rho)$ , тогда, подставляя в (4.20) (4.5), (4.8) и (4.17), вместо (4.20) при  $z = 0$  получим:

$$S_z = \left[ \int_0^1 \sqrt{1-\rho^2} A_n(\rho) J_n(kr\rho) \rho d\rho \right] \times \left[ \int_0^\infty (2-\rho^2) A_n(\rho) J_n(kr\rho) \rho d\rho \right]. \quad (4.21)$$

Анализ выражения (4.21) можно проводить только численно, выбирая подходящие функции в качестве амплитуды спектра плоских волн  $A_n(\rho)$ . Чтобы получить конкретный аналитический результат,

рассмотрим гипотетическую функцию амплитуды спектра плоских волн в виде линейной комбинации двух дельта-функций Дирака. Физически это означает, что у светового поля часть энергии сосредоточена в узкой области спектра распространяющихся плоских волн, а часть — в области затухающих волн:

$$A_n(\rho) = A\delta(\rho - \rho_1) + B\delta(\rho - \rho_2), \quad (4.22)$$

где  $A > 0$ ,  $B > 0$ ,  $0 < \rho_1 < 1$ ,  $1 < \rho_2 < \infty$ .

Тогда вместо (4.21), получим:

$$S_z = A\sqrt{1 - \rho_1^2} J_n(kr\rho_1)\rho_1 \times \\ \times [A(2 - \rho_1^2)J_n(kr\rho_1)\rho_1 - B(\rho_2^2 - 2)J_n(kr\rho_2)\rho_2]. \quad (4.23)$$

Заметим, что пучок Бесселя любого порядка является решением непараксиального уравнения Гельмгольца для любого масштаба ( $k\rho_1 < 1$  — распространяющиеся пучки Бесселя,  $k\rho_2 > 1$  — исчезающие или затухающие пучки Бесселя). Исчезающие пучки Бесселя используют для преодоления дифракционного предела в ближней зоне [152, 153]. Вблизи оптической оси ( $kr\rho_1 < kr\rho_2 \ll 1$ ), оставляя в разложении Тейлора функции Бесселя только первый член, вместо (4.23) получим:

$$S_z \approx A\sqrt{1 - \rho_1^2} \frac{(kr)^n \rho_1^{n+1}}{n!2^n} \times \\ \times \frac{(kr)^n}{n!2^n} [A(2 - \rho_1^2)\rho_1^{n+1} - B(\rho_2^2 - 2)\rho_2^{n+1}] < 0. \quad (4.24)$$

Из (4.24) следует, что  $S_z < 0$  при выполнении условия

$$\frac{A}{B} < \left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^{n+1} \left(\frac{\rho_2^2 - 2}{2 - \rho_1^2}\right) \quad (4.25)$$

поток энергии вблизи оптической оси в начальной плоскости обратный. Условие (4.25) возможно только, если  $\rho > 2^{1/2}$ , то есть затухающие волны должны иметь большой коэффициент затухания. Из (4.24) видно, что при  $n = 0$  максимальный по модулю обратный поток будет на оптической оси.

**4.1.3. Поперечные проекции вектора Пойнтинга.** Для нахождения поперечных проекций вектора Пойнтинга надо знать продольную составляющую вектора напряженности магнитного поля (4.14):

$$H_z(r, \varphi, z) = -i^{n+1} [\gamma_+ e^{i(n+1)\varphi} I_{4,n+1} + \gamma_- e^{i(n-1)\varphi} I_{4,n-1}], \quad (4.26)$$

где

$$I_{4,n} = \int_0^\infty \sqrt{1 - \rho^2} A_n(\rho) e^{ikz\sqrt{1 - \rho^2}} J_n(kr\rho) \rho^2 d\rho. \quad (4.27)$$

Далее найдем поперечные проекции вектора Пойнтинга в начальной плоскости ( $z = 0$ ) для оптического вихря с левой круговой поляриза-

цией (для правой находится аналогично) и с точностью до постоянной  $c/(8\pi)$ :

$$\begin{aligned} S_{x-} &= \operatorname{Re}(E_{y-}H_{z-}^* - E_{z-}H_{y-}^*), \\ S_{y-} &= \operatorname{Re}(E_{z-}H_{x-}^* - E_{x-}H_{z-}^*). \end{aligned} \quad (4.28)$$

Подставляя в (4.28) выражения для проекций электрического и магнитного векторов для левой круговой поляризации (4.7), (4.10), (4.15), (4.16) и (4.26), получим:

$$S_{x-} = -\sin \varphi Q_n(r), \quad S_{y-} = \cos \varphi Q_n(r), \quad (4.29)$$

где

$$Q_n(r) = I_{3,n}I_{4,n-1} + \frac{1}{2}I_{2,n-1}(\bar{I}_{2,n-2} + 2I_{1,n} - \bar{I}_{2,n}). \quad (4.30)$$

При получении выражения (4.30) мы предполагали, что все интегралы действительные числа, то есть учитывались только распространяющиеся волны. Из (4.29) и (4.30) видно, что поток энергии в начальной плоскости ( $z = 0$ ) направлен по касательной к окружности любого радиуса с центром в начале координат (на оптической оси). То есть, вблизи начальной плоскости поток энергии вращается по спирали по часовой или против часовой стрелки в зависимости от знака функции (4.30).

Для получения конкретного аналитического результата предположим, что амплитуда спектра плоских волн описывается  $\delta$ -функцией Дирака:  $A_n(\rho) = \delta(\rho - \rho_0)$ , где  $0 < \rho_0 < 1$ . Тогда интегралы, входящие в (4.30), заменяются на подынтегральные выражения, и вместо (4.30) получим линейную комбинацию двух функций Бесселя:

$$\begin{aligned} Q_n(r) &= J_{n-1}(kr\rho_0) [AJ_n(kr\rho_0) + BJ_{n-1}(kr\rho_0)], \\ A &= 2\rho_0^3(1 - \rho_0^2), \\ B &= \frac{n-1}{kr}\rho_0^4. \end{aligned} \quad (4.31)$$

Из (4.31) видно, что при  $n > 1$  величины  $A$  и  $B$  положительные. Смена знака функции  $Q_n(r)$  происходит в точках  $r_m$ , пропорциональных корням функции Бесселя  $(n-1)$ -го порядка:  $J_{n-1}(\gamma_{n-1,m}) = 0$ ,  $m = 1, 2, 3 \dots$ . Причем, так как нули функции Бесселя перемежаются:  $\gamma_{n-1,1} < \gamma_{n,1} < \gamma_{n-1,2} < \gamma_{n,2} < \dots$ , то перед корнем  $\gamma_{n-1,m}$  и вблизи этого корня обе функции Бесселя  $n$ -го и  $(n-1)$ -го порядков будут иметь одинаковые знаки (то есть функция  $Q_n(r)$  положительная). После корня  $\gamma_{n-1,m}$  и вблизи него, знак функции Бесселя  $(n-1)$ -го порядка изменится, а знак выражения в круглых скобках в (4.30) еще не изменится, и поэтому у всего выражения (4.31) знак будет отрицательный. Поэтому функция  $Q_n(r)$  будет отрицательная при  $r_m < r < r_m + \delta$ , где  $r_m = \gamma_{n-1,m}/(k\rho_0)$ , а  $\delta$  — некоторая неизвестная величина, определяемая расстоянием между соседними корнями  $\delta < (\gamma_{n,m} - \gamma_{n-1,m})/(k\rho_0)$ . Чтобы определить, на каких радиусах

в картине интенсивности происходит смена знака функции (4.31), запишем интенсивность (4.12) для левой поляризации, с учетом выбранной амплитуды спектра плоских волн,  $A_n(\rho) = \delta(\rho - \rho_0)$ ,  $0 < \rho_0 < 1$ . Тогда получим:

$$\begin{aligned} I_- &= C J_n^2(x_0) + D J_{n-1}^2(x_0), \\ C &= 2\rho_0^2(1 - \rho_0^2), \\ D &= \rho_0^4. \end{aligned} \quad (4.32)$$

Из (4.32) следует, что локальные минимумы (темные кольца) будут находиться на радиусах, расположенных между корнями двух соседних функций Бесселя  $J_{n-1}(x)$ ,  $J_n(x)$ , то есть примерно на радиусах  $\bar{r}_m \approx (\gamma_{n-1,m} + \gamma_{n,m})/(2k\rho_0)$ ,  $m = 1, 2, 3 \dots$ . Сравнивая выражения (4.31) и (4.32), приходим к заключению, что отрицательные значения функции  $Q_n(r) < 0$  (поток энергии вращается по часовой стрелке) будут лежать на внешних сторонах светлых колец в распределении интенсивности (4.32), при  $r_m < r < r_m + \delta < \bar{r}_m$ . На внутренних сторонах (а вернее, на остальной части светлого кольца) светлых колец ( $\bar{r}_m < r < r_{m+1}$ ) вращение потока энергии будет против часовой стрелки ( $Q_n(r) > 0$ ).

**4.1.4. Моделирование.** Рассмотрим световое поле с угловым спектром (4.22). Это поле представляет собой суперпозицию двух мод Бесселя — одной распространяющейся и одной затухающей:

$$\begin{aligned} E_x(x, y, z) &= e^{in\varphi} \left[ A e^{ikz\sqrt{1-\rho_1^2}} J_n(kr\rho_1) + i B e^{ikz\sqrt{1-\rho_2^2}} J_n(kr\rho_2) \right], \\ E_y &= i\sigma E_x. \end{aligned} \quad (4.33)$$

Тогда, согласно (4.25), при условии

$$\frac{A}{B} < \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^n \left( \frac{\rho_2^2 - 2}{2 - \rho_1^2} \right) \sqrt{\frac{1 - \rho_1^2}{\rho_2^2 - 1}} \quad (4.34)$$

вблизи оптической оси в начальной плоскости возникает обратный поток энергии. Выполнения условия (4.34) всегда можно добиться увеличением вклада  $B$  затухающих волн.

Для численного моделирования выберем следующие параметры: длина волны  $\lambda = 532$  нм,  $\rho_1 = 0,8$ ,  $\rho_2 = 2,4$ ,  $A = 1$ , топологический заряд  $n = 3$ , поляризация — левая круговая ( $\sigma = -1$ ) и правая круговая ( $\sigma = +1$ ), расчетная область  $z = 0$ ,  $-R \leq x, y \leq R$  ( $R = 2,5\lambda$ ). Из (4.34) следует, что для возникновения обратного потока необходимо, чтобы  $A/B < 20,53$ . Выберем  $B = 1$  и  $B = 10$ . На рис. 4.1 приведены распределения интенсивности и потока мощности суперпозиции мод Бесселя (4.33) в начальной плоскости для разного вклада затухающей моды  $B = 1$  (рис. 4.1, а, б) и  $B = 10$  (рис. 4.1, в, г), а также для разной круговой поляризации.

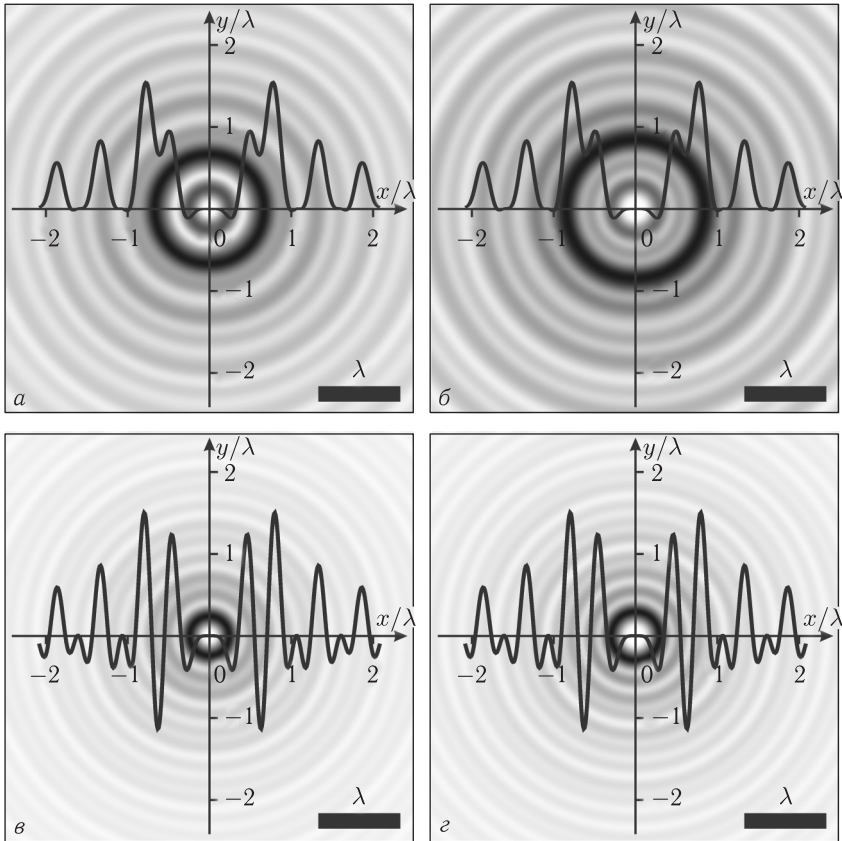


Рис. 4.1. Двумерные распределения интенсивности (негатив) и наложенные на них одномерные распределения потока мощности суперпозиции двух мод Бесселя (4.33) в начальной плоскости ( $z = 0$ ) для разного вклада затухающей моды  $B = 1$  (а, б) и  $B = 10$  (в, г), а также для левой (а, в) и правой круговой поляризации (б, г)

Из рис. 4.1 видно, что при усилении вклада затухающих волн усиливается и мощность отрицательного светового потока. Так, при  $B = 1$  максимальная (по модулю) мощность отрицательного потока составила 7,4% от максимальной мощности положительного потока, в то время как при  $B = 10$  это соотношение составило 75%. Также видно, что отрицательный поток возникает в первом световом кольце, так как кольцо у затухающей моды Бесселя имеет меньший диаметр.

Далее рассмотрим формирование отрицательного потока для безвихревого поля ( $n = 0$ ). На рис. 4.2 приведено распределение интенсивности и потока мощности суперпозиции мод Бесселя (4.33) в начальной

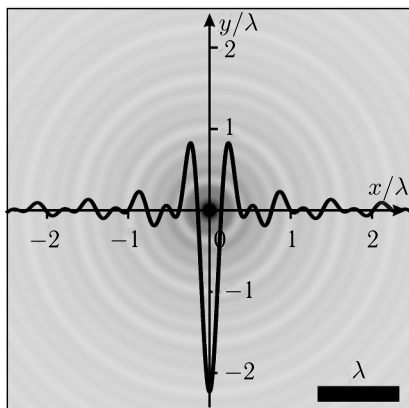


Рис. 4.2. Двумерное распределение интенсивности (негатив) и наложенное на него одномерное распределение потока мощности суперпозиции двух мод Бесселя (4.33) в начальной плоскости ( $z = 0$ )

плоскости. Вклад затухающей моды  $B = 10$ , поляризации — левая круговая, остальные параметры те же, что и на рис. 4.1.

Из рис. 4.2 видно, что в этом случае максимальный отрицательный поток формируется в центре дифракционной картины.

В эксперименте найти и зарегистрировать обратный поток энергии достаточно трудно, так как он возникает в области светлых колец в распределении интенсивности (рис. 4.1). Поэтому для обнаружения обратного потока нужно одновременно измерять и распределение интенсивности в плоскости фокуса и распределение модуля потока энергии. Если на одном и том же радиусе в плоскости фокуса интенсивность отлична от нуля (светлое кольцо), а распределение модуля вектора Пойнтинга равно нулю (темное кольцо), то в этом месте поток энергии распространяется в обратном направлении. Заметим, что при обратном распространении рассмотренного вихря картины интенсивности и потока энергии, такие же, как на рис. 4.1, будут возникать в плоскости фокуса.

В данном разделе на основе разложения по плоским волнам получены все шесть проекций векторов напряженности электрического и магнитного поля для оптического вихря с произвольным целым топологическим зарядом, круговой поляризацией и произвольной радиально-симметричной действительной функцией амплитуды плоских волн. Получены также выражения для распределения интенсивности и всех трех проекций вектора Пойнтинга в начальной плоскости оптического вихря только с левой круговой поляризацией. В частном случае узкого углового спектра плоских волн (пучок Бесселя) показано, что, при наличии в начальном световом поле неоднородных затухающих волн, на оптической оси может возникать обратный поток



световой энергии. Этот обратный поток можно использовать, чтобы «затянуть» микрочастицу в центр кольцевой перетяжки вихревого пучка, то есть продемонстрировать эффект «оптического трактора». Также показано, что в начальной плоскости (в плоскости перетяжки) имеет место эффект «углового трактора», когда на разных радиусах относительно оптической оси поперечный поток энергии вращается по часовой или против часовой стрелки. С помощью полученных общих выражений можно анализировать особенности продольного и поперечного световых потоков энергии и для других известных точных решений уравнений Максвелла.

## 4.2. Оптический эффект «углового трактора»

В оптике с недавних пор (с 2010 года) известен эффект «оптического трактора» [4, 16, 154–160]. Он заключается в таком взаимодействии светового поля с микрочастицей, которое приводит к тому, что сила, действующая со стороны поля на частицу, заставляет ее двигаться против направления распространения освещающего ее пучка. Такую силу называют негативной оптической силой [160]. Если говорить просто, то такая ситуация возникает, когда частица рассеивает больше света вперед, чем отражает назад. И поэтому «по закону сохранения импульса» должна двигаться назад. Если нет поперечных градиентных сил, удерживающих ее. С другой стороны, известно такое явление, как обратный поток энергии. Еще в 1959 году было показано [1], что при фокусировке плоской волны с линейной поляризацией с помощью апланатической системы в плоскости фокуса в области у основания основного лепестка интенсивности имеется область, в которой поток световой энергии направлен в обратную сторону по отношению к направлению распространения падающей плоской волны. В этой области продольная проекция вектора Пойнтинга имеет небольшое отрицательное значение, примерно 1% от максимального потока в прямом направлении. Аналогичный результат был получен ранее В.С. Игнатовским [62] еще в 1920 году. Однако значения этому эффекту не придавали из-за его небольшой величины. В современных работах также рассматриваются разные аспекты аномального распространения светового потока [3, 6–10]. Например, в [3] теоретически рассматривается угловой момент вихревого гауссова пучка в области острого фокуса. Показано, что для мод Лагерра–Гаусса с топологическим зарядом больше 2 и круговой поляризацией вблизи оптической оси имеет место обратный поток световой энергии по отношению к направлению светового пучка. Обратный поток энергии по отношению к направлению распространения пучка надо отличать от эффекта «оптического трактора» [4]. В [4] рассмотрена суперпозиция двух произвольных световых полей, у которых разные проекции волнового вектора на продольную ось. Показано, что у таких световых полей имеют место локальные области, в которых продольная компонента силы, действующей на

микрочастицу, направлена против волнового вектора светового пучка. В [10] численно показано наличие обратного потока на оптической оси в фокусе вихревой металинзы первого и второго порядков. В [6] численно показано наличие обратного распространения энергии в векторном пучке Бесселя с дробным топологическим зарядом. Такой световой пучок, фактически, является линейной комбинацией счетного числа обычных мод Бесселя. В [7] теоретически получены выражения для плотности вектора Пойнтинга для векторных Х-пучков и получены необходимые условия для появления обратного потока энергии. В [8] численно показано наличие обратного течения энергии в непараксиальном ускоряющемся 2D пучке Эйри. В [9] теоретически с помощью локального волнового вектора рассматриваются условия, которые нужно наложить на световое поле, чтобы оно локально проявляло обратное распространение (или имел место обратный поток энергии). Это два разных явления, когда поток световой энергии локально направлен против общего потока энергии в пучке, и когда сила света заставляет микрочастицу двигаться против освещающего ее света по направлению к источнику света. Хотя иногда одно из этих двух явлений является причиной другого. Если эти эффекты «оптического трактора» и обратного потока энергии являются продольными эффектами и уже широко известны, то поперечный эффект «углового трактора» почти не известен. Он кратко отмечен в [3, 151] и подробно разбирается в [144]. Оптический эффект «углового трактора» [144] заключается в том, что в поперечной плоскости оптического вихря (параксиального [144] или непараксиального [151]) с радиальной симметрией и круговой поляризацией поперечный поток энергии вращается на разных расстояниях от оптической оси либо по часовой стрелке, либо против часовой.

В данном разделе теоретически и экспериментально изучается эффект «углового трактора» в фокусе лазерного пучка Бесселя 3-го порядка с обратной (по отношению к направлению вращения спирали волнового фронта) круговой поляризацией. Впервые экспериментально продемонстрировано вращение в одном пучке нескольких диэлектрических микрочастиц по окружностям разного радиуса в разные стороны (по часовой и против часовой стрелки).

**4.2.1. Угловой трактор в параксиальном случае.** В [10] получено общее выражение для плотности углового момента (УМ) произвольного параксиального оптического вихря с эллиптической поляризацией:

$$\begin{aligned}
 j = \frac{-z}{2\omega} \left[ \frac{n}{r} (1 + |\sigma|^2) |A(r, z)|^2 - \operatorname{Re} \sigma \frac{\partial |A(r, z)|^2}{\partial r} \right] \mathbf{r} + \\
 + \frac{1 + |\sigma|^2}{2c} \left[ \frac{z}{2} F - |A(r, z)|^2 r \right] \boldsymbol{\phi} + \\
 + \frac{1}{2\omega} \left[ n(1 + |\sigma|^2) |A(r, z)|^2 - \operatorname{Re} \sigma r \frac{\partial}{\partial r} |A(r, z)|^2 \right] \mathbf{z}. \quad (4.35)
 \end{aligned}$$

В (4.35)  $(\mathbf{r}, \boldsymbol{\phi}, \mathbf{z})$  — единичные векторы в цилиндрической системе координат.

Проекция на ось  $x$  вектора напряженности электрического поля оптического вихря с радиально-симметричной интенсивностью имеет вид:

$$E_x = A(r, z) \exp(in\varphi), \quad (4.36)$$

функция  $F$  в (4.35) имеет вид:

$$F = \frac{-i}{k} \left( A^* \frac{\partial A}{\partial r} - A \frac{\partial A^*}{\partial r} \right). \quad (4.37)$$

Поперечные проекции  $E_x$  и  $E_y$  вектора напряженности электрического поля  $\mathbf{E}$  для волны с эллиптической поляризацией связаны соотношением

$$E_y = i\sigma E_x. \quad (4.38)$$

Из (4.36) видно, что в случае круговой поляризации ( $\sigma = \pm 1$ ) проекция плотности УМ на оптическую ось может менять знак в зависимости от радиальной координаты  $r$ :

$$j_z = \frac{1}{\omega} \left( n |A(r, z)|^2 - \frac{\sigma r}{2} \frac{\partial |A(r, z)|^2}{\partial r} \right). \quad (4.39)$$

Если топологический заряд положительный ( $n > 0$ ), то при правой поляризации ( $\sigma > 0$ ) проекция УМ (4.39) может быть отрицательной ( $j_z < 0$ ) в тех местах поперечного сечения оптического вихря, в которых радиальная производная интенсивности  $I = |A(r, z)|^2$  положительная ( $\partial I / \partial r > 0$ ), и наоборот, для левой поляризации ( $\sigma < 0$ ) проекция УМ (4.39) может быть отрицательной ( $j_z < 0$ ) в тех местах поперечного сечения оптического вихря, в которых радиальная производная интенсивности отрицательная ( $\partial I / \partial r < 0$ ). Для оптического вихря с линейной поляризацией ( $\sigma = 0$ ) плотность УМ (4.39) во всех точках поперечного сечения пучка положительная ( $j_z > 0$ ), если топологический заряд положительный ( $n > 0$ ). Для круговой поляризации радиусы, на которых осевая проекция углового момента (4.39) меняет знак, и в которых  $j_z = 0$ , можно найти из уравнения:

$$2n |A(r, z)|^2 = \sigma r \frac{\partial |A(r, z)|^2}{\partial r}. \quad (4.40)$$

Например, для пучка Бесселя  $A(r) = J_n(k_r r)$ , где  $J_n(x)$  — функция Бесселя первого рода  $n$ -го порядка и  $k_r$  — поперечная проекция волнового вектора, уравнение (4.40) принимает конкретный вид:

$$\frac{n}{\sigma} J_n(k_r r) = r \frac{\partial J_n(k_r r)}{\partial r}. \quad (4.41)$$

Из (4.41) следует, что осевая проекция плотности УМ будет отрицательной  $j_z < 0$  (при  $n/\sigma > 0$ ) при

$$J_n(k_r r) [(1 - \sigma)J_{n-1}(k_r r) + (1 + \sigma)J_{n+1}(k_r r)] < 0, \quad (4.42)$$

то есть  $J_n(k_r r)J_{n+1}(k_r r) < 0$  для правой круговой поляризации и  $J_n(k_r r)J_{n-1}(k_r r) < 0$  для левой круговой поляризации. Известно, что нули функций Бесселя соседних порядков чередуются (выражение 9.5.2 в [9]):

$$\gamma_{v,1} < \gamma_{v+1,1} < \gamma_{v,2} < \gamma_{v+1,2} < \gamma_{v,3} < \dots, \quad (4.43)$$

где  $\gamma_{\nu,m}$  —  $m$ -й ноль функции Бесселя  $\nu$ -го порядка. Поэтому в случае правой круговой поляризации угловой трактор наблюдается при  $\gamma_{n,m} < k_r r < \gamma_{n+1,m}$  ( $m = 1, 2, \dots$ ), то есть на внутренних сторонах светлых колец (начиная со второго), а в случае левой круговой поляризации — при  $\gamma_{n-1,m} < k_r r < \gamma_{n,m}$  ( $m = 1, 2, \dots$ ), то есть на внешних сторонах светлых колец (начиная с первого).

**4.2.2. Угловой трактор в фокусе непараксиального оптического вихря.** В этом разделе покажем, что в плоскости фокуса в апланатической системе также имеет место эффект углового трактора. Можно получить общие соотношения для поперечных составляющих вектора Пойнтинга [1]  $\mathbf{S} = c \operatorname{Re} [\mathbf{E} \times \mathbf{H}] / (8\pi)$  в плоскости фокуса оптического вихря с топологическим зарядом  $m$  и левой круговой поляризацией  $\sigma = -1$  (с точностью до  $c/(8\pi)$ ,  $c$  — скорость света в вакууме):

$$S_{x-} = -Q_m(r) \sin \varphi, \quad S_{y-} = Q_m(r) \cos \varphi, \quad (4.44)$$

где

$$Q_m(r) = (I_{0,m} + I_{2,m-2})(\bar{I}_{2,m-1} + \bar{I}_{0,m-1}) + 2I_{1,m-1} \left( \bar{I}_{0,m} - \bar{I}_{2,m-2} + \frac{2(m-1)}{kr} I_{1,m-1} \right), \quad (4.45)$$

$$I_{0,m} = B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta,$$

$$I_{1,m\pm 1} = B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) J_{m\pm 1}(x) d\theta, \quad (4.46)$$

$$I_{2,m\pm 2} = B \int_0^a \sin \theta \cos^{1/2} \theta A_m(\theta) (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta,$$

$$\begin{aligned}\bar{I}_{0,m} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^3 \theta A_m(\theta) (1 + \cos \theta) J_m(x) d\theta, \\ \bar{I}_{0,m-1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^3 \theta A_m(\theta) (1 + \cos \theta) J_{m-1}(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,m\pm 2} &= B \int_0^a \sin \theta \cos^3 \theta A_m(\theta) (1 - \cos \theta) J_{m\pm 2}(x) d\theta, \\ \bar{I}_{2,m\pm 1} &= B \int_0^a \sin^2 \theta \cos^3 \theta A_m(\theta) (1 - \cos \theta) J_{m\pm 1}(x) d\theta.\end{aligned}$$

В (4.46) использованы обозначения:  $B = kf/2$ ,  $\alpha = \arcsin(NA)$ ,  $x = kr \sin \theta$ ,  $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sigma)/2$ ,  $J_{\nu}(x)$  — функция Бесселя,  $k$  — волновое число света,  $f$  — фокусное расстояние апланатической системы с числовой апертурой  $NA$ . Из (4.44) видно, что в плоскости фокуса поток энергии вращается вокруг оптической оси по часовой или против часовой стрелки, в зависимости от знака функции  $Q_m(r)$ . Вблизи плоскости фокуса поток энергии будет вращаться по спирали. Чтобы далее получать аналитические выражения, ограничимся простым способом формирования в фокусе апланатической системы непараксиального пучка Бесселя  $m$ -го порядка с левой круговой поляризацией с помощью функции аподизации в виде  $\delta$ -функции:

$$A_m(\theta) = \delta(\theta - \theta_0), \quad 0 < \theta_0 < \pi/2. \quad (4.47)$$

Подставив (4.47) в (4.46), вместо интегралов получим:

$$\begin{aligned}I_{0,m} &= B \sin \theta_0 \cos^{1/2} \theta_0 (1 + \cos \theta_0) J_m(x_0), \\ I_{1,m-1} &= B \sin^2 \theta_0 \cos^{1/2} \theta_0 J_{m-1}(x_0), \\ I_{2,m-2} &= B \sin \theta_0 \cos^{1/2} \theta_0 (1 - \cos \theta_0) J_{m-2}(x_0), \\ \bar{I}_{0,m} &= B \sin \theta_0 \cos^3 \theta_0 (1 + \cos \theta_0) J_m(x_0), \\ \bar{I}_{0,m-1} &= B \sin^2 \theta_0 \cos^3 \theta_0 (1 + \cos \theta_0) J_{m-1}(x_0), \\ \bar{I}_{2,m-2} &= B \sin \theta_0 \cos^3 \theta_0 (1 - \cos \theta_0) J_{m-2}(x_0), \\ \bar{I}_{2,m-1} &= B \sin^2 \theta_0 \cos^3 \theta_0 (1 - \cos \theta_0) J_{m-1}(x_0),\end{aligned} \quad (4.48)$$

где  $x_0 = kr \sin \theta_0$ .

Тогда с учетом (4.48) вместо (4.45) запишем:

$$Q_m(r) = J_{m-1}(x_0) \times [A_0 J_m(x_0) + B_0 J_{m-1}(x_0) + C_0 J_{m-2}(x_0)], \quad (4.49)$$

где

$$\begin{aligned} A_0 &= 2B^2 \sin^3 \theta_0 \cos \theta_0 (1 + \cos \theta_0)^2, \\ B_0 &= \frac{4(m-1)B^2}{kr} \sin^4 \theta_0 \cos \theta_0, \\ C_0 &= 2B^2 \sin^3 \theta_0 \cos \theta_0 (1 - \cos \theta_0)^2. \end{aligned} \quad (4.50)$$

Используя рекуррентные соотношения для функции Бесселя, получим из (4.49):

$$Q_m(r) = 4B^2 \sin^3 \theta_0 \cos \theta_0 J_{m-1}(x_0) \times \\ \times [(1 + \cos \theta_0)J_m(x_0) + (1 - \cos \theta_0)J_{m-2}(x_0)]. \quad (4.51)$$

Для небольших числовых апертур ( $NA = \sin \theta_0 < 0,5$ ) справедливо неравенство:  $1 + \cos \theta_0 \gg 1 - \cos \theta_0$ . Поэтому смена знака  $Q_m(r)$  в (4.51) происходит в точках нулей функций Бесселя  $(m-1)$ -го и  $m$ -го порядков, то есть на радиусах  $r_{n1} = \gamma_{m-1,n}/(k \sin \theta_0)$  и на радиусах примерно  $r_{n2} = \gamma_{m,n}/(k \sin \theta_0)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , происходит смена знака азимутального потока энергии, где корни функции Бесселя  $J_m(kr \sin \theta_0) = J_m(\gamma_{m,n}) = 0$ .

Определим, на каких радиусах в распределении интенсивности пучка Бесселя в фокусе происходит эта смена вращения потока энергии. Можно показать, что интенсивность в плоскости фокуса оптического вихря (4.36) с левой круговой поляризацией равна:

$$I_m(r, z = 0) = 2(I_{0,m}^2 + I_{2,m-2}^2 + 2I_{1,m-1}^2). \quad (4.52)$$

С учетом (4.46) и (4.48) для пучка Бесселя  $m$ -го порядка получим:

$$I_m(r) = D_0 J_m^2(x_0) + E_0 J_{m-1}^2(x_0) + F_0 J_{m-2}^2(x_0), \quad (4.53)$$

где положительные константы равны:

$$\begin{aligned} D_0 &= 2B^2 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 (1 + \cos \theta_0)^2, \\ E_0 &= 4B^2 \sin^4 \theta_0 \cos \theta_0, \\ F_0 &= 2B^2 \sin^2 \theta_0 \cos \theta_0 (1 - \cos \theta_0)^2. \end{aligned} \quad (4.54)$$

Для небольших числовых апертур ( $NA < 0,5$ )  $D_0 \gg E_0$  и  $D_0 \gg F_0$ . Поэтому минимумы интенсивности (темные кольца) достигаются примерно на радиусах  $r_{n2} = \gamma_{m,n}/(k \sin \theta_0)$ ,  $n = 1, 2, \dots$ . Это означает, что отрицательные значения углового потока энергии  $Q_m(r)$  наблюдаются на внешних сторонах колец интенсивности.

На рис. 4.3 показана зависимость интенсивности  $I_m(r)$  и функции  $Q_m(r)$  от радиальной координаты  $r$  для длины волны  $\lambda = 532$  нм, топологического заряда  $m = 3$  и числовой апертуры  $NA = 0,4$ . Вертикальными пунктирными линиями отмечены значения  $r_{n1}$  и  $r_{n2}$ .

Из рис. 4.3 видно, что, действительно, на внутренних сторонах и центрах светлых колец поток энергии вращается против часовой стрелки ( $Q_m(r) > 0$ ), а на внешних сторонах светлых колец — по часо-

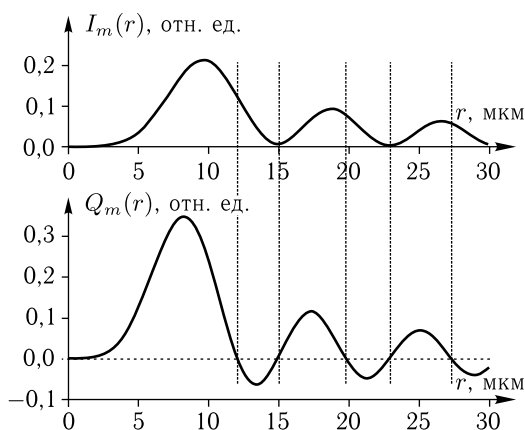


Рис. 4.3. Зависимость интенсивности  $I_m(r)$  и функции азимутального потока энергии  $Q_m(r)$  от радиальной координаты  $r$  для длины волны  $\lambda = 532$  нм, топологического заряда  $m = 3$  и числовой апертуры  $NA = 0,4$ . Вертикальные пунктирные линии показывают радиусы  $r_{n1}$  и  $r_{n2}$

вой стрелке ( $Q_m(r) < 0$ ), то есть почти так же как и в парааксиальном пучке Бесселя (4.41)–(4.43). Таким образом, если в плоскости фокуса непарааксиального пучка Бесселя 3-го порядка ( $m = 3$ ) с левой круговой поляризацией поместить две диэлектрические микрочастицы, сравнимые по размеру с шириной светлых колец картины дифракции пучка Бесселя, то частица, захваченная на внешней стороне второго светлого кольца, должна вращаться по часовой стрелке, а частица, захваченная на внутренней стороне третьего светлого кольца, должна вращаться против часовой стрелки. Эксперимент подтверждает такое вращение микрочастиц.

**4.2.3. Эксперимент по вращению микросфер полистирола в пучке Бесселя с круговой поляризацией.** На рис. 4.4 показана оптическая схема установки, использованной в эксперименте. Линейно-поляризованный лазерный пучок с гауссовым профилем распределения интенсивности расширялся с помощью системы линз  $L_1$  и  $L_2$  ( $f_1 = 150$  мм,  $f_2 = 350$  мм) и направлялся на дисплей пространственного модулятора света  $SLM$  (HOLOEYE, PLUTO-VIS). Модулятор света был использован для реализации фазовой маски элемента, формирующего пучок Бесселя 3-го порядка, в виде  $\tau(r, \varphi) = \text{circ}(r/R) \text{sgn} J_n(\alpha r) \exp(in\varphi)$ , где  $(r, \varphi)$  — полярные координаты, параметр  $\alpha$  задает масштаб функции Бесселя  $n$ -го порядка  $J_n(x)$ ,  $R$  — радиус элемента. Дополнительно к полученной фазовой маске добавлялась градиентная фазовая маска для того, чтобы развести в пространстве непромулированный нулевой дифракционный порядок и 1-ый дифракционный порядок, в котором формировался требуемый пучок Бесселя. Для преобразования сформированного

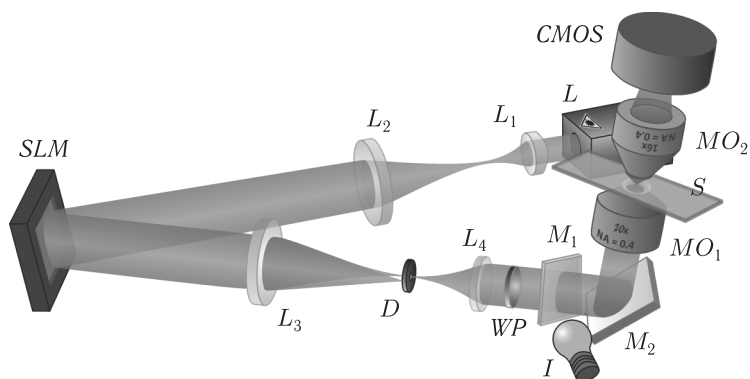


Рис. 4.4. Экспериментальная схема:  $L$  — твердотельный лазер ( $\lambda = 532$  нм),  $L_1, L_2, L_3, L_4$  — линзы с фокусными расстояниями ( $f_1 = 150$  мм,  $f_2 = 350$  мм,  $f_3 = 350$  мм,  $f_4 = 150$  мм), SLM — пространственный модулятор света (HOLOEYE, PLUTO-VIS),  $D$  — диафрагма,  $WP$  — четвертьволновая пластинка,  $M_1$  и  $M_2$  — зеркала,  $MO_1$  — микрообъектив ( $20\times$ ,  $NA = 0,4$ ),  $MO_2$  — микрообъектив ( $16\times$ ,  $NA = 0,3$ ),  $S$  — подложка с раствором с 5-мкм полистироловыми сферами,  $I$  — светодиодная лампочка, CMOS — видеокамера

линейно-поляризованного пучка Бесселя в пучок Бесселя с круговой поляризацией была использована четвертьволновая пластинка  $WP$ . Отраженный от модулятора и промодулированный по фазе лазерный пучок с помощью системы линзы  $L_3, L_4$  ( $f_3 = 350$  мм,  $f_4 = 150$  мм) и зеркала  $M_2$  направлялся во входное отверстие микрообъектива  $MO_1$  ( $20\times$ ,  $NA = 0,4$ ), который выполнял фокусировку лазерного пучка в раствор с 5-мкм полистироловыми сферами на подложке  $S$ . При этом диафрагма  $D$  блокировала нулевой (нерабочий) дифракционный порядок. Микрообъектив  $MO_2$  ( $16\times$ ,  $NA = 0,3$ ) строил изображение плоскости манипулирования на матрице CMOS-видеокамеры. Для подсветки плоскости манипулирования был использован свет светодиодной лампочки  $I$ , для ввода которого была использовано полупрозрачное зеркало  $M_1$ . Для ослабления лазерного пучка после второго микрообъектива были использованы фильтры нейтральной плотности (не показаны на схеме).

На рис. 4.5 показано распределение интенсивности сформированного пучка Бесселя 3-го порядка с левой круговой поляризацией и стадии движения пар частиц по второму и третьему кольцу. Очевидно, что частицы, захваченные по внешнему краю второго светового кольца, движутся по часовой стрелке, а частицы, захваченные по внутреннему краю третьего светового кольца, движутся против часовой стрелки — навстречу частицам во втором кольце. Измеренная скорость движения частиц по второму кольцу составила  $0,9 \pm 0,1$  мкм/с, по третьему кольцу  $0,7 \pm 0,1$  мкм/с. Мощность лазерного пучка в плоскости захвата около 80 мВт.



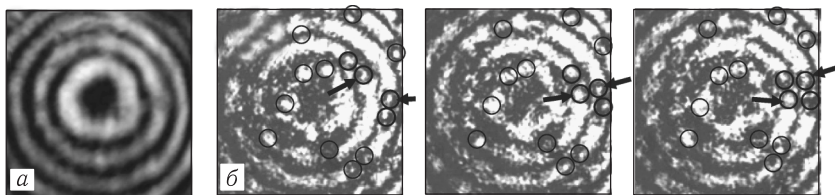


Рис. 4.5. Вращение 5-мкм сфер полистирола в пучке Бесселя 3-го порядка с левой круговой поляризацией: (а) распределение лазерного пучка в плоскости захвата микросфер, (б) стадии движения захваченных частиц (интервал между кадрами 5 с). Размер кадров  $60 \times 60$  мкм. Кружками отмечены положения микросфер, а стрелочки указывают перемещения микросфер, а стрелочки указывают перемещения микросфер, а стрелочки указывают перемещения микросфер, а стрелочки указывают перемещения микросфер в противоположных направлениях

В этом разделе изучен оптический эффект «углового трактора». Эффект «углового трактора» состоит в том, что у оптического вихря с круговой поляризацией на разном расстоянии от оптической оси энергия будет распространяться либо по правой, либо по левой спирали. Для параксиального вихревого светового поля с круговой поляризацией показано, что проекция на оптическую ось вектора плотности углового момента на некоторых расстояниях от оптической оси меняет знак, то есть имеет место «угловой трактор». Для непараксиального вихревого светового поля с любым целым топологическим зарядом  $m$  и круговой поляризацией получены общие выражения для интенсивности и поперечных проекций вектора Пойнтинга в плоскости фокуса в апланатической системе. Из общих формул в простом частном случае для узкой функции аподизации падающего вихревого поля с небольшой числовой апертурой  $NA < 0,5$  показано, что поперечный поток энергии в плоскости фокуса вращается вокруг оптической оси и меняет направление вращения вблизи радиусов темных колец, которые пропорциональны корням (нулям) функции Бесселя второго порядка. Эффект «углового трактора» экспериментально наблюдался с помощью захвата и вращения в разные стороны полистироловых шариков диаметром 5 мкм в плоскости фокуса лазерного пучка Бесселя 3-го порядка с круговой поляризацией. Причем, частицы, захваченные на внешней стороне второго светлого кольца, вращались по часовой стрелке, а захваченные на внутренней стороне третьего светлого кольца, вращались против часовой стрелки.

### 4.3. Обратный поток вблизи выходной поверхности градиентной линзы

Острая фокусировка лазерного излучения (фокусировка света линзами с высокими значениями числовых апертур) в настоящее время активно используется для формирования оптических игл [161–163], световых туннелей [76, 77] и цепочек фокусов [78, 79]. Ранее нами

было показано, что при острой фокусировке цилиндрических векторных пучков  $n$ -го порядка с вихревой фазой, у которых топологический заряд вихря  $m$  превышает порядок пучка на два ( $m = n + 2$ ), в фокусе вблизи оптической оси можно наблюдать области с обратным потоком энергии [89]. В частности, такие области наблюдаются при фокусировке оптических вихрей с топологическим зарядом 2 [29, 68] и цилиндрических векторных пучков второго порядка [68, 88]. В случае если фокусировка исследуемых пучков осуществляется линзами с высокой числовой апертурой, величина обратного потока энергии становится сопоставимой величине прямого потока энергии.

Сила рассеяния, действующая на рэлеевскую частицу со стороны светового поля, совпадает по направлению с вектором Пойнтинга [4, 164], следовательно частица, помещенная в область обратного потока, должна двигаться по направлению к источнику излучения. Поэтому на основе обнаруженного эффекта обратного потока энергии возможно создание световых ловушек. В работах [29, 68, 88, 89] область обратного потока расположена рядом с областью прямого потока энергии — в то время как для создания световой ловушки две эти области должны быть изолированы друг от друга. Сделать это можно, сфокусировав свет вблизи раздела двух сред (например, стекло/воздух) таким образом, чтобы область прямого потока энергии была внутри стекла, а область обратного потока — в воздухе. Градиентные линзы, такие как линза Микаэляна [165] (или гиперболическая секансная линза [166, 167]), линза Лунеберга [168], рыбий глаз Максвелла [169], фокусируют свет вблизи раздела двух сред и могут быть использованы для разделения областей прямого и обратного потоков энергии. Отметим здесь также, что помимо линз с непрерывным изменением показателя преломления в последнее время активно изучаются их аналоги, в которых изменяется эффективный показатель преломления: фотонно-кристаллические линзы [170–174], линзы, основанные на чередования слоев различных материалов [175–177] или линзы на основе метаповерхности [178].

В данном разделе моделировалась фокусировка цилиндрического векторного пучка второго порядка градиентной линзой Микаэляна с длиной 10 мкм, радиусом 6 мкм и показателем преломления на оси 1,5. Было показано, что линза формирует вблизи своей выходной поверхности область обратного потока энергии. В случае если длину линзы сделать больше расчетной и снабдить углублением на оси (цилиндрическое углубление имело диаметр 0,3 мкм и глубину 0,8 мкм) удастся локализовать область прямого потока энергии внутри материала линзы, а область с преимущественно обратным потоком энергии вынести в свободное пространство. На основе таких линз представляется возможным создавать световые ловушки нового типа.

**4.3.1. Градиентная секансная линза.** Ниже моделируется фокусировка цилиндрического векторного пучка второго порядка гра-

диентной линзой Микаэляна. Показатель преломления такой линзы изменяется в соответствии с формулой [165]:

$$n(r) = n_0 \left[ \operatorname{ch} \left( \frac{\pi r}{2L} \right) \right]^{-1}, \quad (4.55)$$

где  $n_0$  — показатель преломления линзы на оси,  $r$  — радиальная координата,  $L$  — длина линзы,  $R$  — радиус. Числовая апертура линзы Микаэляна равна  $NA = \sqrt{n_0^2 - 1} = \sqrt{2,25 - 1} = \sqrt{1,25} > 1$  [179]. В моделировании считалось, что  $n_0 = 1,5$ ,  $L = 10$  мкм,  $R = 6$  мкм из соображений  $n(R) = 1$  (ранее было продемонстрировано создание метаматериалов с эффективным показателем преломления, близким к единице [180, 181]). Моделирование осуществлялось с помощью FDTD метода, реализованного в программе Fullwave (шаг сетки по пространству  $0,015$  мкм  $\approx \lambda/42$ ).

В качестве освещающего пучка использовался цилиндрический векторный пучок второго порядка, вектор Джонса для него равен  $\begin{pmatrix} -\sin(2\varphi) \\ \cos(2\varphi) \end{pmatrix}$ , где  $\varphi$  — азимутальный угол в цилиндрической системе координат, выбранной таким образом, что ось  $z$  совпадает с направлением распространения пучка. Длина волны была равна  $\lambda = 0,633$  мкм, волновой фронт пучка считался плоским (распределение амплитуды и фазы входного поля было аналогично распределению амплитуды и фазы поля в работе [125] — рис. 4.6, но было увеличено в ширину

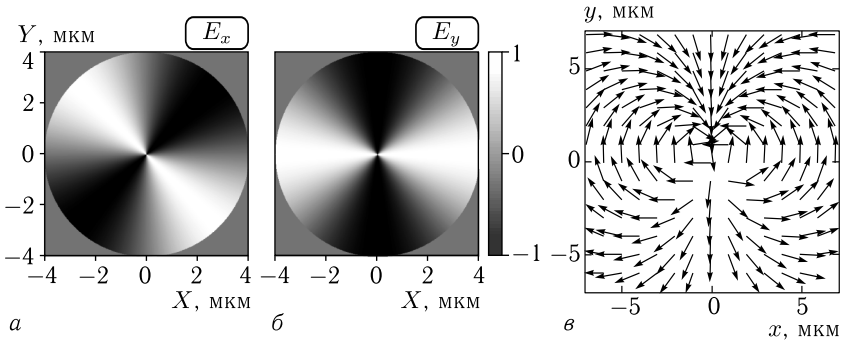


Рис. 4.6. Распределение входного поля: напряженность  $E_x$  (а) и  $E_y$  (б). Направление поляризации (в)

до 12 мкм). В дальнейшем полученные в моделировании величины напряженностей электрического и магнитного полей в фокусе линзы (рис. 4.7–4.9) нормировались на максимальные значения величин электрического и магнитного полей освещающего линзу пучка.

**4.3.2. Результаты моделирования фокусировки света градиентной секансной линзой.** Распределение продольной составляющей вектора Пойтнинга  $S_z$  в вычисляемой области показано на рисунке 4.7:  $S_z = \operatorname{Re}([\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*]_z)$ .

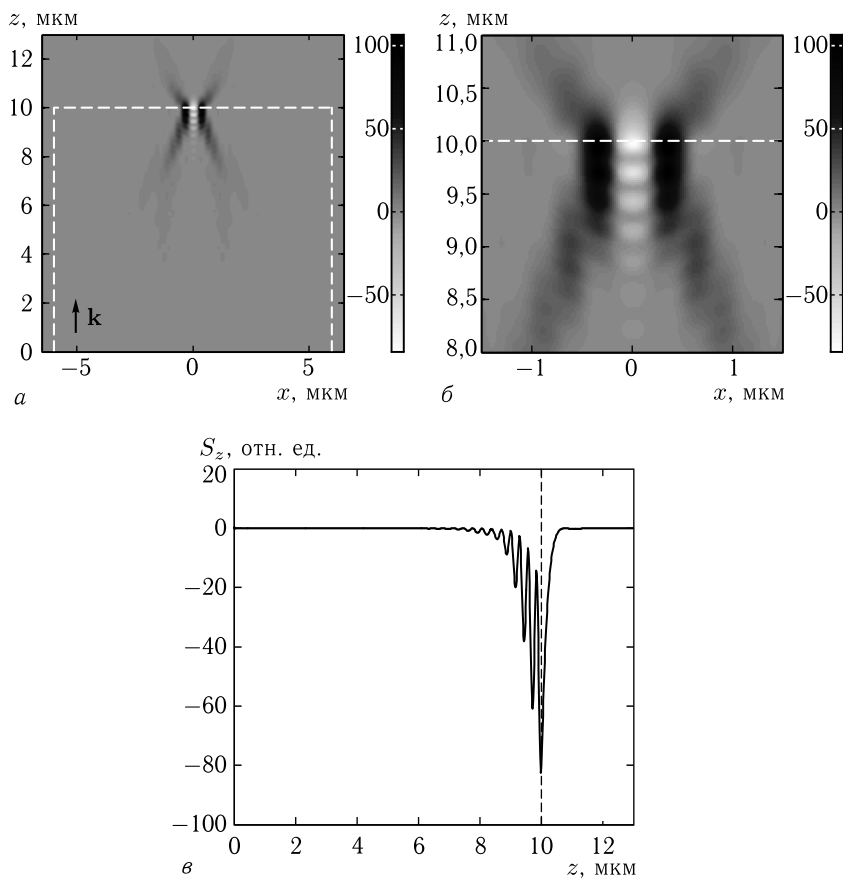


Рис. 4.7. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$  в продольной плоскости  $xz$  (а). Увеличенный фрагмент вблизи фокуса (б). Белой пунктирной линией показана граница линзы. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$  вдоль оси  $z$  (в)

Из рис. 4.7 видно, что вблизи выходной поверхности линзы формируется световой полый цилиндр с радиусом около 400 нм и длиной около 500 нм. Внутри этого цилиндра имеет место обратный поток энергии в виде цилиндра с диаметром около половины длины волны фокусируемого света  $\sim 0,3$  мкм. Максимальные абсолютные значения  $S_z$  в областях прямого и обратного потоков сопоставимы по порядку величины, хотя в области прямого потока максимум  $|S_z|$  и превышает максимум  $|S_z|$  в области обратного потока примерно в 1,5 раза. В отличие от обратного потока в фокусе обычной линзы [29, 68, 88, 89], область обратного потока на рис. 4.7 не симметрична вдоль оси распространения света  $z$  (рис. 4.7, в).

**4.3.3. Градиентная секансная линза с металлизацией.** Так же, как и в случае с фокусировкой света в свободном пространстве широкоапертурными линзами, область обратного потока окружена областью прямого потока энергии. Изолировать область обратного потока можно, например, покрыв выходную поверхность линзы слоем металла [2]. На рис. 4.8 показано распределение  $S_z$  в расчетной области в случае, если линза покрывается металлом — хромом толщиной 70 нм (на оси оставлено непокрытое металлом отверстие шириной 0,3 мкм).

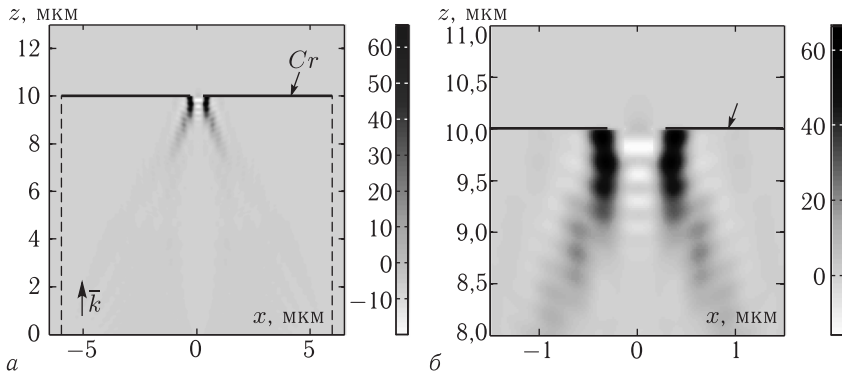


Рис. 4.8. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$  в продольной плоскости  $xz$  (а). Увеличенный фрагмент вблизи фокуса (б). Пунктирной линией показана граница линзы, черной сплошной линией — покрытие из хрома

Из рис. 4.8 видно, что область прямого потока энергии в данном случае не выходит за границы линзы, однако и область обратного потока энергии за границу также не выходит.

**4.3.4. Градиентная секансная линза с отверстием.** Другой способ изолировать область обратного потока энергии (рис. 4.6) — вырезать отверстие под область обратного потока с одновременным увеличением толщины линзы. Нами была промоделирована линза с высотой на 0,5 мкм выше расчетной и цилиндрическим углублением на оси с диаметром 0,3 мкм и высотой 0,8 мкм. Результат фокусировки показан на рис. 4.9.

Из рисунка 4.9 видно, что таким способом можно изолировать область с максимальным прямым потоком энергии внутри материала линзы, в то время как в свободном пространстве будет располагаться область с преимущественно обратным потоком энергии. Заметим, что по сравнению с рис. 4.6 обратный поток уменьшился — на рис. 4.9 максимум абсолютного значения  $|S_z|$  в области прямого потока в 4,7 раз больше максимума  $|S_z|$  в области обратного потока (против 1,5 раз на рис. 4.6). Также заметим, что цилиндрическое углубление в линзе

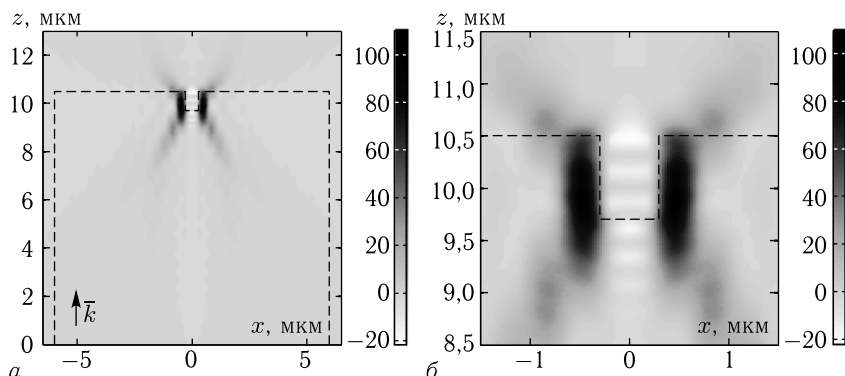


Рис. 4.9. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$  в продольной плоскости  $xz$  (а). Увеличенный фрагмент вблизи фокуса (б). Пунктирной линией показана граница линзы

на рис. 4.9 работает как открытый резонатор, что приводит к неоднородности обратного потока.

В данном разделе моделировалась фокусировка цилиндрического векторного пучка второго порядка с длиной волны 633 нм градиентной линзой Микаэляна толщиной 10 мкм, радиусом 6 мкм и показателем преломления на оси 1,5. Было показано, что линза формирует вблизи своей выходной поверхности область обратного потока энергии. В случае если линзу сделать больше расчетной и снабдить углублением на оси удастся локализовать область прямого потока энергии внутри материала линзы, а область с преимущественно обратным потоком энергии вынести в свободное пространство. На основе таких линз представляется возможным создавать световые ловушки нового типа.

#### 4.4. Сила, действующая на частицу вблизи обратного потока

Изучение силы, действующей со стороны света на нанобъекты, до сих пор является актуальной темой исследований [182–192]. В последние годы особенный интерес вызывают исследования, где рассматривается действие силы на объекты размером порядка сотен нанометров. Это связано с тем, что диэлектрические и металлические частицы с таким характерным размером являются наиболее перспективными для создания метаповерхностей [193–197]. Расчет силы света на такие частицы производится, как правило, в дипольном приближении [71, 137], что ограничивает применимость таких результатов. Например, в [198] численно и экспериментально была изучена подвижность похожих на стержни частиц, которая появлялась из-за действующего со стороны света момента силы. Расчеты проводились

в дипольном приближении. А в [199] авторы аналитически изучали момент силы, действующий на пару нано-шаров. Момент силы также был рассчитан в дипольном приближении. Авторы в [200] рассмотрели силу, действующую со стороны некоторых Бесселевых пучков на наночастицу, которая рассчитывалась с помощью тензора напряженностей Максвелла, и обнаружили, что данная сила может быть отрицательной (обратной), и может быть направлена к источнику света, несмотря на отсутствие градиентной составляющей силы. Сами же поля рассчитывались с помощью обобщенной теории Лоренца-Ми. При этом авторы утверждают, что наличие обратного потока интенсивности [2, 28, 29] (отрицательной проекции вектора Пойнтинга на ось распространения света) не является ни необходимым, ни достаточным условием для возникновения обратной силы. Свои расчеты они приводили для полистироловых частиц диаметром от 0 до 4 мкм при длине волны света  $\lambda = 1,064$  мкм. А в [201] авторы на основании эффекта «оптического трактора» экспериментально доказали возможность захвата, группировки и сортировки наночастиц, размером 600–800 нм при длине волны света 532 нм. Расчет действия силы производился в дипольном приближении.

Из приведенного краткого обзора можно сделать вывод, что строгий метод расчета силы на основании тензора напряжений Максвелла используется редко из-за большого объема вычислений. Кроме того, обратную силу искали для сравнительно больших (сотни нанометров — единицы микрометров) шариков, в то время как для шариков диаметром в десятки нанометров эффект обратной силы подробно не рассматривался.

В этом разделе рассмотрена обратная сила, действующая на нано-шары с диаметром от 70 до 350 нм. Показано, что на нано-шары, состоящие как из оптически прозрачного материала ( $n = 1,5$  — стекло), так и из поглощающих материалов ( $n = 1,5 + 0,3i$ , а также золото) при расположении в остром фокусе высокоапертурной градиентной микро-линзы действует обратная сила (то есть продольная проекция вектора силы отрицательная). При этом рассмотрены случаи наличия и отсутствия обратного потока интенсивности и показано, что, хотя обратная сила возникает независимо от его наличия, обратный поток оказывает влияние на величину силы — увеличивает ее по модулю. Кроме того, показано, что вырез в выходной плоскости градиентной линзы существенно увеличивает действующую на нано-шар силу, позволяя его затягивать внутрь выреза, где интенсивность света и его действие на нано-шар максимальны. Такую градиентную линзу можно использовать в качестве «оптического магнита» для наночастиц. Расчеты светового поля производились с помощью FDTD метода в пакете FullWAVE с высокой подробностью, в области расположения нано-шаров использовался шаг сетки отсчетов  $\lambda/400$ , а расчет силы со стороны света производился строгим методом на основании тензора напряженности Максвелла.

**4.4.1. Постановка задачи.** Расчеты производились в фокусе градиентной линзы Микаэляна, рассчитанной для фокусировки излучения на своем торце [202]. Показатель преломления такой линзы изменяется в соответствии с формулой:

$$n(r) = n_0 \left[ \operatorname{ch} \left( \frac{\pi r}{2L} \right) \right]^{-1}, \quad (4.56)$$

где  $n_0 = 3,47$  — показатель преломления линзы на оси,  $r$  — радиальная координата,  $L$  — длина линзы. Диаметр линзы был равен  $D = 11,7$  мкм, длина линзы  $L = 5,877$  мкм, длина волны падающего света  $\lambda = 1,55$  мкм. Показатель преломления на оси линзы  $n(0) = 3,47$  (кремний), на краю линзы  $n(D/2) = 1,0$ . На одну из поверхностей такой линзы нормально падал плоский пучок света, имеющий левую круговую поляризацию, и фазовый вихрь порядка  $m = 2$  (рис. 4.10).

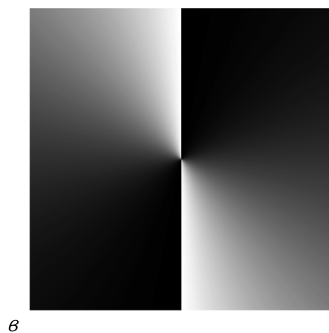
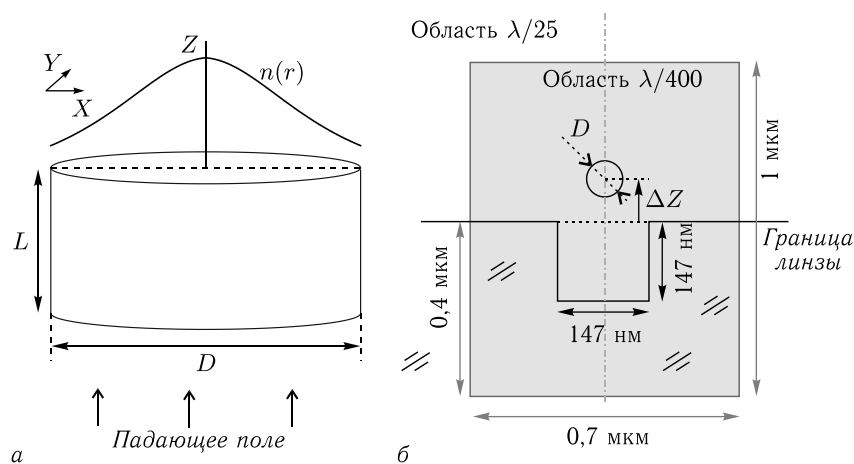


Рис. 4.10. Рассматриваемая градиентная линза (а) и схема (ее сечение в плоскости  $XZ$ ) расположения шара в щели (б), фаза падающего поля (в), имеющего левую круговую поляризацию и вихрь  $m = 2$



Известно [202], что в таком случае образуется обратный поток энергии и интенсивность, близкая к максимальной на оптической оси.

Падающее поле было ограничено апертурой, равной диаметру линзы. На выходной поверхности линзы было сделано цилиндрическое отверстие диаметром 147 нм и глубиной внутрь линзы 147 нм. В [202] было показано, что такого размера отверстие максимизирует (по модулю) обратный поток энергии  $S_z = \frac{1}{2} \text{Re} [\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}]_z$  на выходной поверхности линзы (50 нм за ней). На оптической оси располагался нано-шар диаметром  $D = 70$  нм.

Моделирование методом FDTD проводилось для трех случаев: когда показатель преломления шара был равен  $n = 1,5$  (стекло),  $n = 1,5 + 0,3i$  (стекло с поглощением),  $n = 0,52 + 10,7i$  (золото). Для расчета распространения света методом FDTD использовалась переменная сетка отсчетов. Разбиение по всей линзе и за ее пределами составляло  $\lambda/25$  по всем трем осям координат. Интересующая область составило вокруг щели в границах  $X, Y \in (-0,35 \text{ мкм}; 0,35 \text{ мкм})$ ,  $Z \in (5,48 \text{ мкм}; 6,48 \text{ мкм})$  моделировалась с повышенной точностью (рис. 4.10, б), шаг сетки в этой области по всем трем осям составлял  $\lambda/400$ . При увеличении разбиения в интересующей области до  $\lambda/600$  полученные значения силы изменялись менее чем на 7,2% в точке на графике с максимальным различием, однако время моделирования возрастало примерно в полтора раза, поэтому выбор был сделан в пользу разбиения  $\lambda/400$ . Расчет сил производился по полю вокруг шара по формуле

$$\mathbf{F} = - \oint_S (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) dS, \quad (4.57)$$

где  $\mathbf{n}$  — внешний вектор нормали к поверхности  $S$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$  — тензор напряжений электромагнитного поля Максвелла, компоненты которого в системе СГС имеют вид:

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2}{2} \delta_{ik} - E_i E_k - H_i H_k \right), \quad (4.58)$$

где  $E_i, H_i$  — компоненты электрического и магнитного полей,  $\delta_{ik}$  — символ Кронекера ( $\delta_{i=k} = 1, \delta_{i \neq k} = 0$ ).

**4.4.2. Падающее поле — левая круговая поляризация и фазовый вихрь  $m = 2$ .** На рис. 4.11 представлены результаты моделирования силы и момента силы, действующей на нано-шар при описанных выше условиях.

Из рис. 4.11, а видно, что, если золотая частица расположена в начале выреза, на нее действует положительная сила вдоль оптической оси. Но по мере смещения в положительном направлении вдоль оси  $z$  она доходит до точки устойчивого равновесия примерно на расстоянии от границы линзы  $\Delta Z = -45$  нм. В случае частицы с показателем преломления  $n = 1,5$  без поглощения и с поглощением  $n = 1,5 + 0,3i$

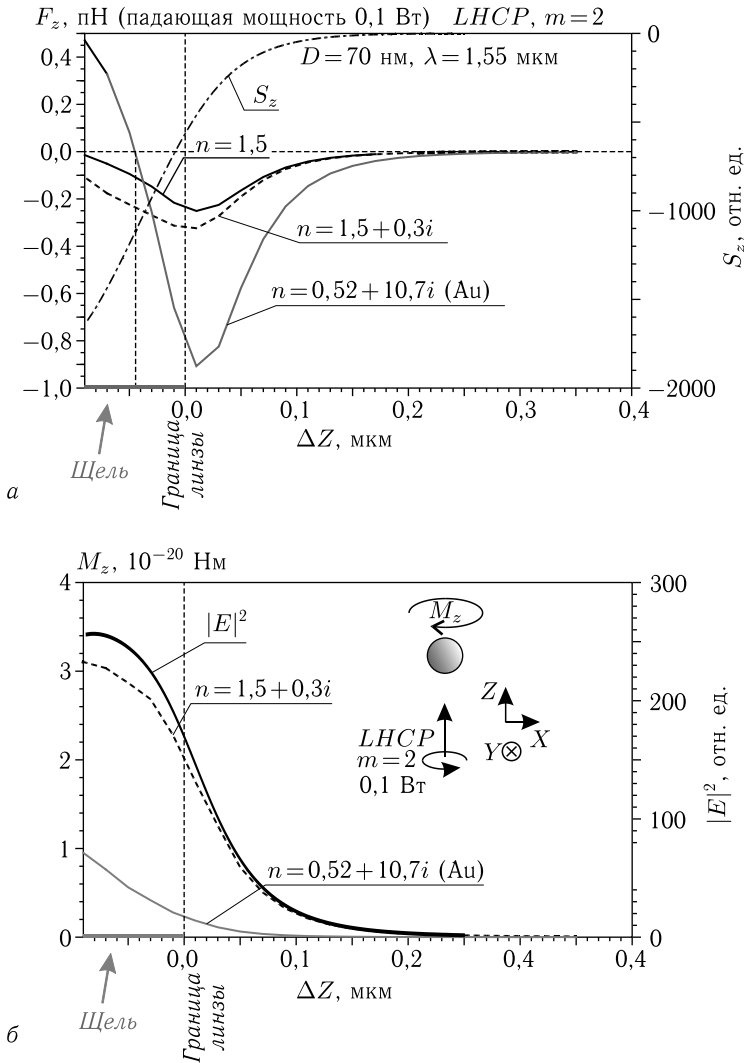


Рис. 4.11. Зависимость проекции силы  $F_z$  (а) и момента  $M_z = [\mathbf{r} \times \mathbf{F}]_z$  (б), действующих на шар, от координаты шара  $\Delta Z$  относительно границы линзы, и интенсивность света  $|E|^2$  на оптической оси. Падающая волна — левая круговая поляризация с фазовым вихрем  $m = 2$

проекция силы  $F_z$  на том же интервале остается отрицательной, однако по модулю они меньше приблизительно в 3,5 раза, чем для нано-шара из золота. На рис. 4.11,б приведен момент силы, вращающий нано-шар из тех же материалов вокруг оптической оси  $z$  и рассчитанный

относительно центра шара. Можно заметить, что момент, действующий на шар из золота, примерно в 3 раза меньше момента, действующего на поглощающую частицу, что связано с бóльшим отражением от золота и меньшей передачей момента нано-шару со стороны света. Момент, действующий на непоглощающую частицу с  $n = 1,5$  равен нулю. Разность в направлениях вращения вектора падающего на линзу электрического поля, и момента  $M_z$  обусловлена тем, что после фокусировки света направление вращения электрического вектора меняется на противоположное (этот эффект инверсии направления поляризации в области обратного потока будет рассмотрен в следующей главе). В фокусе линзы и направление вращения вектора электрического поля, и направление действия момента  $M_z$  совпадают. Из рис. 4.11, *a* видно, что в присутствии обратного потока энергии, отрицательная сила, действующая на диэлектрическую поглощающую частицу, больше, чем на непоглощающую.

**4.4.3. Падающее поле — круговая поляризация без фазового вихря.** На рис. 4.12 показаны зависимости проекции силы  $F_z$  от расположения шара для рассматриваемых показателей преломления, но падающее поле на линзу имеет левую круговую поляризацию при плоском волновом фронте с постоянной фазой. При таком начальном поле в фокусе линзы обратный поток интенсивности не образуется.

Из рис. 4.12 видно, что при отсутствии фазового вихря проекция силы  $F_z$ , действующей на шар из золота на границе линзы, по модулю

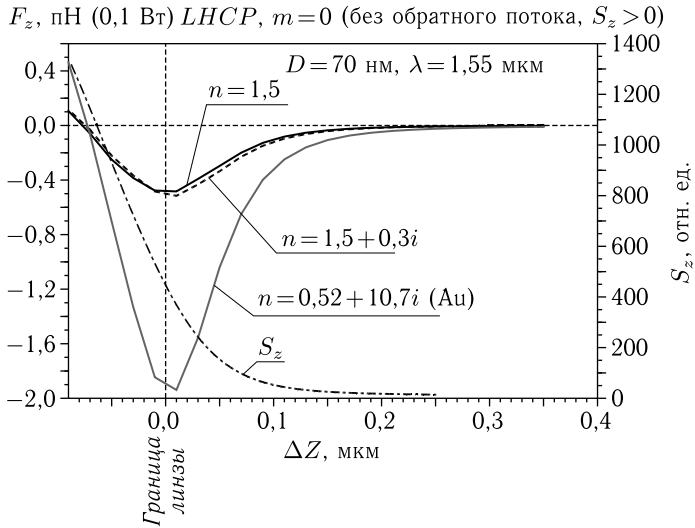


Рис. 4.12. Зависимость проекции силы  $F_z$ , действующей на шар, от координаты шара  $\Delta Z$  относительно границы линзы. Падающая волна с левой круговой поляризацией

выросла в 2,1 раза, в то время как в случае поглощающего шара она выросла всего на 52%, а непоглощающего — на 97%. При этом для шара из золота в начале графика (координата шара  $\Delta z = -90$  нм) проекция силы  $F_z = 0,45$  пН для обоих падающих полей, несмотря на разницу в интенсивности на оптической оси, приведенную на рис. 4.13.

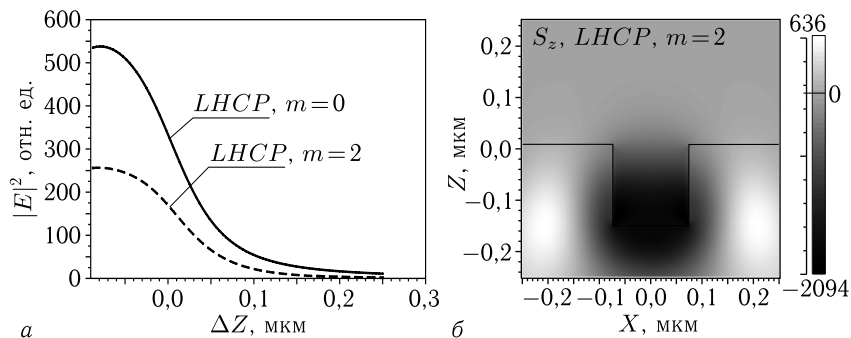


Рис. 4.13. Интенсивность  $|E|^2$  на оптической оси для случая круговой поляризации с фазовым вихрем  $m = 2$  и наличием обратного потока интенсивности, и в отсутствие фазового вихря  $m = 2$  (а) и проекция вектора Пойнтинга  $S_z$  на ось  $z$  в случае падающего поля с левой круговой поляризацией и фазовым вихрем  $m = 2$  в плоскости  $xz$  (б)

Из рис. 4.11–4.13 видно, что для непоглощающей частицы, равно как и для частицы из золота, график силы не пропорционален интенсивности света, которая в фокусе на оптической оси для двух начальных падающих полей близка по форме, но различается в 1,99–2,09 раз в рассматриваемом диапазоне значений  $\Delta z$ . В случае в два раза меньшей интенсивности света на оптической оси было бы логично ожидать уменьшения силы, действующей на все три нано-шара, так же в два раза. Но мы наблюдаем, что в случае наличия обратного потока вектора Пойнтинга (рис. 4.13, б) силы, действующие на поглощающий шар и шар из золота, по модулю больше ожидаемого и направлены назад, в сторону источника света, что доказывает влияние обратного потока.

#### 4.4.4. Влияние размера частицы на величину проекцию силы.

Интересной так же выглядит зависимость продольной проекции силы, действующей на шар, от его размера. На рис. 4.14 приведены зависимости проекции силы  $F_z$  от размера нано-шара, расположенного за линзой. Для того, чтобы корректно рассчитать силу, расстояние от границы линзы (без щели) до центра частицы было выбрано 0,25 мкм. Расчеты проводились с диаметром нано-шара  $D$  от 0,07 до 0,35 мкм.

Из рис. 4.14 видно, что при росте примерно до диаметра  $D = 0,2$  мкм сила на нано-шары со всеми тремя показателями преломления растет по модулю и остается отрицательной, но затем с даль-

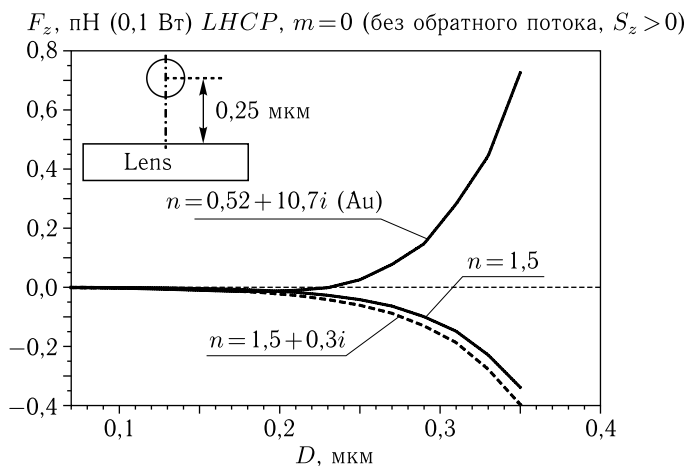


Рис. 4.14. Зависимость проекции силы  $F_z$ , действующей на шар, от диаметра шара  $D$ . Расстояние от центра шара до границы линзы было взято 0,25 мкм

нейшим ростом диаметра золотая частица начинает выталкиваться из пучка, в то время как поглощающая и диэлектрическая частицы продолжают испытывать отрицательную силу. Причем поглощающая частица притягивается назад к линзе немного сильнее, чем диэлектрическая без поглощения.

В этом разделе рассчитана продольная проекция силы  $F_z$ , действующая на нано-шар в остром фокусе градиентной гиперболической секансной линзы с вырезом на оптической оси. Показано, что для малых частиц, близких по размеру к критерию Рэлея, имеет место обратная сила, которая тянет частицу назад, в сторону к источнику света. Показано, что в двух схожих распределениях интенсивности на оптической оси в фокусе линзы при наличии и отсутствии обратного потока проекция силы на оптическую ось  $F_z$  отрицательна и по отношению к интенсивности больше в том случае, когда обратный поток присутствует. Этот эффект больше выражен для поглощающих частиц и для частиц из золота. Показано также, что для частицы из золота тоже характерна обратная сила при малом размере частицы (шар диаметром 70 нм при длине волны света  $\lambda = 1,55$  мкм). Эта сила достигает величины  $F_z = -1,9$  пН при расположении нано-шара на границе линзы при падающем поле — левой круговой поляризации без фазового вихря, и превышает в 3,9 раз по модулю проекции силы  $F_z$  в случае непоглощающего ( $n = 1,5$ ) или поглощающего ( $n = 1,5 + 0,3i$ ) нано-шара. При этом мощность падающего пучка во всех случаях одинакова и равна 100 мВт. Обратная сила для нано-шара из золота пропадает при увеличении его диаметра, что согласуется с выводами в работе [200].

## СПИН-ОРБИТАЛЬНАЯ КОНВЕРСИЯ В ФОКУСЕ

## 5.1. Обратный поток в фокусе для вихревого поля с линейной поляризацией

То, что сферическая линза концентрирует энергию в фокусе, знали и использовали для добывания огня еще 3000 лет назад (burning lens упоминается в комедии Аристофана «Облака», написанной в 424 году до нашей эры). Но до сих пор поведение света в фокусе линз вызывает интерес ученых. Недавно были обнаружены такие интересные явления в области острого фокуса, как узлы сингулярностей [59–61], тороидальный поток [64, 89, 129], угловой «трактор» [203], обратный поток [29, 68], фотонные «колеса» [204], поляризационная лента Мебиуса [205], спин-орбитальное преобразование [204–206]. Отдельный интерес вызывает проблема получения минимального субволнового пятна в фокусе (проблема сверхразрешения). Для достижения сверхразрешения используют неоднородную поляризацию (азимутальную или радиальную) и оптические вихри [207–215]. Заметим, что при исследовании лазерных пучков, формирующих субволновые фокусные пятна, внимание исследователей сосредоточено на вычислении распределения интенсивности в фокусе. Исследованию вектора магнитной напряженности уделялось мало внимания. Знание последней необходимо для изучения поведения вектора Пойнтинга. В соответствии с [4] сила, действующая на частицу, может быть вычислена как

$$\mathbf{F} = (k/2)\text{Im } \alpha \text{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*), \quad (5.1)$$

где  $k$  — волновое число,  $\alpha$  — поляризуемость частицы,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — напряженности электрического и магнитного полей соответственно. Из этой формулы следует, что продольная составляющая силы будет пропорциональна продольной составляющей вектора Пойнтинга. Если некоторый пучок в своем поперечном распределении  $S_z$  будет содержать отрицательную составляющую, то частица, подсвеченная таким пучком, начнет двигаться в сторону источника света.

В работе [10] моделировалось прохождение света через металлинзу, осуществляющую поворот направления поляризации и фокусировку. Численно с помощью FDTD метода было показано, что такая линза, освещаемая светом с круговой поляризацией, может формировать фокусное пятно, в котором поток энергии вдоль оси распространения пучка  $S_z$  имеет отрицательное значение. Отрицательные значения

продольной компоненты  $S_z$  также рассматривались в [3] на примере пучков Гаусса–Лагерра с круговой поляризацией.

В данном разделе приведены результаты моделирования фокусировки оптических вихрей с длиной волны  $\lambda = 532$  нм с круговой и линейной поляризациями плоской дифракционной линзой с числовой апертурой  $NA = 0,95$ . Моделирование осуществлялось с помощью формул Ричардса–Вольфа и методом FDTD, реализованным в программном обеспечении FullWave. Кроме моделирования на основе теории Ричардса–Вольфа получены новые выражения для составляющих вектора Пойнтинга (потока энергии), вектора спинового углового момента для оптических вихрей с произвольным распределением интенсивности с круговой и линейной поляризациями вблизи фокуса. Из полученных формул следует два ранее не рассмотренных следствия: 1) спин-орбитальное преобразование в фокусе, когда лазерный безвихревой пучок с осе-симметричной амплитудой и круговой поляризацией в плоскости фокуса формирует фокусное пятно, вокруг которого имеет место вращение потока энергии и 2) при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом  $+2$  или  $-2$  и линейной поляризацией на оптической оси вблизи фокуса формируется обратный поток энергии, по величине сравнимый с прямым потоком.

**5.1.1. Теоретическое основание.** Аналитическая теория векторного описания когерентного света в остром фокусе известна из классической работы Ричардса и Вольфа [1]. Эта теория тем точнее описывает свет в фокусе, чем больше фокусное расстояние апланатической системы по сравнению с длиной волны света. Согласно этой теории [1] проекции векторов электрической и магнитной напряженности вблизи фокуса описываются в виде:

$$\mathbf{U}(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_0^\alpha \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \\ \times \exp \{ ik [\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta] \} \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (5.2)$$

где  $\mathbf{U}(\rho, \psi, z)$  — напряженность электрического или магнитного полей,  $B(\theta, \varphi)$  — электрическое или магнитное поле на входе широкоапертурной системы в координатах выходного зрачка ( $\theta$  — полярный угол,  $\varphi$  — азимутальный),  $T(\theta)$  — функция аподизации линзы,  $f$  — фокусное расстояние,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число (длина волны в моделировании считалась равной  $\lambda = 532$  нм),  $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$  — вектор поляризации, для напряженности электрического и магнитного полей имеющий вид:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} [1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1)] a(\theta, \varphi) + \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) b(\theta, \varphi) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) a(\theta, \varphi) + [1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1)] b(\theta, \varphi) \\ - \sin \theta \cos \varphi a(\theta, \varphi) - \sin \theta \sin \varphi b(\theta, \varphi) \end{bmatrix}, \quad (5.3)$$

где  $a(\theta, \varphi)$  и  $b(\theta, \varphi)$  — функции поляризации для  $x$ - и  $y$ -компонент напряженностей фокусируемого пучка.

Выберем начальное поле в виде оптического вихря с топологическим зарядом  $m$ , произвольной осесимметричной радиальной частью и круговой поляризацией:

$$\mathbf{E} = \frac{A(\theta)e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i\sigma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{A(\theta)e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i\sigma \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (5.4)$$

где  $\sigma = 1$  для правой круговой поляризации,  $\sigma = -1$  для левой круговой поляризации,  $\sigma = 0$  для линейной поляризации, при этом  $\sqrt{2}$  в знаменателях пропадает, и  $\sigma \neq 0, \pm 1$  для эллиптической поляризации (ниже предполагается, что  $\sigma$  — действительное число). Для (5.4)  $a = \exp(im\varphi)$ ,  $b = i\sigma \exp(im\varphi)$  для электрического поля,  $a = i\sigma \exp(im\varphi)$ ,  $b = \exp(im\varphi)$  для магнитного поля. Подставляя (5.4) в (5.1) и (5.3), получим все 6 проекций векторов электрической и магнитной напряженностей вблизи фокуса:

$$\begin{aligned} E_{1x} &= \frac{i^{m-1}}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (I_{0,m} + \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} + \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \\ E_{1y} &= \frac{i^m}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (\sigma I_{0,m} - \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} + \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \end{aligned} \quad (5.5)$$

$$\begin{aligned} E_{1z} &= -\frac{2i^m}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (\gamma_+ e^{i\varphi} I_{1,m+1} - \gamma_- e^{-i\varphi} I_{1,m-1}), \\ H_{1x} &= \frac{-i^m}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (\sigma I_{0,m} + \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} - \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \\ H_{1y} &= \frac{i^{m-1}}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (I_{0,m} - \gamma_+ e^{i2\varphi} I_{2,m+2} - \gamma_- e^{-i2\varphi} I_{2,m-2}), \\ H_{1z} &= \frac{2i^{m+1}}{\sqrt{2}} e^{im\varphi} (\gamma_+ e^{i\varphi} I_{1,m+1} + \gamma_- e^{-i\varphi} I_{1,m-1}), \end{aligned} \quad (5.6)$$

где  $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sigma)/2$ , и при  $\sigma = 0$  выбираются другие константы  $\gamma_+ = \gamma_- = 1/\sqrt{2}$ . В (5.5) и (5.6) обозначены следующие интегралы, зависящие только от радиальной переменной:

$$\begin{aligned} I_{0,\nu} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \int_0^{\alpha} \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\nu}(x) d\theta, \\ I_{1,\nu} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \int_0^{\alpha} \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\nu}(x) d\theta, \\ I_{2,\nu} &= \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \int_0^{\alpha} \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\nu}(x) d\theta, \end{aligned} \quad (5.7)$$

где  $NA = \sin \alpha$  — числовая апертура,  $J_{\nu}(x)$  функция Бесселя первого рода,  $x = kr \sin \theta$ ,  $(x, y, z)$  ( $r, \varphi, z$ ) декартовы и полярные координаты.



В качестве амплитуды входной функции  $A(\theta)$  можно использовать функцию Бесселя–Гаусса [34]:

$$A(\theta) = J_1 \left( 2\beta \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right) \exp \left[ -\beta^2 \left( \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right)^2 \right], \quad (5.8)$$

где  $\beta$  отношение радиуса значка апланатической системы к радиусу перетяжки гауссова пучка.

**5.1.2. Поток энергии в фокусе.** На основе (5.5) и (5.6) можно получить выражения для проекций вектора Пойнтинга (потока энергии) [1]:

$$\mathbf{S} = [c/(8\pi)] \operatorname{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*], \quad (5.9)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме,  $\operatorname{Re}$  — действительная часть числа,  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  — векторное произведение,  $*$  — комплексное сопряжение (далее постоянную  $c/(8\pi)$  опустим). Проекция вектора Пойнтинга в плоскости фокуса будут иметь вид:

$$S_z = \left( \frac{1 + \sigma^2}{2} \right) I_{0,m}^2 - \gamma_+^2 I_{2,m+2}^2 - \gamma_-^2 I_{2,m-2}^2, \quad (5.10)$$

$$S_x = -Q(r) \sin \varphi,$$

$$S_y = Q(r) \cos \varphi, \quad (5.11)$$

$$Q(r) = \gamma_+^2 I_{1,m+1} (I_{0,m} + I_{2,m+2}) + \gamma_-^2 I_{1,m-1} (I_{0,m} + I_{2,m-2}).$$

Поперечные составляющие вектора Пойнтинга (5.11) удобнее записать в полярных проекциях:

$$S_\varphi = Q(r), \quad S_r = 0. \quad (5.12)$$

Заметим, что формул (5.10)–(5.12) нет в более ранних статьях авторов [29, 68]. Из (5.10) следует утверждение, которое не было замечено ранее, что оптический вихрь с топологическим зарядом  $m = 2$  (или  $m = -2$ ) и линейной поляризацией ( $\sigma = 0$ ) также (как и вихрь с круговой поляризацией [29]) формирует на оптической оси в фокусе обратный поток энергии:

$$\begin{aligned} S_{\pm 2z} &= \frac{1}{2} (I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2 - I_{2,0}^2), \\ S_{\pm 2z}(z = r = 0) &= -\frac{1}{2} I_{2,0}^2 = \\ &= - \left( \frac{\pi f}{\sqrt{2} \lambda} \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) d\theta \right)^2. \end{aligned} \quad (5.13)$$

По величине обратный поток (5.13) на оптической оси точно равен обратному потоку, который формируется при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 2$  и левой круговой поляризацией [29]. Также он точно равен обратному потоку на оптической оси

в плоскости фокуса для безвихревого поля с азимутальной поляризацией 2-го порядка [68].

**5.1.3. Спин-орбитальная связь в фокусе.** Из (5.11) следует еще одно интересное следствие, тоже ранее не замеченное, что в отсутствие оптического вихря ( $m = 0$ ) в падающем световом поле с круговой поляризацией в плоскости фокуса будет иметь место циркуляция потока световой энергии вокруг оптической оси (поперечный поток энергии):

$$S_{0\varphi+} = I_{1,1}(I_{0,0} + I_{2,2}), \quad S_{0\varphi+} = -S_{0\varphi-}, \quad (5.14)$$

для правой  $S_{0\varphi+}$  и левой  $S_{0\varphi-}$  круговой поляризации.

Причем в центре фокусного пятна будет максимум интенсивности  $I$  и угловой поток будет равен нулю:

$$I(z = r = 0) = \frac{I_{0,0}^2}{4}, \quad S_{0\varphi+}(r = 0) = 0. \quad (5.15)$$

То, что поперечное вращение энергии в плоскости фокуса определяется только состоянием поляризации лазерного пучка, можно показать, используя величину плотности спина. Плотность спина (спиновой угловой момент — СУМ) электрического поля (без учета спина магнитного поля) рассчитывается по известной формуле для СУМ [73]

$$\mathbf{s}_E = \frac{1}{16\pi w} \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}), \quad (5.16)$$

где  $w$  — циклическая частота света,  $\text{Im}$  — мнимая часть числа. В дальнейшем постоянную  $(1/8\pi w)$  будем опускать. Поперечные составляющие вектора плотности спина (5.16) в плоскости фокуса для оптического вихря с круговой поляризацией (5.4) равны:

$$\begin{aligned} s_{xE} &= \sin \varphi \left( -\sigma\gamma_+ I_{0,m} I_{1,m+1} - \sigma\gamma_- I_{0,m} I_{1,m-1} - \right. \\ &\quad \left. - \gamma_+^2 I_{1,m+1} I_{2,m+2} + \gamma_-^2 I_{1,m-1} I_{2,m-2} \right) + \\ &\quad + \cos 3\varphi \gamma_+ \gamma_- (I_{1,m-1} I_{2,m+2} - I_{1,m+1} I_{2,m-2}), \\ s_{yE} &= \cos \varphi \left( \gamma_+ I_{0,m} I_{1,m+1} - \gamma_- I_{0,m} I_{1,m-1} + \right. \\ &\quad \left. + \gamma_+^2 I_{1,m+1} I_{2,m+2} - \gamma_-^2 I_{1,m-1} I_{2,m-2} \right) - \\ &\quad - \cos 3\varphi \gamma_+ \gamma_- (I_{1,m-1} I_{2,m+2} - I_{1,m+1} I_{2,m-2}), \end{aligned} \quad (5.17)$$

Из (5.17) следует более простое выражение для поперечных проекций вектора плотности спина для исходного оптического вихря с левой круговой поляризацией ( $\sigma = -1$ ,  $\gamma_+ = 0$ ,  $\gamma_- = 1$ ):

$$\begin{aligned} s_{xE-} &= Q(r) \sin \varphi, \\ s_{yE-} &= -Q(r) \cos \varphi, \\ Q(r) &= I_{1,m-1} (I_{0,m} + I_{2,m-2}). \end{aligned} \quad (5.18)$$

Из сравнения (5.11) и (5.18) видно, что поперечный вектор плотности спина в плоскости фокуса по величине такой же, как поток энергии, но направлен в противоположенную сторону по отношению к направ-

лению потока энергии. Например, если для безвихревого поля с левой круговой поляризацией угловой поток энергии вращается по часовой стрелке (5.14), то поперечная плотность спина будет направлена против часовой стрелки (5.18):

$$\begin{aligned} s_{xE-} &= -Q(r) \sin \varphi, \\ s_{yE-} &= Q(r) \cos \varphi, \\ Q(r) &= I_{1,1} (I_{0,0} + I_{2,2}). \end{aligned} \quad (5.19)$$

Заметим, что в [206] получен аналогичный результат, но для параксиального случая. В параксиальном случае [206] также в плоскости фокуса поперечный вектор плотности спина для света с правой круговой поляризацией направлен по часовой стрелке. Но это неправильно, так как продольная компонента электрического вектора для правой поляризации безвихревого поля ( $m = 0$ ) имеет топологический заряд  $+1$  и фаза нарастает против часовой стрелки (5.5):

$$E_{0z} = -\sqrt{2} (\gamma_+ e^{i\varphi} I_{1,1} - \gamma_- e^{-i\varphi} I_{1,-1}). \quad (5.20)$$

Поэтому и поток энергии, и плотность спина в фокусе для правой поляризации должны вращаться против часовой стрелки. Чтобы согласовать результаты (5.14) и (5.19) (они должны совпадать) надо согласовать определения величин потока энергии (5.9) и плотности спина (5.16). Для этого надо вывести одно из другого. Следуя [13, 216] получим:

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= \frac{c^2}{8\pi w} \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \nabla \times \mathbf{E}) = \frac{c^2}{8\pi w} \text{Im}(\mathbf{E}^* \cdot \nabla \mathbf{E}) + \\ &+ \frac{c^2}{16\pi w} \nabla \times \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}) = S_{\text{orb}} + S_{\text{sp}}, \end{aligned} \quad (5.21)$$

где  $S_{\text{orb}}$  — орбитальный поток энергии и  $S_{\text{sp}}$  — спиновый поток энергии (плотность потока спина). Из (5.21) следует, что если нет вращения поперечного потока энергии (нет оптического вихря)  $S_{\text{orb}} = 0$ , то общий поток света определяется только потоком спина  $S = S_{\text{sp}}$ . Поэтому, чтобы потоки (5.14) и (5.19) совпадали, нужно взять сопряженную величину вместо (5.16).

**5.1.4. Моделирование.** Для простоты вычислений в моделировании считалось, что зонная пластинка ( $T(\theta) = \cos^{-3/2} \theta$ ,  $NA = 0,95$ ) фокусирует плоскую волну  $B(\theta, \varphi) = 1$ , после прохождения такой волны спиральной фазовой пластинки она преобразуется в оптический вихрь с  $B(\theta, \varphi) = \exp\{im\varphi\}$ , где  $m$  — топологический заряд оптического вихря.

Для проверки решения, полученного с помощью интегралов Ричардса-Вольфа, производилось моделирование методом FDTD, реализованным в программном обеспечении FullWave, фокусировки плоской волны с линейной поляризацией, умноженной на функцию пропускания зонной пластинки Френеля и функцию оптического вихря  $\exp\{im\varphi\}$ . Функция пропускания зонной пластинки рассчитывалась из соображений, что ее фокусное расстояние равно 532 нм, а фокусируемый свет

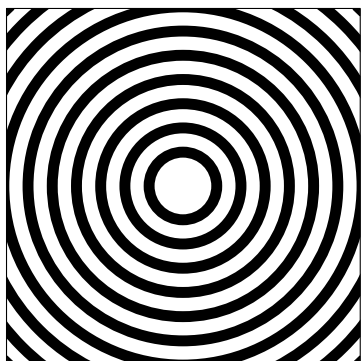


Рис. 5.1. Фаза бинарной зонной пластинки Френеля ( $0; \pi$ ), размер  $8 \times 8$  мкм

имеет длину волны 532 нм (рис. 5.1). Шаг сетки вдоль всех координат считался равным  $\lambda/30$ . Размеры рассчитываемой области  $8,6 \times 8,6 \times 1,532$  мкм.

Рассмотрим фокусировку линейно-поляризованного оптического вихря с топологическим зарядом  $m = -2$ . Для линейной поляризации функции поляризации напряженности электрического поля в уравнении (5.3) будут иметь вид  $a(\theta, \varphi) = 1$  и  $b(\theta, \varphi) = 0$ , а для напряженности магнитного поля —  $a(\theta, \varphi) = 0$  и  $b(\theta, \varphi) = 1$ . Результаты моделирования с помощью формул Ричардса-Вольфа показаны на рис. 5.2–5.3.

Для того чтобы удостовериться в корректности распределения, изображенного на рис. 5.3, проведем моделирование методом FDTD. Распределение  $S_z$ , полученное с его помощью, изображено на рис. 5.4

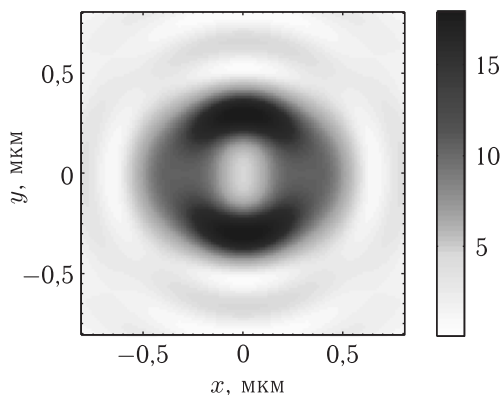


Рис. 5.2. Распределение интенсивности в фокусе при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 2$  и линейной поляризацией (направление вектора поляризации вдоль оси  $x$ )

Как и при моделировании по формулам Ричардса-Вольфа моделирование FDTD-методом показывает наличие в центре фокусного пятна отрицательную продольную компоненту вектора Пойнтинга  $S_z$ .

На рис. 5.5 FDTD-методом промоделирована острая фокусировка гауссова пучка с левой круговой поляризацией и показано стрелками направление поперечного вращения потока энергии в плоскости фокуса. Числовые параметры такие же, как на рис. 5.2–5.4.

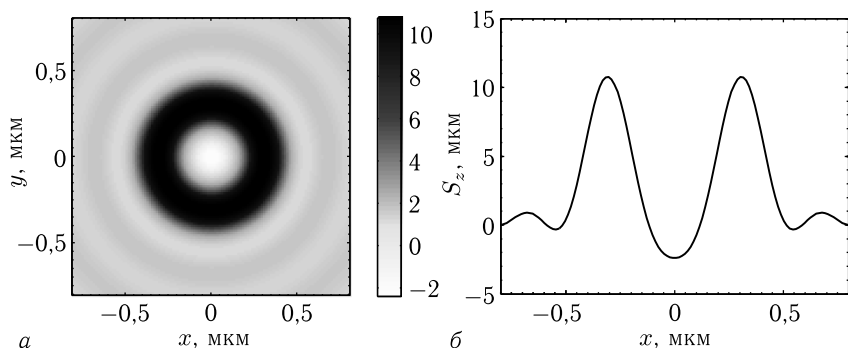


Рис. 5.3. Распределение в фокусе (а) продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$  при фокусировке оптического вихря с линейной поляризацией и топологическим зарядом  $m = 2$ , (б) сечение вдоль оси  $x$

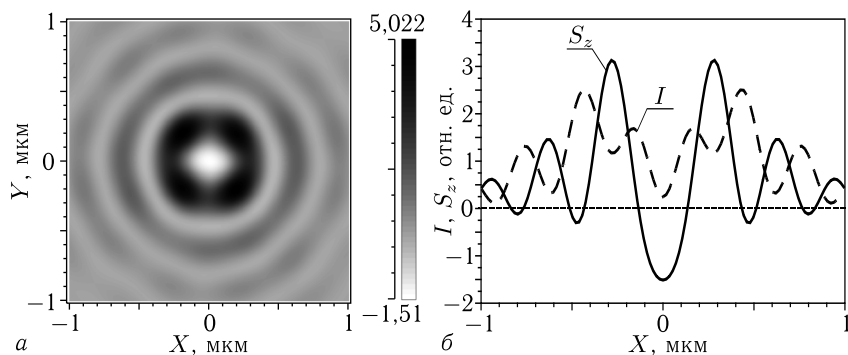


Рис. 5.4. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$  (а), его сечение и сечение интенсивности (б) при фокусировке линейно-поляризованного оптического вихря с топологическим зарядом  $m = -2$ , рассчитанные FDTD-методом

Из рис. 5.5 видно, что в плоскости фокуса поток энергии направлен по часовой стрелке. То есть спиновый момент исходного светового поля, который определяется круговой поляризацией, преобразуется в плоскости острого фокуса в орбитальный угловой момент (вращения потока энергии вокруг оптической оси). Поведение вектора Пойнтинга на рис. 5.5 согласуется с теоретическим предсказанием (5.12), (5.14). На самой оптической оси поперечный ОУМ равен нулю, а интенсивность света максимальная.

В этом разделе моделировалась фокусировка оптических вихрей с длиной волны  $\lambda = 532$  нм с линейной поляризацией плоской дифракционной линзой с числовой апертурой  $NA = 0,95$ . Моделирование осуществлялось с помощью формул Ричардса–Вольфа и методом FDTD, реализованном в программном обеспечении FullWave. Было показано,

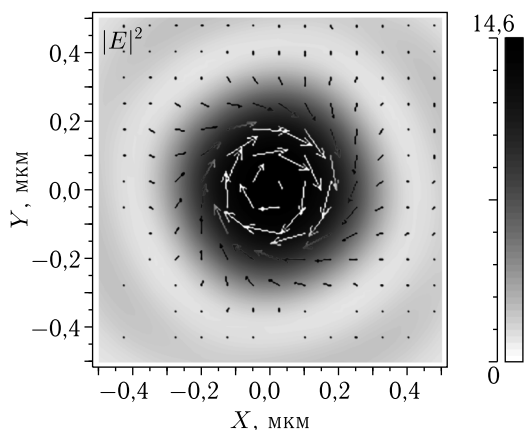


Рис. 5.5. На фоне распределения интенсивности в фокусе (негатив) стрелками показано распределение поперечной составляющей вектора Пойнтинга  $S_x \mathbf{e}_x + S_y \mathbf{e}_y$  при фокусировке гауссова пучка с левой круговой поляризацией, рассчитанное FDTD-методом. Длины стрелок пропорциональны величине вектора  $S_x \mathbf{e}_x + S_y \mathbf{e}_y$

что при фокусировке оптических вихрей с топологическими зарядами  $m = 2, -2$  и линейной поляризацией широкоапертурной дифракционной линзой в фокусе на оптической оси имеют место отрицательные значения продольной компоненты вектора Пойнтинга (обратный поток энергии). Также показано (теоретически и численно), что при острой фокусировке безвихревого поля с осевой симметрией (например, пучок Гаусса, пучок Бесселя-Гаусса нулевого порядка) и круговой поляризацией в фокальной плоскости формируется субволновое фокусное пятно, вокруг которого поток энергии распространяется по спирали. Это объясняется преобразованием круговой поляризации (спиновый угловой момент) в орбитальный угловой момент вблизи фокуса, хотя на самой оптической оси орбитальный угловой момент равен нулю.

Получены поперечные проекции вектора плотности спина для оптического вихря с круговой поляризацией, которые обобщают формулы для параксиального случая, полученные в [206]. Из этих формул также следует вращение в фокусе поперечного вектора плотности спина вокруг оптической оси (5.19).

## 5.2. Инверсия продольной составляющей спинового углового момента

В ряде работ [216–221] сообщалось о появлении орбитального углового момента в сильном фокусе обычного циркулярно-поляризованного гауссова пучка, который затем передавался микрочастице, помещенной

в фокусное пятно. Это явление связано с преобразованием спинового углового момента (СУМ) в орбитальный угловой момент (ОУМ) и называется спин-орбитальной конверсией. Будучи лишенным орбитального углового момента, исходный пучок имеет только осевую проекцию вектора СУМ. Между тем в сильном фокусе наблюдается поперечный поток энергии, приводящий к ненулевой продольной проекции ОУМ. Спин-орбитальная конверсия в остром фокусе уже изучалось в работах [216–221], но не было аналитического описания СУМ и ОУМ в рамках формализма Ричардса–Вольфа [1]. Теория Ричардса–Вольфа (ТРВ) [1], которая описывает электромагнитное поле вблизи острого фокуса, была обобщена на случай плоской границы раздела вблизи фокуса в [222]. ТРВ была также обобщена для резкой фокусировки цилиндрических векторных пучков в [223]. В [224] были рассчитаны только продольные компоненты СУМ и ОУМ с использованием ТРВ в остром фокусе светового поля с топологическим зарядом и круговой поляризацией. В [225] с использованием ТРВ изучалось усиление спин-орбитального взаимодействия вблизи фокуса при наличии двух границ раздела, образующих слоистую среду. В [226] спиновый эффект Холла был рассмотрен для гауссова пучка в остром фокусе при наличии стратифицированной среды, как в [225]. Однако вышеприведенные статьи [222–226] не содержат аналитических выражений, полученных в рамках ТРВ для всех компонентов орбитального потока энергии и спинового потока, а анализ таких выражений позволяет определить обратный поток энергии в остром фокусе. В [13, 71–73, 227] вектор Пойнтинга (поток энергии) представлен в виде суммы орбитального потока энергии и потока спина. Поток спина не несет энергию, но является измеримой величиной [220, 228]. Наиболее эффективный подход к анализу световых полей вблизи острого фокуса дает ТРВ [1]. Она позволяет в замкнутом виде (то есть без использования рядов) описывать все компоненты электромагнитного поля вблизи фокуса для произвольного светового поля на входе в апланатическую оптическую систему. Чем больше фокусное расстояние по сравнению с длиной волны, тем точнее эта теория. В работах [222–226] ТРВ позволила получить ряд физических величин в остром фокусе, таких как плотность потока энергии и плотность спинового потока, орбитальный угловой момент и спиновый угловой момент. Известны и другие приближенные [229] и точные [67, 230–232] методы для описания электромагнитного поля вблизи резкого фокуса. Хотя эти методы точные, решения для компонентов электрического и магнитного полей выражаются либо через бесконечные ряды [230], либо через конечное число громоздких членов со специальными функциями [67, 231, 232]. Теоретический анализ точных решений уравнений Максвелла в фокусе затруднен. Кроме того, существует очень ограниченное число известных точных решений уравнений Максвелла, в то время как ТРВ позволяет получать относительно простые замкнутые выражения вблизи острого фокуса для широкого класса начальных световых

полей, таких как гауссовы и бесселево-гауссовы пучки, световые поля с целочисленным топологическим зарядом, световые поля с однородной (линейной, круговой, эллиптической) и неоднородной (азимутальной, радиальной) поляризацией. Поэтому мы используем эту теорию в данной работе. Имея только осевую проекцию СУМ, плоская волна с круговой поляризацией способна приводить во вращение поглощающую сферическую микрочастицу [233] и генерировать магнитное поле в немагнитных дисперсионных средах (эффект намагничивания) [234]. В [235] была продемонстрирована левитация сферических кварцевых частиц с низкими потерями в вакууме. Исследовано также вращение диэлектрических микрочастиц по круговому пути в сфокусированных лазерных пучках [225, 236]. В [226] наблюдалось вращение поглощающей асимметричной микрочастицы вокруг ее центра масс, но частица располагалась в боковом лепестке дифракционной картины. Благодаря СУМ, световое поле может вращать любую поглощающую частицу и двулучепреломляющую частицу, в том числе сферическую [233]. Вращение слабо поглощающей сферы вокруг своей оси в фокусе гауссовского пучка с круговой поляризацией впервые было теоретически показано в [237]. Разложение вектора Пойнтинга на орбитальную и спиновую составляющие позволяет дать интерпретацию эффекту обратного потока энергии в сильном фокусе лазерного света [29, 68]. Например, в [238] обратный поток энергии (отрицательное значение осевой проекции вектора Пойнтинга) связывают исключительно с фазовой (вихревой) особенностью светового поля. Но это не совсем так, поскольку было показано, что обратный осевой поток энергии происходит в фокусе невихревого светового пучка [68]. Используя разложение вектора Пойнтинга на две составляющие, соответствующие орбитальному потоку энергии и потоку спина, мы предлагаем интерпретацию обратного потока энергии, который был известен в оптике довольно давно (с 1919 г. [1, 239]). Обратный поток энергии является довольно универсальным оптическим явлением, которое происходит не только в остром фокусе, но и в других лазерных пучках, таких как, например, векторные Х-волны [58], непараксиальные пучки Эйри [8] и дробные вихревые пучки Бесселя [6]. Обратный поток энергии имеет место в областях оптического поля, где осевая проекция спинового потока отрицательна и больше по величине, чем всегда положительная осевая проекция потока орбитальной энергии. Разложение вектора Пойнтинга на две составляющие [13, 71–73, 227] приводит к тому, что угловой момент также разлагается на два слагаемых: СУМ и ОУМ [240]. В [241] (уравнение (4) в [241]) было показано, что, когда плоская волна с левой или правой круговой поляризацией дифрагирует на диэлектрической микросфере, азимутальная проекция СУМ и продольная компонента вектора Пойнтинга в рассеянном свете не зависят от спиральности. Однако поведение орбитального потока энергии и спинового потока в этой работе не обсуждается, хотя именно их соотношение определяет наличие обратного потока энергии. Как было



показано в [73] для затухающих волн, поперечные компоненты СУМ не зависят от круговой поляризации, в то время как продольная компонента СУМ и поперечная компонента спинового потока зависят от спиральности (уравнения (8), (9) в [73]). Однако сравнение продольных компонент орбитального потока энергии и спинового потока (уравнения (8), (9) в [73]) показывает, что в этом случае нет обратного потока энергии.

В этом разделе рассматривается еще одно интересное оптическое явление, которое ранее не было замечено. А именно инверсия продольной компоненты вектора СУМ в остром фокусе в присутствии обратного потока на оптической оси. Ранее было показано, что в остром фокусе оптического вихря с топологическим зарядом 2 и левой круговой поляризацией на оптической оси формируется обратный поток энергии [29, 68]. Мы найдем проекции вектора СУМ в фокусе с обратным потоком и покажем, что продольная проекция СУМ положительная, то есть поляризация света в фокусе правая круговая, хотя исходный пучок имеет левую круговую поляризацию.

**5.2.1. Спиновый угловой момент в фокусе гауссова пучка с круговой поляризацией.** Рассмотрим для сравнения фокусировку обычного гауссова пучка с круговой поляризацией. С помощью формализма Ричардса–Вольфа [1] можно найти проекции вектора напряженности электрического поля в остром фокусе апланатической системы. Например, для начального светового поля с круговой поляризацией

$$\mathbf{E} = \frac{A(\theta)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i\sigma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{A(\theta)}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i\sigma \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (5.22)$$

где  $\sigma = 1$  — правая круговая поляризация,  $\sigma = -1$  — левая круговая поляризация,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — вектора напряженности электрического и магнитного поля, в плоскости фокуса проекции вектора напряженности электрического поля будут иметь вид [221] для правой круговой поляризации:

$$\begin{aligned} E_{xR} &= \frac{-i}{\sqrt{2}} (I_{0,0} + e^{2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{yR} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (I_{0,0} - e^{2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{zR} &= -\sqrt{2} e^{i\varphi} I_{1,1}, \end{aligned} \quad (5.23)$$

и для левой круговой поляризации:

$$\begin{aligned} E_{xL} &= \frac{-i}{\sqrt{2}} (I_{0,0} + e^{-2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{yL} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (-I_{0,0} + e^{-2i\varphi} I_{2,2}), \\ E_{zL} &= -\sqrt{2} e^{-i\varphi} I_{1,1}, \end{aligned} \quad (5.24)$$

где

$$I_{\nu,\mu} = \left(\frac{\pi f}{\lambda}\right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1}\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos^{3-\nu}\left(\frac{\theta}{2}\right) \times \\ \times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\mu(x) d\theta, \quad (5.25)$$

где  $\lambda$  — длина волны света,  $f$  — фокусное расстояние апланатической системы,  $x = kr \sin \theta$ ,  $J_\mu(x)$  — функция Бесселя первого рода и  $NA = \sin \theta_0$  — числовая апертура. Начальная функция амплитуды  $A(\theta)$  (предположим, что это действительная функция) может быть константой (плоская волна) или в виде гауссова пучка

$$A(\theta) = \exp\left(\frac{-\gamma^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right). \quad (5.26)$$

Найдем проекции вектора спинового углового момента (СУМ):

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{Im}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}], \quad (5.27)$$

где  $\text{Im}$  — мнимая часть числа,  $\mathbf{E}^*$  — комплексное сопряжение вектора напряженности поля. Для правой круговой поляризации подставим (5.23) в (5.27) и получим в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) (интегралы (5.25)) — действительные функции:

$$S_{xR} = -(I_{0,0} + I_{2,2}) I_{1,1} \sin \varphi, \\ S_{yR} = (I_{0,0} + I_{2,2}) I_{1,1} \cos \varphi, \\ S_{zR} = \frac{1}{2} (I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2), \quad (5.28)$$

и для левой круговой поляризации

$$S_{xL} = -(I_{0,0} + I_{2,2}) I_{2,2} \sin \varphi, \\ S_{yL} = (I_{0,0} + I_{2,2}) I_{1,1} \cos \varphi, \\ S_{zL} = -\frac{1}{2} (I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2). \quad (5.29)$$

Из сравнения (5.28) и (5.29) видно, что при смене направления вращения круговой поляризации в фокусе, направление вращения и величина поперечной составляющей СУМ не меняются. А вот продольная составляющая СУМ меняет только знак. Для нас сейчас важно именно то, что при фокусировке света с левой круговой поляризацией в фокусе свет не меняет направления вращения вектора поляризации. Для левой поляризации вектор вращается по часовой стрелке и поэтому продольная проекция СУМ отрицательная (5.29). А для правой круговой поляризации вектор поляризации вращается против часовой стрелки и поэтому продольная проекция СУМ положительная (5.28). Левая круговая поляризация на входе так и осталась левой круговой

поляризацией вблизи фокуса, также и правая круговая поляризация на входе остается правой круговой поляризацией в области фокуса. Из (5.28) и (5.29) следует, что на оптической оси ( $r = 0$ ) продольные проекции СУМ максимальны по модулю. Если на оптическую ось в фокусе поместить сферическую частицу с небольшим поглощением, то СУМ будет вращать эту частицу вокруг оптической оси и вокруг своего центра масс [237]. Для света с левой круговой поляризацией (5.29) частица будет вращаться по часовой стрелке, а для света с правой круговой поляризацией (5.28) — против часовой стрелки.

Далее мы покажем, что в случае фокусировки оптического вихря с круговой поляризацией в фокусе продольная проекция СУМ меняет свой знак по отношению к начальному СУМ пучка.

**5.2.2. Спиновой угловой момент в фокусе оптического вихря с топологическим зарядом 2 и круговой поляризацией.** Если на вход апланатической системы подать вместо поля (5.22) поле вида

$$\mathbf{E} = \frac{A(\theta)e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i\sigma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = \frac{A(\theta)e^{im\varphi}}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} -i\sigma \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (5.30)$$

где  $m$  — целое число, топологический заряд оптического вихря, то с помощью формализма Ричардса–Вольфа в плоскости острого фокуса можно получить проекции вектора напряженности электрического поля для правой круговой поляризации:

$$\begin{aligned} E_{xR} &= \frac{i}{\sqrt{2}} (e^{4i\varphi} I_{2,4} + e^{2i\varphi} I_{0,2}), \\ E_{yR} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (e^{4i\varphi} I_{2,4} - e^{2i\varphi} I_{0,2}), \\ E_{zR} &= \sqrt{2} e^{3i\varphi} I_{1,3}, \end{aligned} \quad (5.31)$$

и для левой круговой поляризации:

$$\begin{aligned} E_{xL} &= \frac{i}{\sqrt{2}} (I_{2,0} + e^{2i\varphi} I_{0,2}), \\ E_{yL} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (-I_{2,0} + e^{2i\varphi} I_{0,2}), \\ E_{zL} &= -\sqrt{2} e^{i\varphi} I_{1,1}. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Мы выбрали топологический заряд оптического вихря  $m = 2$ , так как только при этом значении топологического заряда вблизи фокуса на оптической оси у вихревого пучка будет иметь место обратный поток энергии для левой круговой поляризации [237]. Действительно, проекции вектора Пойнтинга (потока энергии)  $P = \frac{1}{2} \text{Re} [\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}]$

имеют следующий вид в фокусе оптического вихря ( $m = 2$ ) с правой круговой поляризацией:

$$\begin{aligned} P_{xR} &= -I_{1,3}(I_{0,2} + I_{2,4}) \sin \varphi, \\ P_{yR} &= I_{1,3}(I_{0,2} + I_{2,4}) \cos \varphi, \\ P_{zR} &= \frac{1}{2}(I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2), \end{aligned} \quad (5.33)$$

и для оптического вихря ( $m = 2$ ) с левой круговой поляризацией:

$$\begin{aligned} P_{xL} &= -I_{1,1}(I_{0,2} + I_{2,0}) \sin \varphi, \\ P_{yL} &= I_{1,1}(I_{0,2} + I_{2,0}) \cos \varphi, \\ P_{zL} &= \frac{1}{2}(I_{0,2}^2 - I_{2,0}^2). \end{aligned} \quad (5.34)$$

Из (5.33) следует, что в фокусе поперечный поток энергии для оптического вихря с правой круговой поляризацией вращается против часовой стрелки, а продольная проекция вектора Пойнтинга на оптической оси равна нулю и вблизи оси положительна. Для оптического вихря с левой круговой поляризацией в фокусе из (5.34) следует, что поперечный поток энергии также вращается против часовой стрелки (как и для правой круговой поляризации), а на оптической оси продольная проекция вектора Пойнтинга максимальна по модулю и отрицательная ( $P_{zL}(z = r = 0) = -I_{2,0}^2/2$ ). Если в плоскости фокуса расположить диэлектрическую частицу (с поглощением или без), то она будет вращаться по окружности против часовой стрелки. И направление ее вращения не изменится, если изменить направление вращения поляризации в падающем пучке [242].

Далее рассчитаем проекции СУМ для случая фокусировки оптических вихрей с топологическим зарядом  $m = 2$  и правой круговой поляризацией:

$$\begin{aligned} S_{xR} &= -I_{1,3}(I_{0,2} + I_{2,4}) \sin \varphi, \\ S_{yR} &= I_{1,3}(I_{0,2} + I_{2,4}) \cos \varphi, \\ S_{zR} &= \frac{1}{2}(I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2), \end{aligned} \quad (5.35)$$

и левой круговой поляризацией:

$$\begin{aligned} S_{xL} &= I_{1,1}(I_{2,0} + I_{0,2}) \sin \varphi, \\ S_{yL} &= -I_{1,1}(I_{2,0} + I_{0,2}) \cos \varphi, \\ S_{zL} &= \frac{1}{2}(I_{2,0}^2 - I_{0,2}^2). \end{aligned} \quad (5.36)$$

Из (5.35) следует, что для правой круговой поляризации поперечная составляющая вектора СУМ вращается вокруг оптической оси против часовой стрелки, а продольная проекция СУМ в фокусе на оптической оси равна нулю и вблизи оптической оси положительная. А для левой круговой поляризации из (5.36) следует, что поперечная составляющая СУМ вращается по часовой стрелке, а продольная проекция СУМ в фокусе на оптической оси положительная ( $S_{zL}(z = r = 0) = I_{2,0}^2/2$ ).

Таким образом, имеет место оптический эффект инверсии продольной составляющей СУМ, который не был замечен ранее. Суть эффекта в том, что исходное световое поле (5.30) с левой круговой поляризацией имело продольную проекцию СУМ на оптической оси отрицательную, а в фокусе вблизи оптической оси произошла инверсия и продольная проекция СУМ на оптической оси положительная. То есть если исходный вектор поляризации светового поля (5.30) с левой круговой поляризацией вращался по часовой стрелке, то в фокусе вблизи оптической оси вектор поляризации вращается против часовой стрелки, как в случае правой круговой поляризации. Этот эффект инверсии спинового углового момента в фокусе происходит в присутствии обратного потока энергии и может служить для его обнаружения. Действительно, из сравнения продольных проекций вектора Пойнтинга (5.34) и вектора СУМ (5.36) видно, что они равны, но противоположны по знаку:

$$P_{zL} = -S_{zL} = -\frac{1}{2}(I_{2,0}^2 - I_{0,2}^2). \quad (5.37)$$

То есть вблизи оптической оси в области фокуса именно в том месте, где имеется обратный поток энергии, происходит инверсия СУМ. Сферическая частица с поглощением, помещенная в фокус с центром на оптической оси в область обратного потока должна вращаться вокруг оптической оси под действием спинового углового момента против часовой стрелки, хотя свет, освещающий эту частицу, имеет левую круговую поляризацию.

**5.2.3. Моделирование.** Для проверки теоретических предсказаний было проведено строгое численное моделирование. Моделирование проводилось с помощью разностного решения уравнений Максвелла FDTD методом, реализованным в пакете RSoft FullWAVE, при следующих параметрах: длина волны  $\lambda = 0,633$  мкм, апертура падающей волны  $D = 8$  мкм. Падающее поле представляло собой плоскую волну единичной амплитуды с правой и левой круговой поляризациями и фазовым вихрем, умноженную на сферическую волну, сходящуюся на расстоянии  $f = 1,31$  мкм (числовая апертура  $NA = 0,95$ ):

$$\begin{aligned} E_x &= \exp(i(kf - m\varphi - \omega t)), \\ E_y &= \exp\left(i\left(kf - m\varphi - \omega t - \frac{\pi}{2}\right)\right) \end{aligned} \quad (5.38)$$

в случае левой круговой поляризации,

$$\begin{aligned} E_x &= \exp(i(kf - m\varphi - \omega t)), \\ E_y &= \exp\left(i\left(kf - m\varphi - \omega t + \frac{\pi}{2}\right)\right) \end{aligned} \quad (5.39)$$

в случае правой круговой поляризации. Здесь  $m = 2$  — топологический заряд оптического вихря,  $k = 2\pi/\lambda$ ,  $\omega$  — циклическая частота. Использовалась правая тройка векторов.

На рис. 5.6 показаны распределения в фокусе продольных проекций вектора СУМ и их радиальных сечений для начального оптического вихря с правой (а, в) и левой (б, г) круговой поляризацией. Из рис. 5.6 видно, что при падающем поле с левой круговой поляризацией и фазовым вихрем  $m = 2$ , в центре образуется область с положительным значением вектора СУМ диаметром примерно 0,3 мкм. Положительная осевая проекция СУМ означает, что в этой малой области вблизи оптической оси в фокусе имеет место правая круговая поляризация. А это значит, что если туда поместить сферическую частицу с небольшой мнимой частью показателя преломления (с поглощением), то она будет вращаться вокруг оптической оси относительно своего центра против часовой стрелки. Хотя начальное световое поле имеет левую круговую поляризацию. Из рис. 5.6, б, г видно, что при  $r > 0,3$  мкм продольная проекция СУМ отрицательная, то есть вектор поляризации вращается по часовой стрелке как у световой волны с левой круговой поляризацией. Если в эту область ( $r > 0,3$  мкм) плоскости фокуса поместить ту же частицу, то она будет вращаться по часовой стрелке.

На рис. 5.6, в видно, что на некоторых радиусах продольная проекция СУМ меняет знак. То есть на этих радиусах также происходит инверсия поляризации. Именно на этих радиусах возникает обратный поток энергии (в данном случае тороидальный поток энергии). Действительно, из (5.33) и (5.35) следует, что  $P_{zR} = S_{zR} = (I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2)/2$ . То есть продольная проекция вектора Пойнтинга и вектора СУМ меняют знак на одних и тех же радиусах в фокальной плоскости, когда  $I_{0,2} = I_{2,4}$ .

Далее был проведен расчет момента силы, действующей на шар диаметром 250 нм, центр которого расположен в плоскости фокуса. Сначала решалась задача дифракции света с начальной амплитудой (5.39) на диэлектрическом шаре и рассчитывались все проекции электромагнитного поля вблизи шара. Расчет светового поля осуществлялся методом FDTD. Момент силы рассчитывался с помощью тензора напряжений Максвелла

$$\mathbf{M} = \oint_S [\mathbf{r} \times (\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})] dS, \quad (5.40)$$

где  $\mathbf{n}$  — нормаль к поверхности  $S$ , охватывающей частицу (шар),  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор из точки в центре шара, относительно которой рассчитывается момент, к поверхности  $S$ ,  $\boldsymbol{\sigma}$  — тензор напряжений Максвелла, компоненты которого в системе СГС имеют вид

$$\sigma_{ik} = \frac{1}{4\pi} \left( \frac{|\mathbf{E}|^2 + |\mathbf{H}|^2}{2} \delta_{ik} - E_i E_k - H_i H_k \right), \quad (5.41)$$

где  $E_i$ ,  $H_i$  — компоненты электрического и магнитного полей,  $\delta_{ik}$  — символ Кронекера.

Мощность падающего пучка была принята 100 мВт. Сетка отсчетов в FDTD методе была  $\lambda/80$  в области, где расположена частица

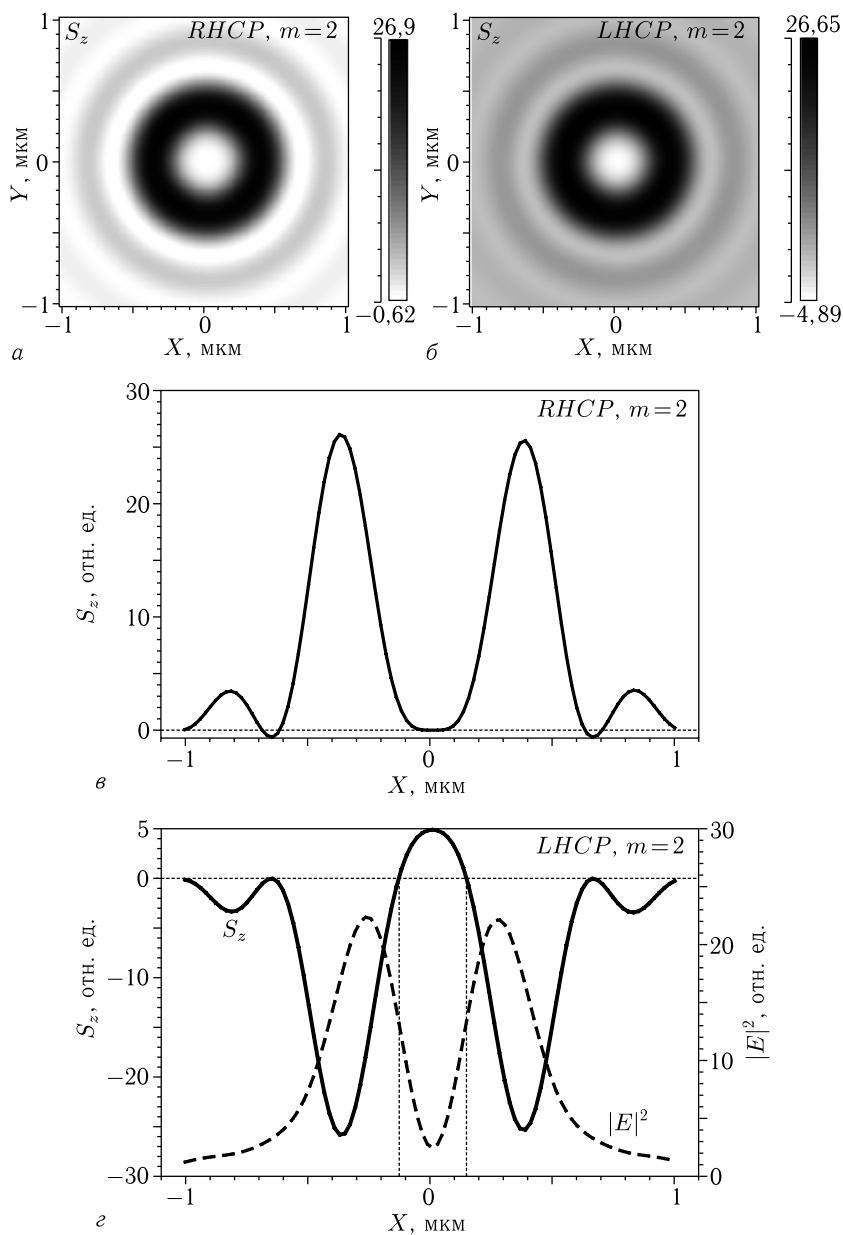


Рис. 5.6. Проекция на оптическую ось СУМ для падающего поля с правой (а) и левой (б) круговой поляризациями и фазовым вихрем порядка  $m = 2$ , а также их сечения соответственно (в, г) вдоль оси  $x$ . На график (г) наложена интенсивность  $|E|^2$  пучка





с левой круговой поляризацией в фокусе на оптической оси продольная компонента СУМ положительная, а для правой круговой поляризации — отрицательная. Такое anomальное поведение продольной компоненты СУМ объясняется тем, что при фокусировке оптического вихря ( $m = 2$ ) с левой круговой поляризацией в фокусе на оптической оси формируется обратный поток энергии (отрицательная проекция вектора Пойнтинга). Показано также, что при фокусировке оптического вихря ( $m = 2$ ) с правой круговой поляризацией на некоторых радиусах в плоскости фокуса, где возникает тороидальный поток энергии, также происходит инверсия СУМ (продольная компонента СУМ меняет знак). На этих радиусах у поля имеет место левая круговая поляризация, хотя фокусировалось световое поле с правой круговой поляризацией. Численно с помощью строгого расчета поля в области фокуса с помощью FDTD-метода показано, что продольная компонента СУМ ведет себя в плоскости фокуса как предсказывает теория. Также рассчитан строго (без дипольного приближения) с помощью тензора напряженности Максвелла момент сил, действующий на наночастицу с комплексным показателем преломления, центр которой помещен в плоскость фокуса. На шар действует момент сил, осевая проекция которого положительна вблизи оптической оси. То есть шар будет вращаться против часовой стрелки, хотя освещающее световое поле имеет левую круговую поляризацию и вектор поляризации вращается по часовой стрелке. Найденное anomальное поведение вектора СУМ в фокусе в области, где имеет место обратный поток энергии, служит физическим доказательством существования обратного потока энергии в фокусе и средством его обнаружения.

### 5.3. Круговая поляризация в фокусе при освещении светом с линейной поляризацией

Известно, что при острой фокусировке света с круговой поляризацией из-за спин-орбитальной конверсии вблизи фокуса формируется орбитальный поток энергии [67, 216–221]. Начальный пучок не имеет орбитального углового момента (ОУМ), а имеет только осевую проекцию вектора спинового углового момента, из-за наличия круговой поляризации. Но в сильном фокусе, из-за появления продольной составляющей вектора напряженности электрического поля, формируется поперечный поток энергии, приводящий к ненулевой продольной проекции ОУМ. В работах [222–226] изучалось поведение спинового углового момента (СУМ) и орбитального углового момента в остром фокусе вихревых пучков. С другой стороны, известны работы по обратному потоку в остром фокусе оптических вихрей [1, 29, 68, 239] и в некоторых лазерных пучках, таких, как, например, векторные Х-волны [58], непараксиальные пучки Эйри [8], пучки Вебера [30], векторные пучки Бесселя [2] и дробные вихревые пучки Бесселя [6].

В данном разделе мы получим с помощью теории Ричардса–Вольфа аналитические выражения для проекций вектора Пойнтинга (потока энергии) и вектора СУМ для случая острой фокусировки оптического вихря с топологическим зарядом 2 и линейной поляризацией. У такого пучка на входе нет составляющих вектора СУМ. Но вблизи фокуса у вектора СУМ все составляющие отличны от нуля. Это объясняется обратным эффектом по отношению к эффекту спин-орбитальной конверсии. То есть в данном случае из-за орбитально-спиновой конверсии начальный вихревой пучок с линейной поляризацией формирует в фокусе пучок с круговой поляризацией. Но у вихревого пучка с топологическим зарядом  $m = 2$  имеется особенность. Такой вихревой пучок формирует на оптической оси в фокусе обратный поток энергии (продольная проекция вектора Пойнтинга отрицательная). И при этом на оптической оси имеется ненулевая интенсивность. При любом другом  $m > 2$ , на оптической оси будет нулевая интенсивность и нулевой поток энергии.

Заметим, что для спин-орбитального взаимодействия (связи) нужна среда, и поэтому везде в данной работе используется спин-орбитальная конверсия (преобразование). Из-за схождения лучей в фокус появляется продольная проекция вектора напряженности электрического поля, которая вместе с поперечными составляющими формируют поперечный поток энергии (начальный поток энергии имел только продольную составляющую), который в свою очередь, формирует продольную составляющую вектора ОУМ. Две поперечные проекции вектора напряженности электрического поля в фокусе имеют относительную задержку по фазе на  $\pi$  и формируют круговую поляризацию, которая в свою очередь формирует продольную компоненту вектора СУМ.

### 5.3.1. Поток энергии и спиновой угловой момент в фокусе.

В [221] получены выражения для проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей вблизи острого фокуса для оптического вихря с любым целым топологическим зарядом  $m$  и начальной линейной поляризацией. При этом обратный поток энергии вблизи оптической оси в фокусе формируется при любом  $m \geq 2$ . Но только при  $m = 2$  максимальное значение обратного потока формируется на оптической оси. Поэтому рассмотрим фокусировку оптического вихря с топологическим зарядом  $m = 2$  с линейной поляризацией. С помощью теории Ричардса–Вольфа [1] можно найти проекции вектора напряженности электрического поля в остром фокусе апланатической системы. Для нашего начального светового поля

$$\mathbf{E} = A(\theta)e^{i2\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = A(\theta)e^{i2\varphi} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (5.42)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — вектора напряженности электрического и магнитного полей, в плоскости фокуса проекции вектора напряженности электри-

ческого поля будут иметь вид [221]:

$$\begin{aligned} E_x &= ie^{2i\varphi} \left( I_{0,2} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{2i\varphi} I_{2,4} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2i\varphi} I_{2,0} \right), \\ E_y &= -e^{2i\varphi} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{2i\varphi} I_{2,4} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2i\varphi} I_{2,0} \right), \\ E_z &= 2e^{2i\varphi} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} I_{1,3} - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} I_{1,1} \right), \end{aligned} \quad (5.43)$$

где

$$I_{\nu,\mu} = \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_{\mu}(x) d\theta, \quad (5.44)$$

где  $\lambda$  — длина волны света,  $f$  — фокусное расстояние апланатической системы,  $x = kr \sin \theta$ ,  $J_{\mu}(x)$  — функция Бесселя первого рода и  $NA = \sin \theta_0$  — числовая апертура. Начальная функция амплитуды  $A(\theta)$  (предположим, что это действительная функция) может быть константой (плоская волна) или в виде гауссова пучка

$$A(\theta) = \exp \left( \frac{-\gamma^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0} \right). \quad (5.45)$$

Найдем проекции вектора спинового углового момента (СУМ)

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \text{Im} [\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}], \quad (5.46)$$

где  $\text{Im}$  — мнимая часть числа,  $\mathbf{E}^*$  комплексное сопряжение вектора напряженности поля. Подставляя (5.43) в (5.46) найдем выражения для проекций вектора СУМ в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) для оптического вихря ( $m = 2$ ) с начальной линейной поляризацией (5.42):

$$\begin{aligned} S_x &= (I_{1,1} I_{2,0} - I_{1,3} I_{2,4}) \sin \varphi + (I_{1,1} I_{2,4} - I_{1,3} I_{2,0}) \sin 3\varphi, \\ S_y &= -(I_{1,1} I_{2,0} - I_{1,3} I_{2,4}) \cos \varphi - (I_{1,1} I_{2,4} - I_{1,3} I_{2,0}) \cos 3\varphi - \\ &\quad - \sqrt{2} I_{2,0} (I_{1,1} - I_{1,3}) \cos \varphi, \\ S_z &= \frac{1}{2} (I_{2,0} - I_{2,4}) (I_{2,0} + I_{2,4} + \sqrt{2} I_{0,2} \cos 2\varphi). \end{aligned} \quad (5.47)$$

Из (5.47) видно, что на оптической оси ( $r = 0$ ) продольная проекция СУМ будет отлична от нуля и положительная:

$$S_z(r = z = 0) = \frac{1}{2} I_{2,0}^2. \quad (5.48)$$

Это означает, что в фокусе близи оптической оси имеет место правая круговая поляризация. Из последнего уравнения в (5.47) также видно, что в плоскости фокуса поляризация будет неоднородная. Например, на радиусах, для которых выполняется равенство  $I_{2,0} = I_{2,4}$ ,

поляризация будет линейная, так как  $S_z = 0$ . А в тех областях фокальной плоскости, где  $S_z < 0$ , будет левая круговая поляризация. Вдоль лучей, выходящих из центра в плоскости фокуса под углами  $\varphi$ :  $\pi/4$ ,  $3\pi/4$ ,  $5\pi/4$  и  $7\pi/4$ , поляризация будет чередоваться: при  $I_{2,0}^2 > I_{2,4}^2$  — правая круговая, при  $I_{2,0}^2 = I_{2,4}^2$  — линейная и при  $I_{2,0}^2 < I_{2,4}^2$  — левая круговая. Из первых двух уравнений (5.47) видно, что при  $\varphi = \pi n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ,  $S_x = 0$ , а при  $\varphi = \pi/2 + \pi n$ ,  $n = 1, 2, \dots$ ,  $S_y = 0$ . Это означает, что в продольных плоскостях  $yz$  и  $xz$  вблизи фокуса также имеет место круговая (или эллиптическая) поляризация.

Приведем далее выражения для проекций вектора Пойнтинга (поток энергии)  $\mathbf{P} = \frac{1}{2} \text{Re}[\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}]$  в плоскости фокуса для случая фокусировки оптического вихря ( $m = 2$ ) с линейной начальной поляризацией:

$$\begin{aligned} P_x &= -Q(r) \sin \varphi, \\ P_x &= Q(r) \cos \varphi, \\ P_z &= \frac{1}{2}(I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2 - I_{2,0}^2), \\ Q(r) &= \frac{1}{2}[I_{1,3}(I_{0,2} + I_{2,4}) + I_{1,1}(I_{0,2} + I_{2,0})]. \end{aligned} \quad (5.49)$$

Из сравнения (5.47) и (5.49) видно, что распределение вектора СУМ по плоскости фокуса не обладает радиальной симметрией из-за начальной линейной поляризации света, а распределение продольной проекции потока энергии в плоскости фокуса обладает круговой симметрией. Заметим, что распределение интенсивности в плоскости фокуса так же, как и СУМ, не обладает радиальной симметрией:

$$\begin{aligned} I &= |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2 = \\ &= I_{2,0}^2 + I_{0,2}^2 + I_{2,4}^2 + 2I_{1,1}^2 + 2I_{1,3}^2 - 2I_{1,1}I_{1,3} \cos \varphi + \\ &\quad + \sqrt{2} I_{0,2}(I_{2,0} + I_{2,4}) \cos 2\varphi, \end{aligned} \quad (5.50)$$

и на оптической оси интенсивность отлична от нуля ( $I(r=0) = I_{2,0}^2$ ). Из (5.49) следует, что на оптической оси поток энергии равен по величине продольной проекции СУМ (5.48), но имеет противоположенный знак:

$$P_z(r=z=0) = -S_z(r=z=0) = -\frac{1}{2}I_{2,0}^2. \quad (5.51)$$

То есть поток энергии на оптической оси в фокусе отрицательный (направлен против распространения начального пучка света). Также из (5.49) следует, что поперечный поток энергии вращается вокруг оптической оси против часовой стрелки:

$$P_r = 0, \quad P_\varphi = Q(r). \quad (5.52)$$

На самой оптической оси поперечный поток энергии равен нулю ( $P_\varphi(r=0) = Q(0) = 0$ ). Получается, что в плоскости фокуса вблизи центра (вблизи оптической оси) и поперечный поток энергии, и вектор поля-

ризации вращаются против часовой стрелки. Но отличие в том, что поперечный поток энергии (5.52) на самой оси равен нулю, а продольная составляющая СУМ (5.48) на оси имеет максимальное положительное значение. Если поместить в фокус поглощающий микро-шарик с центром на оптической оси, то продольная проекция СУМ должна вращать этот шарик вокруг оптической оси против часовой стрелки [237].

Далее покажем, что если поменять знак у топологического заряда оптического вихря ( $m = -2$ ) с линейной поляризацией, то обратный поток на оптической оси в фокусе сохранится, а продольная компонента СУМ станет отрицательной. Действительно, проекции вектора напряженности электрического поля в фокусе для начального оптического вихря ( $m = -2$ ) с линейной поляризацией вместо (5.43) будут иметь вид:

$$\begin{aligned} E_x &= ie^{-2i\varphi} \left( I_{0,2} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{2i\varphi} I_{2,4} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2i\varphi} I_{2,0} \right), \\ E_y &= -e^{-2i\varphi} \left( -\frac{1}{\sqrt{2}} e^{2i\varphi} I_{2,4} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-2i\varphi} I_{2,0} \right), \\ E_z &= 2e^{-2i\varphi} \left( \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\varphi} I_{1,3} - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\varphi} I_{1,1} \right). \end{aligned} \quad (5.53)$$

Используя (5.53) можно найти продольные компоненты вектора Пойнтинга и вектора СУМ:

$$\begin{aligned} P_z &= \frac{1}{2} (I_{0,2}^2 - I_{2,4}^2 - I_{2,0}^2), \\ S_z &= -\frac{1}{2} (I_{2,0} - I_{2,4}) (I_{2,0} + I_{2,4} + \sqrt{2} I_{0,2} \cos 2\varphi). \end{aligned} \quad (5.54)$$

Из сравнения (5.47), (5.49) и (5.53) следует, что при смене знака топологического заряда оптического вихря продольная компонента вектора потока энергии не изменилась, а продольная компонента СУМ только поменяла свой знак. Это означает, что на оптической оси поток энергии обратный, а осевая проекция СУМ отрицательна (левая круговая поляризация):

$$P_z(r = z = 0) = S_z(r = z = 0) = -\frac{1}{2} I_{2,0}^2. \quad (5.55)$$

Таким образом, оптический вихрь с линейной поляризацией в остром фокусе на оптической оси из-за эффекта орбитально-спиновой конверсии формирует обратный поток энергии с правой ( $m = 2$ ), или с левой ( $m = -2$ ) круговой поляризацией. При этом вектор поляризации на оптической оси вращается в ту же сторону, что и поперечный поток энергии: против часовой ( $m = 2$ ) стрелки и по часовой ( $m = -2$ ) стрелке.

Описанные выше рассуждения можно кратко подытожить следующим образом. В начальной плоскости имеется оптический вихрь с линейной поляризацией. У такого пучка есть только продольная

компонента ОУМ (так как в начальной плоскости у вектора электрического поля только поперечные проекции (5.42)), а все проекции вектора СУМ равны нулю. Известно, что вектор углового момента равен сумме векторов ОУМ и СУМ и сохраняется при распространении пучка в свободном пространстве [216, 220, 224]. Поэтому в фокусе, из-за того, что появились отличные от нуля все проекции вектора СУМ, должны появиться и все проекции у вектора ОУМ.

**5.3.2. Моделирование.** Моделирование было проведено при следующих условиях: длина волны  $\lambda = 633$  нм, падающее поле ограничено апертурой диаметром 8 мкм. Поле представляет собой плоскую волну с единичной амплитудой, линейной поляризацией и с фазовым вихрем  $m = 2$  (рис. 5.8), умноженную на сферическую волну, сходящуюся на расстоянии  $f = 1,31$  мкм (числовая апертура  $NA = 0,95$ ):

$$\begin{aligned} E_x &= \exp(i(kf - m\varphi - \omega t)), \\ E_y &= 0. \end{aligned} \quad (5.56)$$

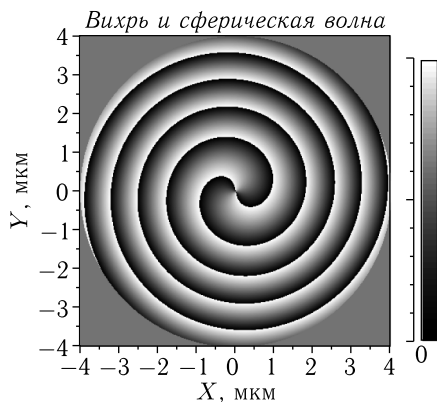
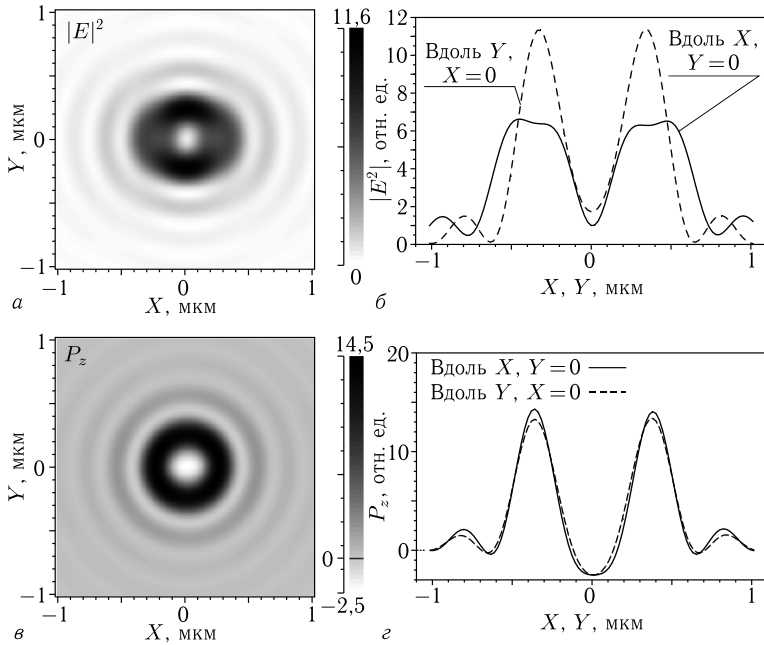


Рис. 5.8. Фаза начального поля, состоящая из фазы оптического вихря  $m=2$  и фазы сферической волны

При таком начальном поле в фокусной плоскости наблюдается распределение интенсивности, изображенное на рис. 5.9. Моделирование проводилось методом FDTD с помощью программного пакета FullWave. Сетка отсчетов была взята  $\lambda/30$  по всем трем осям, само начальное поле содержало  $601 \times 601$  отсчет. Нечетное число отсчетов взято для симметрии поля относительно центра координат.

Из рис. 5.9 видно, что в фокусе волны с линейной поляризацией наблюдается область размером 0,3 мкм вдоль оси  $X$  и 0,27 мкм вдоль оси  $Y$ , в которой проекция вектора Пойнтинга на оптическую ось отрицательна. Так же видно (рис. 5.9, д), что в этой области наблюдается постепенный переход от линейной поляризации к круговой на оптической оси, при этом электрический вектор на оси и близ



Обозначение эллипсов на рисунке направление вращения вектора  $\mathbf{E}$

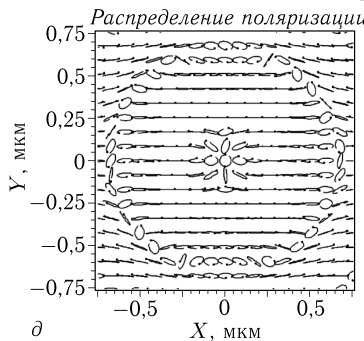
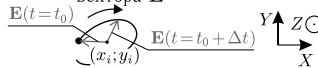


Рис. 5.9. Интенсивность (а), проекция вектора Пойнтинга на оптическую ось  $Z$  (в) в фокусе сферической волны с линейной поляризацией и фазовым вихрем  $m = 2$ , их сечения вдоль осей  $X$ ,  $Y$  соответственно (б, г), а также распределение поляризации (д) в фокусной плоскости  $f = 1,31$  мкм. Эллипсоидами обозначено вращение вектора поля  $\mathbf{E}$  в точках, находящихся в центрах этих эллипсов, жирная точка на конце эллипсоида обозначает начало вращения. Сторона расположения жирной точки на эллипсоидах находится в соответствии с фазой поля. Ось  $Z$  направлена на читателя

нее вращается против часовой стрелки. По краям этой центральной области находятся две другие области, в которой вектор  $\mathbf{E}$  вращается по часовой стрелке ( $X = 0$ ,  $-0,2 < Y < -0,1$  мкм,  $0,1 < Y < 0,2$  мкм). Также на распределении вектора Пойнтинга видно кольцо радиусом примерно 0,66 мкм (например,  $0,622 < X < 0,693$  мкм при  $Y = 0$ ), в котором вектор Пойнтинга также отрицательный. В этой области так же наблюдается переход к круговой поляризации, в ней вектор  $\mathbf{E}$  вращается по часовой стрелке ( $X > 0$ ,  $Y = 0$ ), как видно из рис. 5.9, д.

На рис. 5.10 показаны рассчитанные по формуле (5.47) двумерное распределение проекций вектора СУМ  $S_z$  и их сечения вдоль осей  $X$  и  $Y$  через оптическую ось. Видно, что проекция вектора СУМ на ось  $Z$  на оптической оси отличная от нуля и положительна в границах ( $0,267 < X < 0,267$ ), ( $-0,13 < Y < 0,13$ ).

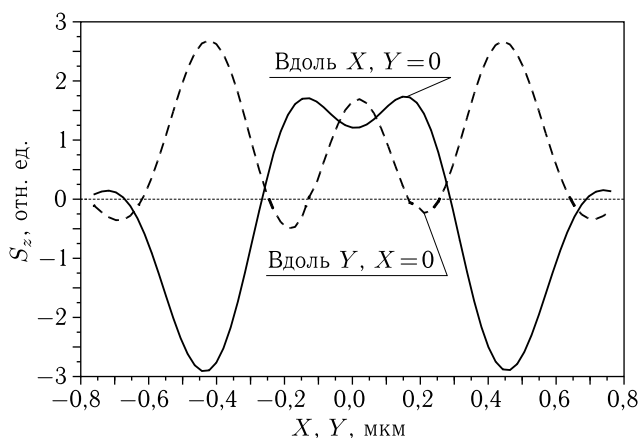


Рис. 5.10. Сечение вдоль осей  $X$  и  $Y$  продольной проекции  $S_z$  вектора спин-орбитального углового момента

Если в поле, изображенное на рис. 5.9, поместить поглощающую наночастицу, то она будет испытывать момент силы, вращающий ее вокруг ее центра массы из-за наличия круговой поляризации. На рис. 5.11 показан результат расчета проекции момента силы  $M_z$ , действующей на частицу диаметром 0,3 мкм и показателем преломления  $n = 1,5 + 0,3i$  вокруг оси  $Z$ , совпадающей с оптической осью. Мощность всего падающего пучка была принята 100 мВт. Расчет проводился при той же сетке отсчетов  $\lambda/30$  по всему полю, но в районе частицы (в границах  $-1,5 < X < 1,5$  мкм,  $-0,65 < Y < 0,65$  мкм,  $0,3 < Z < 2,3$  мкм) использовалась более подробная сетка  $\lambda/80$  по всем трем координатам.

Из рис. 5.11 видно, что в центре пучка ( $X = 0$ ) момент силы максимален и вращает частицу против часовой стрелки в соответствии с направлением поляризации на оптической оси. Далее, при смещении



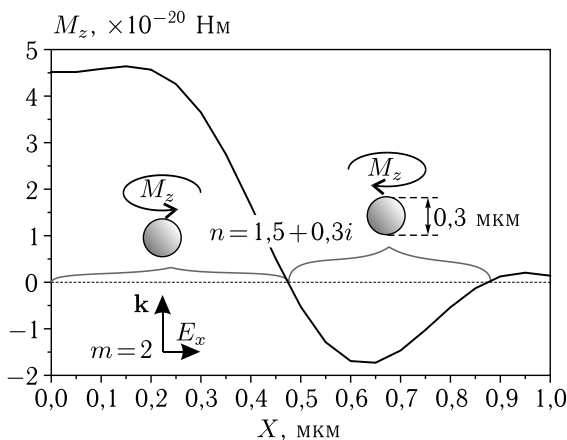


Рис. 5.11. Проекция момента силы  $M_z$ , действующая на частицу при смещении ее из центра ( $X = Y = 0$ ,  $Z = f$ ) вдоль оси  $X$ . Показатель преломления частицы  $n = 1,5 + 0,3i$ , мощность пучка равна 100 мВт

частицы в положительную сторону оси  $X$  момент падает, меняет знак и приблизительно в точке  $X = 0,6$  мкм (область кольца с отрицательным  $S_z$  на рис. 5.9,  $\theta, z$ ) момент силы становится максимальным по модулю и направлен по часовой стрелке. Из рис. 5.9,  $d$  мы видим, что в данной области поляризация вновь приобретает эллиптичность и вектор  $\mathbf{E}$  вращается по часовой стрелке, что соответствует направлению проекции момента  $M_z$ .

В этом разделе на основе теории Ричардса–Вольфа получены аналитические выражения для проекций вектора Пойнтинга и вектора спинового углового момента вблизи фокуса для случая острой фокусировки оптического вихря с топологическим зарядом  $+2$  и  $-2$  и линейной поляризацией. Из полученных соотношений следует, что в плоскости фокуса вблизи оптической оси имеет место обратный поток энергии. В области обратного потока энергии формируется правая ( $m = 2$ ) или левая ( $m = -2$ ) круговая поляризация. В периферийной части плоскости фокуса поляризация неоднородная: имеет место чередование правой круговой (или эллиптической) поляризации с левой круговой (или эллиптической) поляризациями, и с линейной поляризацией. Но вблизи оптической оси направление вращения вектора поляризации совпадает с направлением вращения вокруг оптической оси поперечного потока энергии: поток энергии и вектор поляризации вращаются против часовой стрелки при  $m = 2$  и по часовой стрелке при  $m = -2$ . Формирование круговой поляризации в области обратного потока энергии позволяет обнаруживать его. Действительно, если поместить вблизи фокуса в область обратного потока поглощающую наночастицу, то она из-за спинового углового момента будет вращаться

вокруг центра масс. Поперечный поток энергии равен нулю на оптической оси, поэтому он почти не будет участвовать во вращении частицы. Направление вращения частицы будет определяться знаком топологического заряда вихревого пучка.

#### **5.4. Орбитально-спиновая конверсия, «фотонный вертолет» и полная магнетизация**

В недавних работах авторов были теоретически обнаружены новые оптические эффекты в остром фокусе лазерного света с фазовой и поляризационной сингулярностями. Было обнаружено формирование обратного потока энергии вблизи фокуса на оптической оси [29] и тороидального потока энергии вокруг «темных колец» в плоскости фокуса, на которых поток энергии нулевой [89]. Был обнаружен эффект «углового трактора», когда на соседних световых кольцах в плоскости фокуса поперечный поток энергии направлен в разные стороны (по часовой и против часовой стрелки) [203]. Также было строго теоретически показано, что при острой фокусировке гауссова пучка с круговой поляризацией в остром фокусе возникает спиральный поток энергии из-за спин-орбитальной конверсии [221]. Спин-орбитальная конверсия, и связанные с ней оптический эффект Холла и вращение микрочастиц по круговой траектории исследовались также в работах [220, 225, 226, 236]. В последние годы в области острого фокуса лазерных вихревых пучков и пучков с неоднородной поляризацией обнаружен ряд других новых и интересных эффектов: формирование клубков и узлов из точек фазовой и поляризационной сингулярностей [59–61], фотонные колеса [204], формирование поляризационных полосок Мебиуса [205, 243], полная магнетизация [244, 245]. Все эти эффекты продемонстрированы численно, а некоторые экспериментально, но нет строгой аналитической теории для их описания.

В данном разделе на основе теории Ричардса–Вольфа [1], с помощью которой адекватно описываются все 6 проекций электрического и магнитного векторов электромагнитного поля вблизи фокуса, дано строгое описание некоторых из перечисленных выше интересных эффектов. Также экспериментально продемонстрирована, предсказанная в [221] спин-орбитальная конверсия, которая приводит к формированию орбитального углового момента в остром фокусе простого гауссова пучка с круговой поляризацией. Этот орбитальный угловой момент передается захваченной в фокусе микрочастице и вращает ее вокруг оптической оси (и вокруг своего центра масс). Ранее в [225, 236] также вращали диэлектрическую микрочастицу в гауссовом пучке, но по круговой траектории, а не вокруг своего центра масс.

**5.4.1. Спин-орбитальная конверсия в фокусе.** Пусть начальное поле — это оптический вихрь с топологическим зарядом  $n$ , произволь-

ной осесимметричной радиальной частью и круговой поляризацией:

$$\mathbf{E} = A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} 1 \\ i\sigma \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} -i\sigma \\ 1 \end{pmatrix}, \quad (5.57)$$

где  $\sigma = 1$  для правой круговой поляризации,  $\sigma = -1$  для левой круговой поляризации,  $\sigma = 0$  для линейной поляризации, и  $\sigma = 0, \pm 1$  для эллиптической поляризации (ниже предполагается, что  $\sigma$  — действительное число). Плотность спина электрического поля (без учета спина магнитного поля) рассчитывается по известной формуле [73]

$$\mathbf{s}_E = \frac{1}{16\pi w} \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}), \quad (5.58)$$

где  $w$  — циклическая частота света,  $\text{Im}$  — мнимая часть числа. В дальнейшем постоянную  $(1/8\pi w)$  будем опускать,  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  в (5.57) и (5.58) — это вектора напряженностей электрического и магнитного полей электромагнитной волны. Тогда, согласно формализму Ричардса-Вольфа [1], в плоскости фокуса получим проекции вектора плотности спина (5.58) в виде:

$$\begin{aligned} s_{Ex} &= \sin \varphi \left( -\sigma \gamma_+ I_{0,m} I_{1,m+1} - \sigma \gamma_- I_{0,m} I_{1,m-1} - \right. \\ &\quad \left. - \gamma_+^2 I_{1,m+1} I_{2,m+2} + \gamma_-^2 I_{1,m-1} I_{2,m-2} \right) + \\ &\quad + \sin 3\varphi \gamma_+ \gamma_- (I_{1,m-1} I_{2,m+2} - I_{1,m+1} I_{2,m-2}), \\ s_{Ey} &= \cos \varphi (\gamma_+ I_{0,m} I_{1,m+1} - \gamma_- I_{0,m} I_{1,m-1} + \\ &\quad + \gamma_+^2 I_{1,m+1} I_{2,m+2} - \gamma_-^2 I_{1,m-1} I_{2,m-2}) - \\ &\quad - \cos 3\varphi \gamma_+ \gamma_- (I_{1,m-1} I_{2,m+2} - I_{1,m+1} I_{2,m-2}), \\ s_{Ez} &= \sigma I_{0,m}^2 - \gamma_+^2 I_{2,m+2}^2 + \gamma_-^2 I_{2,m-2}^2 + \\ &\quad + \cos 2\varphi \gamma_+ \gamma_- I_{0,m} (I_{2,m-2} - I_{2,m+2}). \end{aligned} \quad (5.59)$$

В (5.59) используются обозначения интегралов:

$$\begin{aligned} I_{0,\nu} &= \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\nu(x) d\theta, \\ I_{1,\nu} &= \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\nu(x) d\theta, \\ I_{2,\nu} &= \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^\alpha \sin \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\nu(x) d\theta, \end{aligned} \quad (5.60)$$

где  $f$  фокусное расстояние апланатической системы,  $\lambda$  длина волны,  $NA = \sin \alpha$  числовая апертура,  $J_\nu(x)$  функция Бесселя первого рода,  $x = kr \sin \theta$ ,  $(x, y, z)$   $(r, \varphi, z)$  декартовы и цилиндрические координаты.

В качестве амплитуды входной функции  $A(\theta)$  можно использовать функцию Бесселя–Гаусса [34]:

$$A(\theta) = J_1 \left( 2\beta \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right) \exp \left[ -\beta^2 \left( \frac{\sin \theta}{\sin \alpha} \right)^2 \right], \quad (5.61)$$

где  $\beta$  отношение радиуса зрачка апланатической системы к радиусу перетяжки гауссова пучка,  $\gamma_{\pm} = (1 \pm \sigma)/2$ , и при  $\sigma = 0$  выбираются другие константы  $\gamma_+ = \gamma_- = 1/\sqrt{2}$ . Из (5.59), как частный случай, для левой круговой поляризации ( $\sigma = -1$ ,  $\gamma_+ = 0$ ,  $\gamma_- = 1$ ) получим:

$$\begin{aligned} s_{Ex-} &= Q(r) \sin \varphi, \\ s_{Ey-} &= -Q(r) \cos \varphi, \\ s_{Ez-} &= I_{2,m-2}^2 - I_{0,m}^2, \\ Q(r) &= I_{1,m-1} (I_{0,m} + I_{2,m-2}). \end{aligned} \quad (5.62)$$

Из (5.62) видно, что для оптического вихря с левой круговой поляризацией в фокусе присутствуют все компоненты вектора плотности спина. Если вместо оптического вихря взять гауссов пучок ( $m = 0$ ) с левой круговой поляризацией, то в плоскости фокуса по-прежнему будут отличными от нуля все компоненты спина:

$$\begin{aligned} s_{Ex0-} &= -Q(r) \sin \varphi, \\ s_{Ey0-} &= Q(r) \cos \varphi, \\ s_{Ez0-} &= I_{2,2}^2 - I_{0,0}^2, \\ Q(r) &= I_{1,1} (I_{0,0} + I_{2,2}). \end{aligned} \quad (5.63)$$

Из-за оптического эффекта спин-орбитальной конверсии в фокусе для гауссова пучка с левой круговой поляризацией будет отличным от нуля поток энергии [221]. Действительно, для проекций вектора Пойнтинга (потока энергии) [1]:

$$\mathbf{S} = \frac{c}{8\pi} \text{Re}[\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*], \quad (5.64)$$

где  $c$  — скорость света в вакууме,  $\text{Re}$  — действительная часть числа,  $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$  — векторное произведение,  $*$  — комплексное сопряжение (далее постоянную  $c/(8\pi)$  опустим), получим в плоскости фокуса для оптического вихря с однородной поляризацией:

$$S_z = \left( \frac{1 + \sigma^2}{2} \right) I_{0,m}^2 - \gamma_+^2 I_{2,m+2}^2 - \gamma_-^2 I_{2,m-2}^2, \quad (5.65)$$

$$\begin{aligned} S_x &= -Q(r) \sin \varphi, \\ S_y &= Q(r) \cos \varphi, \end{aligned} \quad (5.66)$$

$$Q(r) = \gamma_+^2 I_{1,m+1} (I_{0,m} + I_{2,m+2}) + \gamma_-^2 I_{1,m-1} (I_{0,m} + I_{2,m-2}).$$

Из (5.65) и (5.66) для гауссова пучка с левой круговой поляризацией следует:

$$\begin{aligned} S_{z0-} &= I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2, \\ S_{x0-} &= Q(r) \sin \varphi, \\ S_{y0-} &= -Q(r) \cos \varphi, \\ Q(r) &= I_{1,1}(I_{0,0} + I_{2,2}). \end{aligned} \quad (5.67)$$

Сравнивая (5.63) и (5.67), видим, что в фокусе кроме распределения вектора плотности спина (5.63) присутствует такой же по величине поток энергии (5.67). Они равны с точностью до знака, то есть поперечный поток энергии вращается ( $S_{\varphi-} = Q(r)$ ,  $S_{r-} = 0$ ) в противоположную сторону (по часовой стрелке), по отношению к направлению векторов плотности спина (они направлены против часовой стрелки). На рис. 5.12 показаны распределение интенсивности в фокусе (а) плоской волны с левой круговой поляризацией (вращение векторов поляризации против часовой стрелки), а также распределение в фокусе азимутальной составляющей  $S_{\varphi}$  поперечного потока энергии (б), и его радиальное сечение (в). Также на рис. 5.12 показаны проекции вектора плотности спина в плоскости фокуса:  $s_{Ex}$  (з),  $s_{Ey}$  (д) и  $s_{Ez}$  (е). Положительные значения  $S_{\varphi}$  на рис. 5.12, б, в показывают вращение вектора Пойнтинга  $\mathbf{S}$  в плоскости  $XY$  по часовой стрелке, отрицательные — против. Из рис. 5.12, з, д видно, что поперечные проекции векторов спина направлены против часовой стрелки. Из сравнения рис. 5.12, б и рис. 5.12, в, з видно, что поперечный поток энергии и поперечное распределение векторов спина равны по величине и противоположны по знаку. Это также видно из сравнения формул (5.63) и (5.67). Результаты на рис. 5.12 были получены при расчете FDTD-методом с параметрами: длина волны  $\lambda = 532$  нм, сетка отсчетов с шагом  $\lambda/30$ , плоская волна на входе ограничена апертурой диаметром 8 мкм, фокусное расстояние  $f = 4,55$  мкм (числовая апертура  $NA = 0,65$ ).

На рис. 5.13 показаны распределения поперечных проекций вектора плотности спина  $s_{Ex}$  (а),  $s_{Ey}$  (б) на расстоянии 500 нм от плоскости фокуса. Видно, что векторы спина повернулись на некоторый угол по часовой стрелке. Проведенное моделирование показало, что поперечный поток вектора спина вращается в том же направлении, что и поперечный поток энергии (рис. 5.12 б, в). Это и понятно. Так как у гауссова пучка нет вихревой фазы (орбитальный угловой момент равен нулю), то поперечный поток энергии в плоскости фокуса порождается поперечным потоком спина. Поэтому и вращаться они должны в одном направлении.

Из (5.66) следует, что если на входе у гауссова пучка поменять круговую поляризацию с левой на правую, то поперечный поток энергии сменит направление движения и будет вращаться против часовой стрелки. Моделирование показывает, что и поперечный поток спина вблизи фокуса также изменит свое направление и будет вращаться

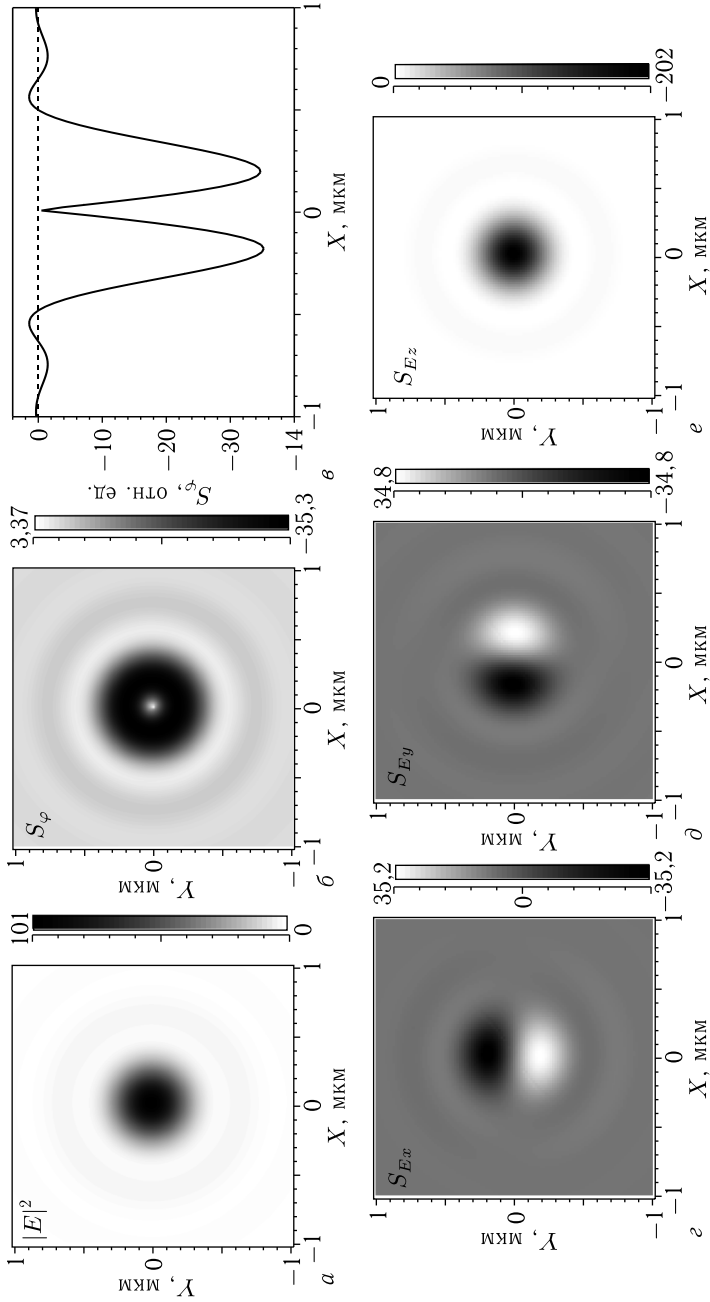


Рис. 5.12. Интенсивность электрической компоненты  $|E|^2$  (а) (негатив), азимутальная проекция вектора Пойнтинга  $S_\varphi$  (негатив, радиальная равна нулю) (б) и ее сечение вдоль оси  $X$  через оптическую ось  $\theta$ . А также проекции вектора плотности спина в плоскости фокуса:  $S_{E_x}$  (г),  $S_{E_y}$  (д) и  $S_{E_z}$  (е) (негатив)

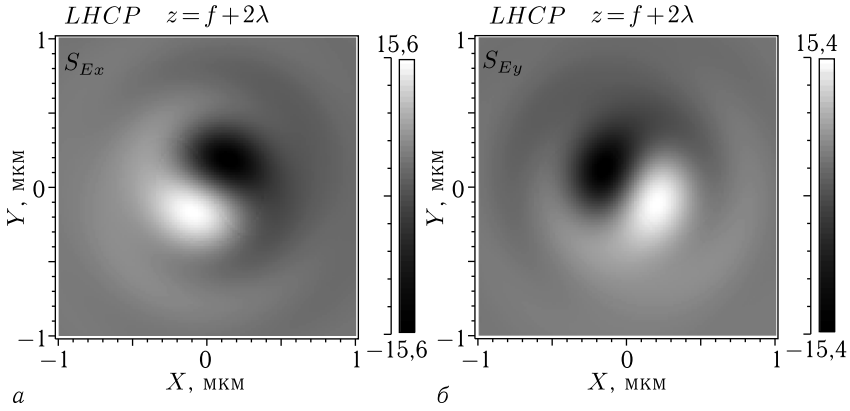


Рис. 5.13. Распределения поперечных проекций вектора плотности спина  $s_{Ex}$  (а),  $s_{Ey}$  (б) на расстоянии  $2\lambda$  за плоскостью фокуса при фокусировке гауссова пучка с левой круговой поляризацией. На рис. 5.12 эти же величины показаны в плоскости фокуса:  $s_{Ex}$  (з),  $s_{Ey}$  (д)

против часовой стрелки. В эксперименте это подтверждается вращением микрочастицы также против часовой стрелки.

Далее покажем, что поперечный поток спина меняет знак при смене направления вращения круговой поляризации. Действительно, поток вектора спина связан с вектором плотности спина  $\mathbf{s}_E$  соотношением [13]:

$$\mathbf{S}_{\text{sp}} = \frac{1}{2k} \nabla \times \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}) = \nabla \times \mathbf{s}_E. \quad (5.68)$$

Из (5.68) для поперечной азимутальной проекции вектора потока спина можно получить:

$$S_{\text{sp}\varphi} = \frac{\partial s_{Er}}{k\partial z} - \frac{\partial s_{Ez}}{k\partial r}. \quad (5.69)$$

Для случая круговой поляризации в фокусе радиальная составляющая вектора плотности спина равна нулю, так как из (5.62) следует:

$$s_{Er} = s_{Ex} \cos \varphi + s_{Ey} \sin \varphi = 0. \quad (5.70)$$

Поэтому для случая круговой поляризации и гауссова пучка ( $m = 0$ ) азимутальная проекция вектора потока спина в фокусе будет равна:

$$S_{\text{sp}\varphi} = -\frac{\partial s_{Ez}}{k\partial r}. \quad (5.71)$$

Из (5.63) и (5.71) следует, что поперечный поток спина для левой поляризации  $S_{\text{sp}\varphi 0-} < 0$  направлен по часовой стрелке, а для правой круговой  $S_{\text{sp}\varphi 0+} > 0$  — против часовой стрелки:

$$S_{\text{sp}\varphi 0-} = -\frac{\partial s_{Ez 0-}}{k\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} (I_{0,0}^2 - I_{2,2}^2) = -S_{\text{sp}\varphi 0+}, \quad (5.72)$$

где

$$S_{sp\varphi 0-} = -2k \left[ I_{2,2} \left( \frac{\pi f}{2\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta (1 - \cos \theta) A(\theta) (J_1(x) - J_3(x)) d\theta \right) + I_{0,0} \left( \frac{\pi f}{\lambda} \int_0^\alpha \sin^2 \theta \cos^{1/2} \theta (1 + \cos \theta) A(\theta) J_1(x) d\theta \right) \right] < 0. \quad (5.73)$$

Неравенство (5.73) верно вблизи оптической оси ( $kr < \gamma$ ,  $\gamma$  — первый корень функции Бесселя  $J_1(x)$ ).

**5.4.2. Орбитально-спиновая конверсия в фокусе и лента Мебиуса.** Поток энергии в световом поле можно представить в виде суммы орбитального потока энергии и потока спина [13]. Поэтому наряду со спин-орбитальной конверсией, должен существовать и обратный эффект — орбитально-спиновая конверсия. Действительно, полагая в (5.59)  $\sigma = 0$  (линейная поляризация), получим выражения для осевой проекции вектора плотности спина в фокусе для оптического вихря с линейной поляризацией, направленной вдоль оси  $X$ :

$$s_{Ez} = \frac{1}{2} (-I_{2,m+2}^2 + I_{2,m-2}^2 + \cos 2\varphi I_{0,m} (I_{2,m-2} - I_{2,m+2})). \quad (5.74)$$

Из (5.74) следует, что при  $m = 0$  (гауссов пучок) осевая проекция спина (5.74) равна нулю, а уже при  $m = 1$ , она отлична от нуля:

$$s_{Ez1} = \frac{1}{2} (I_{2,1} + I_{2,3}) (I_{2,1} - I_{2,3} - \cos 2\varphi I_{0,1}). \quad (5.75)$$

Из (5.75) видно, что имеет место эффект орбитально-спиновой конверсии. Действительно, оптический вихрь с линейной поляризацией на входе в оптическую апланатическую систему имеет вектор плотности спина, равный нулю, но имеет отличный от нуля поперечный поток энергии из-за спиральной фазы. А в плоскости фокуса вектор плотности спина отличен от нуля и имеет осевую проекцию (5.75). Хотя на самой оси ( $r = 0$ ) продольная составляющая спина (5.75) равна нулю. Заметим, что в данном случае (на входе оптический вихрь с линейной поляризацией,  $m = 1$ ) в фокусе у вектора плотности спина (5.58) есть и поперечные составляющие, которые можно получить из общего выражения (5.59). Из (5.75) видно, что при  $\varphi \approx 0$  (вблизи горизонтальной оси  $X$ ) первый множитель положительный, а второй отрицательный (так как  $I_{0,1} > I_{2,1}$ ), и поэтому  $s_{Ez1} < 0$ . А при  $\varphi \approx \pi/2$  (вблизи вертикальной оси  $Y$ ) первый множитель в (5.75) по-прежнему положительный, и второй множитель положительный (так как  $I_{0,1} + I_{2,1} > I_{2,3}$ ), и поэтому  $s_{Ez1} > 0$ . Это верно вблизи оптической оси ( $kr < \gamma$ ,  $\gamma$  — первый корень функции Бесселя  $J_1(x)$ ). Выводы на основе формулы (5.75) подтверждаются моделированием.



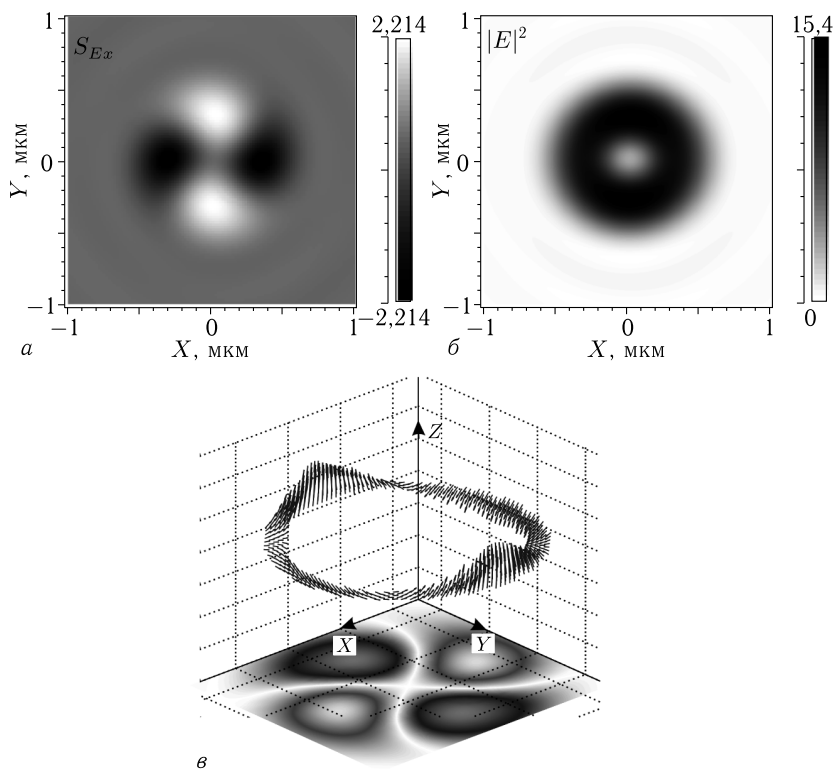


Рис. 5.14. Распределение продольной компоненты плотности спина  $s_{Ez}$  (а) и интенсивности  $|E|^2$  (б) (негатив) в плоскости фокуса. Также показана лента Мебиуса, состоящая из векторов спина, в плоскости фокуса на окружности радиуса 0,35 мкм на фоне распределения  $s_{Ez}$  (в)

На рис. 5.14 показаны, рассчитанные FDTD-методом осевая проекция спина  $s_{Ez}$  (а) и интенсивность  $|E|^2$  в фокусе (б) для случая оптического вихря ( $m = 1$ ) с линейной поляризацией. Остальные параметры такие же, как для рис. 5.12.

Из рис. 5.14, а видно, что продольная составляющая вектора спина вдоль вертикальной оси ( $Y$ -оси) направлена по направлению оптической оси, а спин вдоль горизонтальной оси ( $X$ -оси) направлен в обратном направлении. Это означает, что в плоскости фокуса векторы поляризации вращаются в разных направлениях вблизи вертикальной и горизонтальной осей: вблизи  $X$ -оси — по часовой стрелке, а вблизи  $Y$ -оси — против часовой.

Из рис. 5.14, в видно, что вектор спина, в каждой точке в плоскости фокуса на окружности радиуса 3,5 мкм (эта окружность проходит через четыре максимума в распределении вектора спина), описывает полосу Мебиуса.

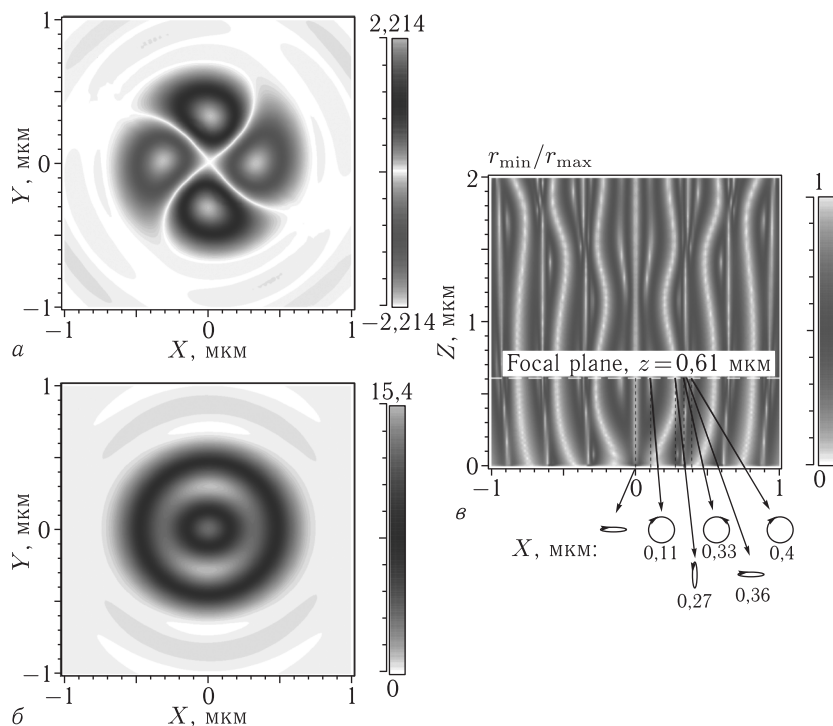


Рис. 5.15. Распределения продольной компоненты  $s_{Ez}$  спиновой плотности (5.75) (а) и интенсивности  $|E|^2$  (б) в фокальной плоскости. Крайний правый рисунок (в) показывает распределение в плоскости  $XZ$  отношения минимального радиуса к максимальному радиусу трехмерных эллипсов поляризации для сфокусированного линейно поляризованного гауссова пучка ( $m = 0$ ): белый цвет означает С-точки с круговой поляризацией, черный цвет означает узкие эллипсы, числа возле эллипсов показывают  $X$ -координаты их центров (в микронах)

Выводы, основанные на формуле (5.75) подтверждены и другим моделированием. Методом FDTD были рассчитаны распределения аксиальной спиновой компоненты  $s_{Ez}$  (рис. 5.15, а) и интенсивности  $|E|^2$  (рис. 5.15, б) в фокусе линейно поляризованного гауссова пучка с  $m = 0$ . Остальные параметры такие же, как на рис. 5.13.

В [205] как численно, так и экспериментально показано, что в продольной  $YZ$ -плоскости вблизи острого фокуса линейно поляризованного (вдоль оси  $Y$ ) гауссова пучка (без вихря, т. е.  $m = 0$ ) имеются точки с круговой поляризацией (С-точки), вокруг которых длинные оси эллипсов поляризации образуют топологию поляризации лимонного типа с индексами  $+1/2$  и  $-1/2$ . В трехмерном случае поверхность этих эллипсов поляризации вокруг С-точки образуют оптическую поляриза-

ционную полосу Мебиуса [205, 243]. Ниже мы приведем уравнение для получения С-точек вблизи фокуса линейно поляризованного гауссова пучка. Используя метод Ричардса–Вольфа [1], для начального поля с  $\sigma = 0$  (т. е. линейная поляризация вдоль оси  $X$ ) мы получаем компоненты электрического поля, выраженные через интегралы:

$$\begin{aligned} E_x &= -i(I_{0,0} + I_{2,2} \cos 2\varphi), \\ E_y &= -iI_{2,2} \sin 2\varphi, \\ E_z &= -2I_{1,1} \cos \varphi. \end{aligned} \quad (5.76)$$

Согласно формуле (5.76) эллипсы поляризации на горизонтальной оси ( $\varphi = 0$ ) лежат в плоскости  $XZ$ , поскольку  $E_y = 0$ . Следовательно, можно получить уравнение для нахождения точек на оси  $X$  с круговой поляризацией:

$$|E_x|^2 - |E_z|^2 = (I_{0,0} + I_{2,2})^2 - 4I_{1,1}^2 = \begin{cases} 0, & x = x_0, \\ > 0, & x < x_0, \\ < 0, & x > x_0. \end{cases} \quad (5.77)$$

Вблизи оптической оси интеграл  $I_{0,0}$  в формуле (5.77) превосходит два других члена (так как зависит от функции  $J_0(x)$ ), и поэтому эллипсы поляризации вытянуты вдоль оси  $X$ . В некоторой точке  $x = x_0$  эллипс поляризации превращается в круг (точка  $C$ ), а при  $x > x_0$  эллипсы поляризации вытягиваются вдоль оси  $Z$ . Такая поляризационная топология соответствует топологии типа лимона с индексом  $+1/2$  [205]. На рис. 5.15, в показано отношение малой оси к большой оси трехмерного эллипса поляризации. Центры эллипсов находятся в плоскости  $XZ$ . Для FDTD-моделирования мы предположили, что длина волны  $\lambda = 633$  нм, начальное поле — это гауссов пучок с линейной поляризацией вдоль оси  $X$ , а фокусировка осуществляется зонной пластиной с фокусным расстоянием  $f = \lambda$ . Как видно на рис. 5.15, в, рядом с фокусом имеется ряд точек, где поляризация круговая (С-точки), и вокруг которых топология поляризации имеет тип лимона с чередующимися индексами  $+1/2$  и  $-1/2$ . Координаты С-точек пропорциональны нулям функции Бесселя из уравнения (5.77).

В фокусе кроме продольной составляющей спина (5.75), очевидно, есть продольный и поперечный потоки энергии:

$$\begin{aligned} S_z &= \frac{1}{2}(I_{0,m}^2 - I_{2,m+2}^2 - I_{2,m-2}^2), \\ S_x &= -Q(r) \sin \varphi, \\ S_y &= Q(r) \cos \varphi, \\ Q(r) &= \frac{1}{2}I_{1,m+1}(I_{0,m} + I_{2,m+2}) + \frac{1}{2}I_{1,m-1}(I_{0,m} + I_{2,m-2}). \end{aligned} \quad (5.78)$$

Из (5.78) видно, что в отличие от осевой составляющей спина (5.74), осевая проекция вектора Пойнтинга имеет круговую симметрию, как и распределение интенсивности (рис. 5.14, б).

**5.4.3. Фотонные колеса или фотонный вертолет.** В предыдущем разделе было показано, что в случае фокусировки гауссова пучка с линейной поляризацией в плоскости фокуса продольная составляющая вектора плотности спина равна нулю. Но оказывается, что поперечные составляющие вектора плотности спина в фокусе в этом случае отличны от нуля. Действительно, из (5.59) для линейной поляризации ( $\sigma = 0$ ,  $\gamma_+ = \gamma_- = 1/\sqrt{2}$ ) получим при любом  $m$ :

$$\begin{aligned} s_{Ex} &= \frac{1}{2} \sin \varphi (-I_{1,m+1}I_{2,m+2} + I_{1,m-1}I_{2,m-2}) + \\ &\quad + \frac{1}{2} \sin 3\varphi (I_{1,m-1}I_{2,m+2} - I_{1,m+1}I_{2,m-2}), \\ s_{Ey} &= \frac{1}{2} \cos \varphi (\sqrt{2} I_{0,m}I_{1,m+1} - \sqrt{2} I_{0,m}I_{1,m-1} + \\ &\quad + I_{1,m+1}I_{2,m+2} - I_{1,m-1}I_{2,m-2}) - \\ &\quad - \frac{1}{2} \cos 3\varphi (I_{1,m-1}I_{2,m+2} - I_{1,m+1}I_{2,m-2}), \end{aligned} \quad (5.79)$$

и при  $m = 0$  ( $s_{Ez0} = 0$ ):

$$\begin{aligned} s_{Ex0} &= -2 \cos \varphi \sin 2\varphi I_{1,1}I_{2,2}, \\ s_{Ey0} &= 2 \cos \varphi \cos 2\varphi I_{1,1}I_{2,2} + \sqrt{2} \cos \varphi I_{0,0}I_{1,1}. \end{aligned} \quad (5.80)$$

Из (5.80) видно, что на самой оптической оси поперечного вектора спина нет, также нет спина вдоль вертикальной оси ( $\varphi = \pm\pi/2$ ). Вектор спина (5.80) справа (при  $-\pi/2 < \varphi < \pi/2$ ) от вертикальной оси  $Y$  направлен вдоль положительного направления вертикальной оси  $Y$ . При  $\varphi = 0$  из (5.80) следует, что  $s_{Ey} = \sqrt{2} I_{1,1}(\sqrt{2} I_{2,2} + I_{0,0}) > 0$ . Слева от вертикальной оси (при  $\pi/2 < \varphi < 3\pi/2$ ) поперечный спин направлен вдоль отрицательного направления оси  $Y$ . При  $\varphi = \pi$  из (5.80) следует, что  $s_{Ey} = -\sqrt{2} I_{1,1}(\sqrt{2} I_{2,2} + I_{0,0}) < 0$ . Так как вектор спина в каждой точке перпендикулярен к эллипсу (или кругу) вращения вектора поляризации, то получается из (5.80), что слева и справа от оптической оси векторы поляризации вращаются в горизонтальной плоскости в разных направлениях (как винты у вертолета). Этот эффект аналогичен эффекту фотонных колес [204], но так как плоскость вращения вектора поляризации не вертикальная, а горизонтальная, то напрашивается аналогия с вращением винтов у вертолета. Понятно, что для того чтобы плоскость вращения вектора поляризации вблизи фокуса была вертикальная (фотонные колеса), надо, чтобы освещающий пучок имел не горизонтальную, а вертикальную поляризацию.

На рис. 5.16 показаны распределения поперечных проекций вектора плотности спина (спинового углового момента) в фокусе гауссова пучка с линейной поляризацией (вектор поляризации направлен вдоль оси  $X$ ). Остальные параметры такие же, как на рис. 5.12. Видно, что величина  $Y$ -ой компоненты  $s_{Ey}$  более, чем в 30 раз больше, чем величина  $X$ -ой компоненты  $s_{Ex}$  вектора спина. Поэтому компонентой  $s_{Ex}$  можно пренебречь. А из вида и знака  $s_{Ey}$  на рис. 5.16, *a* можно сделать

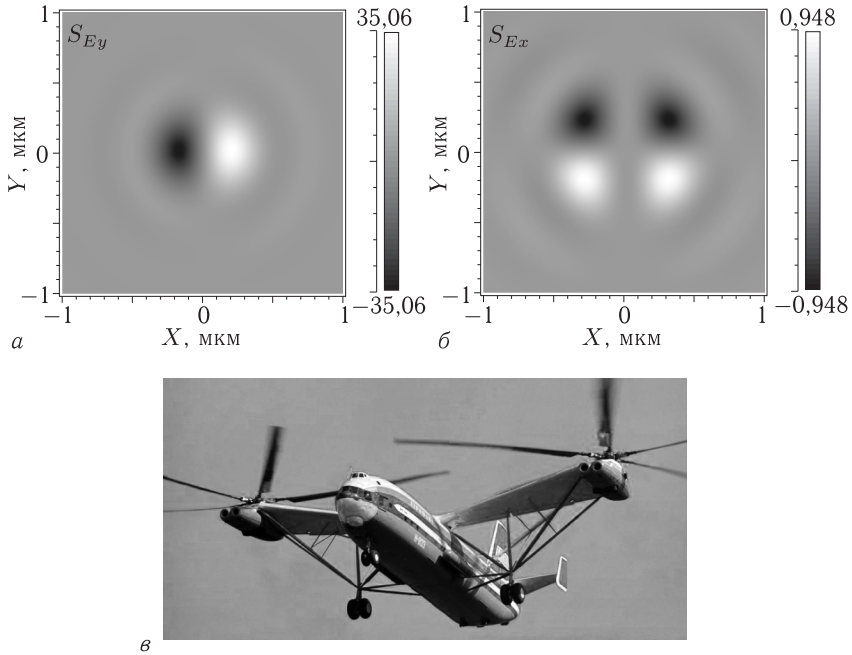


Рис. 5.16. Распределение в плоскости фокуса поперечных проекций (продольная равна нулю) вектора плотности спина:  $s_{Ey}$  (а) и  $s_{Ex}$  (б). Иллюстрация аналогии с вращением винтов вертолета (в)

вывод, предсказанный теорией (5.79), что в плоскости фокуса слева и справа от плоскости  $YZ$  вектор спина направлен вертикально и в разные стороны. Это показывает, что в плоскости  $XZ$  лежат эллипсы поляризации (или круги), по которым вращается во времени вектор напряженности электрического поля. Такая конфигурация эллипсов поляризации напоминает вращение винтов вертолета (рис. 5.16, в)

**5.4.4. Только продольная компонента спина в фокусе (полная магнетизация).** Если фокусировать оптический вихрь с топологическим зарядом  $m$  и азимутальной поляризацией, то амплитуда для такого поля запишется в виде (вместо (5.57)):

$$\begin{aligned} \mathbf{E} &= A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} -\sin \varphi \\ \cos \varphi \end{pmatrix}, \\ \mathbf{H} &= A(\theta)e^{im\varphi} \begin{pmatrix} \cos \varphi \\ \sin \varphi \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (5.81)$$

Тогда в плоскости фокуса получим выражение для продольной компоненты вектора плотности спина:

$$s_{Ez} = \frac{1}{4} (|I_{0,m-1} + I_{2,m-1}|^2 - |I_{0,m+1} + I_{2,m+1}|^2). \quad (5.82)$$

Из (5.82) следует, что так как в плоскости фокуса только одна продольная компонента вектора плотности спина отлична от нуля, то имеет место эффект полной магнетизации [243]. Так как поперечные компоненты вектора спина для любого  $m$  равны нулю ( $S_\varphi = S_r = 0$ ), то плоскость, в которой вращаются все векторы поляризации, совпадает с плоскостью фокуса.

В [246] получено выражение в фокусе для продольной компоненты вектора Пойнтинга для оптического вихря с топологическим зарядом  $m$  и азимутальной поляризацией  $n$ -го порядка

$$S_z = \frac{1}{2}(I_{0,m+n}^2 + I_{0,m-n}^2 - I_{2,m+n-2}^2 - I_{2,m-n+2}^2), \quad (5.83)$$

из которого следует, что поток энергии вдоль оптической оси для оптического вихря с азимутальной поляризацией ( $n = 1$ ) описывается выражением

$$S_z = \frac{1}{2}(I_{0,m+1}^2 + I_{0,m-1}^2 - I_{2,m-1}^2 - I_{2,m+1}^2). \quad (5.84)$$

На рис. 5.17 рассчитанные по формулам (5.82) и (5.83) продольные компоненты в плоскости фокуса для распределения вектора потока энергии (а) и вектора плотности спина (б). Параметры расчета: длина волны  $\lambda = 532$  нм, фокусное расстояние  $f = 100\lambda$ , порядок вихря (топологический заряд)  $m = 1$ , числовая апертура  $NA = \sin \alpha = \sin 85^\circ = 0,996$ , расчетная область  $-3\lambda \leq x, y \leq 3\lambda$ .

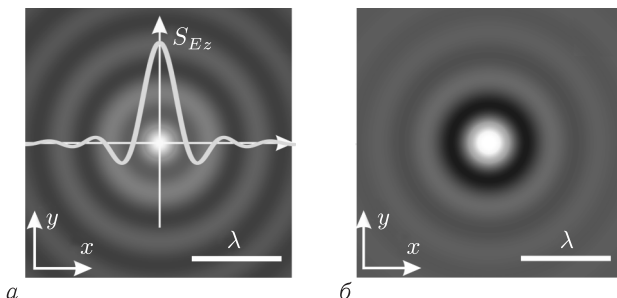


Рис. 5.17. Распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$  (черный цвет — ноль, светлый цвет — максимум) (а) и продольной составляющей вектора плотности спинового углового момента  $s_{E,z}$  (черный цвет — минимум, светлый цвет — максимум) (б) острогофокусированного оптического вихря ( $m = 1$ ), прошедшего узкую кольцевую диафрагму, в фокальной плоскости. График на рисунке (а) — сечение  $s_{E,z}$

Из рис. 5.17 видно, что продольная компонента спина меняет знак от кольца к кольцу потока энергии. Это означает, что на разных радиусах картины потока энергии в фокусе направление вращения векторов поляризации разное. На оптической оси поток энергии

и плотность спина максимальные (рис. 5.17) и равны, соответственно:  $S_{z1} = \frac{1}{2}(I_{0,0}^2 - I_{2,0}^2) > 0$  и  $s_{Ez1} = \frac{1}{4}|I_{0,0} + I_{2,0}|^2$ . Это видно из (5.82) и (5.84) при  $m = 1$  и  $r = 0$ .

В данном разделе на основе теории Ричардса–Вольфа получены аналитические выражения для потока энергии и распределения вектора плотности спина в остром фокусе вихревых лазерных пучков с линейной, круговой и азимутальной поляризациями. Из полученных выражений следует, что в фокусе имеют место следующие оптические эффекты. Спин-орбитальная конверсия, когда у исходного гауссова пучка с круговой поляризацией нет орбитального углового момента (ОУМ), а в плоскости фокуса у такого пучка есть отличный от нуля ОУМ (поперечный поток энергии). Поперечный поток энергии в фокусе равен по величине и по знаку поперечному потоку спина как для левой круговой поляризации, так и для правой. Оба потока (спина и энергии) вращаются вблизи фокуса по часовой стрелке (для левой круговой поляризации гауссова пучка) и против часовой стрелки (для правой круговой поляризации гауссова пучка).

Орбитально-спиновая конверсия, это когда при фокусировке оптического вихря с единичным топологическим зарядом и линейной поляризацией, у которого нет вектора спина, в плоскости острого фокуса появляется осевое распределение вектора плотности спина, причем в разные области в плоскости фокуса вектор поляризации вращается в разные стороны: вблизи горизонтальной оси по часовой стрелке, а вблизи вертикальной оси — против часовой стрелки. Вектор спина при этом в плоскости фокуса при обходе по окружности некоторого радиуса описывает поверхность Мебиуса.

Фотонные колеса или винты вертолета. При острой фокусировке гауссова пучка с линейной поляризацией в плоскости фокуса имеются поперечные составляющие вектора плотности спина (продольной составляющей нет). Если линейная поляризация исходного пучка была горизонтальная, то в плоскости фокуса вектор плотности спина направлен вертикально. То есть эллипсы поляризации лежат в горизонтальной плоскости, а векторы поляризации в этих эллипсах вращаются по разные стороны от оптической оси в разных направлениях (по часовой и против часовой стрелки). Такое вращение векторов поляризации в горизонтальной плоскости напоминает вращение винтов у вертолета.

Эффект полной магнетизации возникает, когда при острой фокусировке оптического вихря с целым топологическим зарядом и азимутальной поляризацией (у такого поля нет спина) в плоскости фокуса вектор плотности спина (или спиновой угловой момент) направлен вдоль оптической оси. Поперечных составляющих у вектора спина нет. Это означает, что в плоскости фокуса лежат эллипсы поляризации. Направление вращения векторов поляризации (по часовой или против часовой стрелки) в плоскости фокуса чередуется от кольца к кольцу дифракционной картины в сечении пучка.

## **ПОТОК ЭНЕРГИИ В ФОКУСЕ ПУЧКА С ДРОБНОЙ И ГИБРИДНОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ**

### **6.1. Обратный поток в фокусе пучка с цилиндрической поляризацией дробного порядка**

Цилиндрические векторные пучки (ЦВП) получили в настоящее время широкое распространение из-за уникальных свойств, проявляемых ими при острой фокусировке. В частности, с помощью цилиндрических векторных пучков можно получать фокусные пятна с размерами меньше скалярного дифракционного предела [74, 247], фокусы с большой глубиной — оптические иглы [161, 163], световые туннели [76, 77], цепочки фокусов [19, 78, 79, 248] и т.д. Стоит, однако, отметить, что похожие манипуляции с формой фокусного пятна можно делать и без привлечения ЦВП [249].

Поляризация в каждой точке ЦВП линейна, однако ее направление меняется непрерывно, совершая один или несколько оборотов при изменении азимутального угла от 0 до  $2\pi$ . Большая часть работ (например, ранее отмеченные [19, 74, 76–79, 161, 163]) посвящена изучению ЦВП, в которых поляризация совершает только один оборот — это радиально-поляризованные пучки, в которых поляризация направлена вдоль радиуса, или азимутально-поляризованные пучки, в которых она, соответственно, направлена перпендикулярно радиусу. Однако известны работы, в которых исследуется поведение ЦВП высоких порядков, т.е. пучков, в которых направление поляризации совершает несколько оборотов [22–27, 250]. Большое распространение получило также изучение гибридных векторных пучков [38] — пучков, в которых периодически меняется не только направление поляризации, но и фаза. При этом может меняться как фаза волнового фронта пучка — тогда можно получать пучки, обладающие одновременно сингулярностью фазы и поляризации [250, 251], так и разница фаз между компонентами вектора напряженности электрического поля в разложении по базису декартовой или цилиндрической системы координат, ось  $z$  которой направлена вдоль оси распространения пучка — тогда в сечении полученных пучков будет происходить изменение поляризации с линейной на круговую и обратно [82, 252, 253]. Ранее было показано [69, 88, 126, 254], что для ЦВП высоких порядков в области фокуса наблюдаются области, в которых проекция вектора Пойнтинга на оптическую ось приобретает отрицательные значения, а если порядок пучка равен двум, то такая



область располагается на оптической оси. Отметим также, что обратный поток энергии можно получить и не прибегая к ЦВП [255].

Одним из способов получения цилиндрических векторных пучков является получение секторных ЦВП с помощью полуволновых пластинок [74, 256–259], нелинейных оптических кристаллов [260], поляризаторов [261] и субволновых решеток [32, 262, 263]. Ранее нами исследовалось влияние количества секторов на результаты фокусировки [46] и было показано, что уже для количества секторов, равного шести, отличия с фокусировкой пучка, в котором поляризация изменяется непрерывно, становятся невелики. Однако ранее не поднимался вопрос, каким будут результаты фокусировки, если направление поляризации в различных секторах будет отличаться от запланированного (радиального или азимутального) — поляризация будет «перекручена» или «недокручена» до целого количества оборотов, к примеру, из-за технологических ошибок в изготовлении секторного элемента.

В данном разделе с помощью формул Ричардса–Вольфа моделировалась фокусировка цилиндрического векторного пучка с длиной волны 532 нм и дробным порядком плоской дифракционной линзой с числовой апертурой  $NA = 0,95$ . Было проведено две серии моделирования: в первой — исследовались пучки с дробными порядками от нуля до единицы. Т. е. был осуществлен переход от линейной поляризации к азимутальной. Во второй исследовалось влияние отклонения порядка пучка от  $m = 2$  (т. е. случая, когда обратный поток наблюдается в центре фокусного пятна).

Было показано, что при целых значениях порядка пучка поперечные компоненты вектора Пойнтинга равны нулю, а при дробных значениях — отличны от нуля. При дробных значениях порядка пучка, изменяющихся от нуля до единицы, наблюдается два ярко выраженных центра с координатами  $x = 0$  и  $y = \pm 0,1$  мкм, вокруг которых закручен поперечный поток в области фокуса. Вокруг верхнего центра поток вращается по часовой стрелке, а вокруг нижнего — против часовой. При увеличении порядка пучка больше единицы таких ярко выраженных центров вращения поперечного потока становится больше. Также было показано, что обратный поток сохраняется в центре пятна даже при значительном отклонении порядка пучка от  $m = 2$ .

**6.1.1. Фокусировка цилиндрических векторных пучков с порядком от нуля до единицы.** В данной работе исследования осуществлялись с помощью формул Ричардса–Вольфа [1]

$$\mathbf{U}(\rho, \psi, z) = -\frac{if}{\lambda} \int_{\alpha_{\min}}^{\alpha_{\max}} \int_0^{2\pi} B(\theta, \varphi) T(\theta) \mathbf{P}(\theta, \varphi) \times \\ \times \exp\{ik[\rho \sin \theta \cos(\varphi - \psi) + z \cos \theta]\} \sin \theta d\theta d\varphi, \quad (6.1)$$

где  $\mathbf{U}(\rho, \psi, z)$  — напряженность электрического или магнитного поля,  $B(\theta, \varphi)$  — электрическое или магнитное поле на входе широкоапертурной системы в координатах выходного зрачка ( $\theta$  — полярный угол,

$\varphi$  — азимутальный),  $T(\theta)$  — функция аподизации линзы,  $f$  — фокусное расстояние,  $k = 2\pi/\lambda$  — волновое число,  $\lambda$  — длина волны (в моделировании считалась равной 532 нм),  $\alpha_{\max}$  — максимальный полярный угол, определяемый числовой апертурой линзы ( $NA = \sin \alpha_{\max}$ ),  $\mathbf{P}(\theta, \varphi)$  — вектор поляризации для напряженности электрического и магнитного полей имеющий вид:

$$\mathbf{P}(\theta, \varphi) = \begin{bmatrix} 1 + \cos^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \cos \varphi \end{bmatrix} a(\theta, \varphi) + \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \varphi (\cos \theta - 1) \\ 1 + \sin^2 \varphi (\cos \theta - 1) \\ -\sin \theta \sin \varphi \end{bmatrix} b(\theta, \varphi), \quad (6.2)$$

где  $a(\theta, \varphi)$  и  $b(\theta, \varphi)$  — функции, описывающие состояние поляризации  $x$ - и  $y$ -компонент напряженностей фокусируемого пучка.

Для светового поля с цилиндрической поляризацией  $m$ -го порядка азимутального вида, вектора Джонса будут иметь вид

$$E(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\sin(m\varphi) \\ \cos(m\varphi) \end{pmatrix} \quad (6.3)$$

для напряженности электрического поля и

$$H(\theta, \varphi) = \begin{pmatrix} a(\theta, \varphi) \\ b(\theta, \varphi) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\cos(m\varphi) \\ -\sin(m\varphi) \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

для напряженности магнитного поля. Если положить в формулах (6.3), (6.4)  $m = 1$ , то они будут описывать обычный азимутально-поляризованный свет, а для  $m = 0$  — линейно-поляризованный свет, направленный вдоль оси  $y$ .

Рассмотрим фокусировку пучков с дробным порядком, изменяющимся от нуля (линейно-поляризованный свет) до единицы (азимутальная поляризация) с шагом  $\Delta m = 0,25$ . На рис. 6.1 показано направление поляризации для дробных значений  $m$ : 0,25, 0,5 и 0,75. Моделирование осуществлялось с помощью самостоятельно написанного программного обеспечения в среде Matlab. Корректность работы разработанного ПО подтверждалось в ранних работах авторов [88] путем сравнения полученных результатов с результатами, полученными в программном обеспечении RSoft Fullwave. На рис. 6.2 показано изменение суммар-

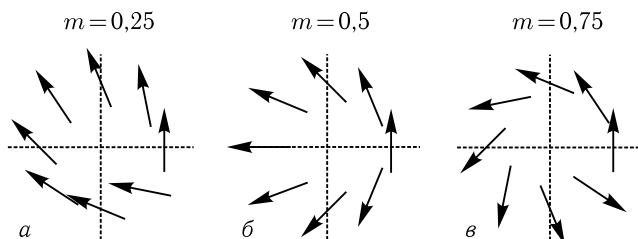


Рис. 6.1. Направление поляризации в ЦВП дробного порядка  $m$ :  $m = 0,25$  (а),  $m = 0,5$  (б),  $m = 0,75$  (в)

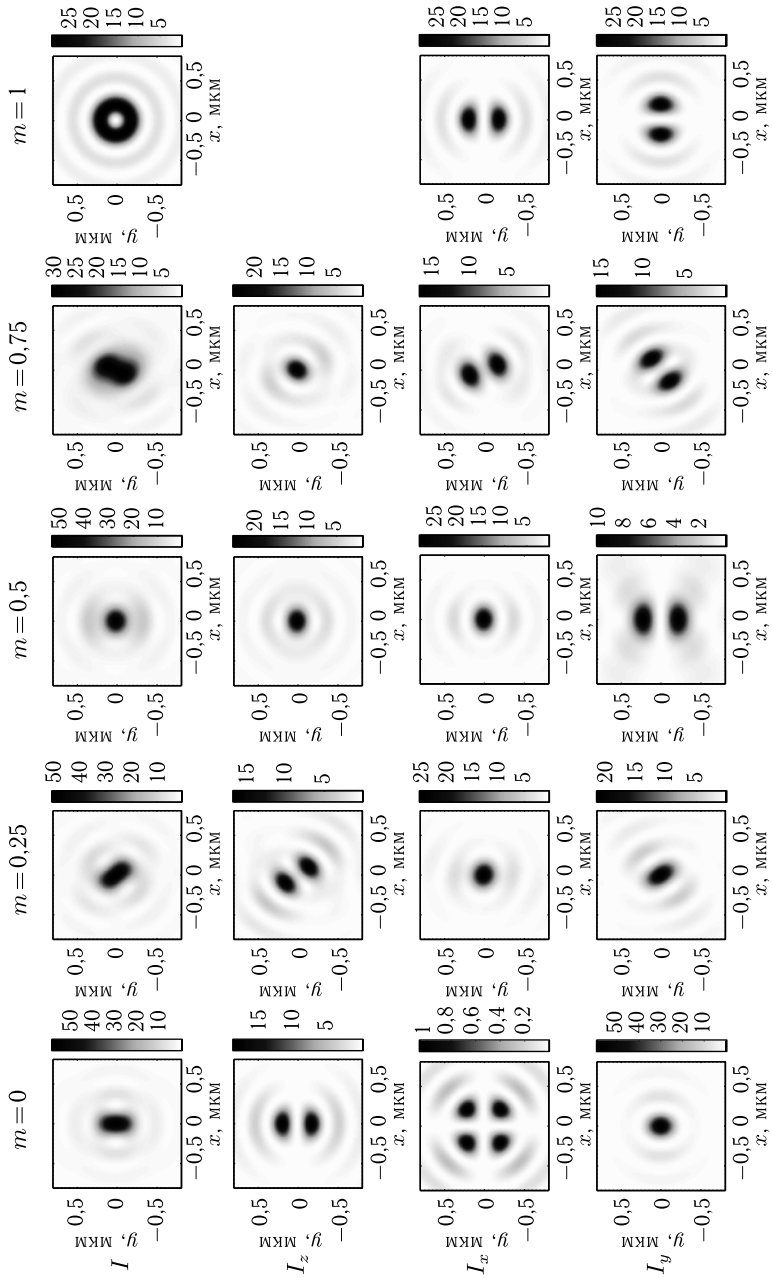


Рис. 6.2. Распределение суммарной интенсивности  $I$  и отдельных составляющих интенсивности  $I_z$ ,  $I_x$  и  $I_y$  при фокусировке ЦВП различных порядков:  $m = 0$  (линейная поляризация),  $m = 0.25$ ,  $m = 0.5$ ,  $m = 0.75$  и  $m = 1$  (азимутальная поляризация)

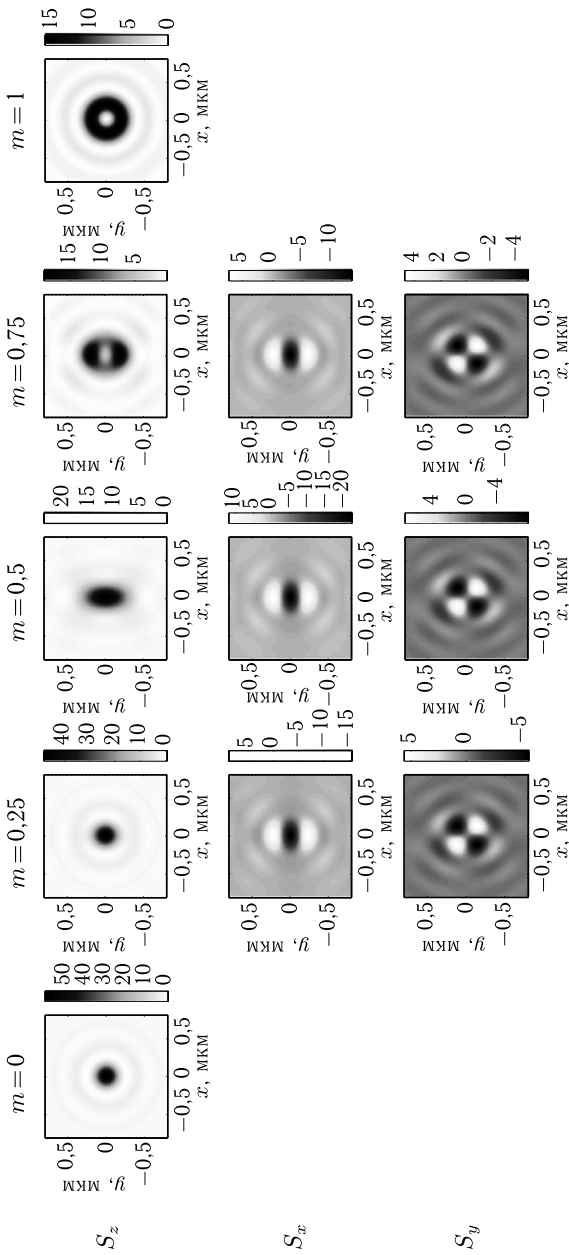


Рис. 6.3. Распределение отдельных компонент вектора Пойнтинга  $S_z$ ,  $S_x$  и  $S_y$  при фокусировке ЦВП различных порядков:  $m = 0$  (линейная поляризация),  $m = 0,25$ ,  $m = 0,5$ ,  $m = 0,75$  и  $m = 1$  (азимутальная поляризация)

ной интенсивности и отдельных компонент интенсивности для этого случая, а на рис. 6.3 аналогично — компонент вектора Пойнтинга.

Из рис. 6.2 и 6.3 видно, что при изменении порядка пучка  $m$  от нуля до единицы происходит изменение распределения интенсивности с эллиптического к кольцевому, при этом промежуточные состояния имеют вид наклоненных эллипсов. Наклон и уширение пятна в одном из направлений при порядках пучка  $m$  близким к нулю обеспечивается продольной составляющей интенсивности, а при  $m$  близком к единице — поперечными составляющими.

У продольной компоненты  $S_z$  форма распределения меняется с круговой на кольцевую (при  $m = 0,75$  распределение уже имеет вид асимметричного кольца), но промежуточные эллипсы не наклонены, а ориентированы вдоль оси  $y$  (направления поляризации при  $m = 0$ ). При целых значениях порядка пучка поперечные компоненты вектора Пойнтинга равны нулю, а при дробных значениях — нет. Наблюдается два ярко выраженных центра с координатами  $x = 0$  и  $y = \pm 0,1$  мкм, вокруг которых закручен поперечный поток в области фокуса. Вокруг верхнего центра поток вращается по часовой стрелке, а вокруг нижнего — против часовой. Можно сказать, что траектория поперечного потока энергии представляет собой цифру «восемь» (нижние строчки рис. 6.3)

Интересно также, что происходит смена формы: у линейной поляризации интенсивность эллиптическая, а продольный поток энергии — круглый, а у пучка с порядком  $m = 0,5$ , наоборот, интенсивность почти круглая, а продольный поток — эллиптический. Отметим, что при фокусировке оптического вихря с азимутальной поляризацией (порядок пучка  $m = 1$ , топологический заряд вихря  $n = 1$ ) также наблюдается круглое пятно. Размеры фокусных пятен для этих трех случаев приведены в табл. 6.1. Точность полученных численных значений проверялась с помощью уменьшения шага разбиения обчислительной области. Шаг уменьшался до тех пор, пока не обеспечилась точность полученных значений диаметров фокусных пятен до трех знаков после запятой.

Из сравнения значений интенсивности в табл. 6.1 видно, что наименьшее фокусное пятно наблюдается при фокусировке азимутально-поляризованного оптического вихря. А вот сравнивая значения продольной проекции  $S_z$ , следует отметить, что наименьшее значение наблюдается для сфокусированного линейно-поляризованного пучка.

**6.1.2. Фокусировка цилиндрических векторных пучков с порядком больше единицы.** На рис. 6.4 показано распределение продольной проекции вектора Пойнтинга при изменении порядка пучка от 1,5 до 1,9 (т. е. поляризация «недокручена» до двух полных оборотов ее направления в поперечном сечении пучка).

Из рис. 6.4 видно, что при уменьшении порядка  $m$  распределение продольной составляющей вектора Пойнтинга  $S_z$  приобретает

Таблица 6.1. Размеры фокусного пятна по полуспаду интенсивности и продольной проекции вектора Пойнтинга при фокусировке ЦВП различных порядков

	Порядок ЦВП, $m$	Порядок оптического вихря, $n$	Ширина пятна по полуспаду интенсивности $I = I_x + I_y + I_z$		Ширина пятна по полуспаду продольной проекции вектора Пойнтинга $S_z$	
			FWHM <sub>x</sub> , $\lambda$	FWHM <sub>y</sub> , $\lambda$	FWHM <sub>x</sub> , $\lambda$	FWHM <sub>y</sub> , $\lambda$
Азимутально-поляризованный оптический вихрь	1	1	0,460	0,460	0,475	0,475
ЦВП порядка 0,5	0,5	0	0,517	0,484	0,517	0,936
Линейно-поляризованный свет	0	0	0,421	0,751	0,456	0,456

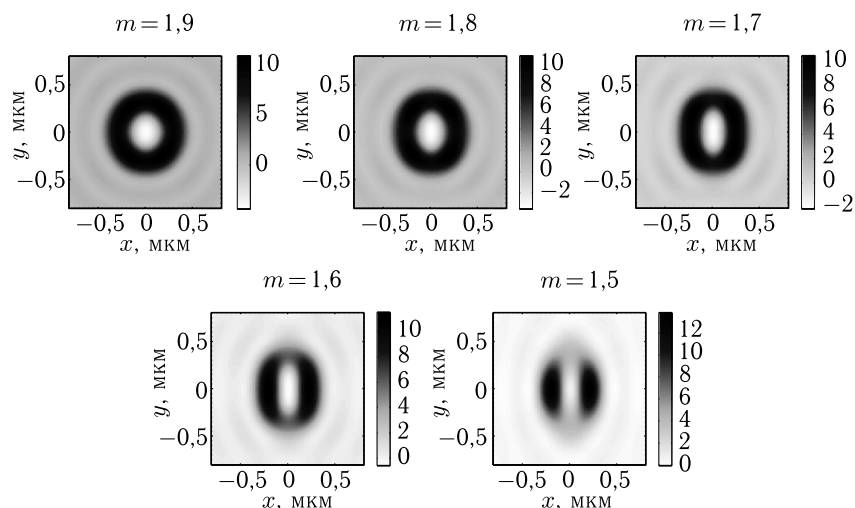


Рис. 6.4. Распределение продольной компоненты вектора Пойнтинга при фокусировке ЦВП с порядками, изменяющимися от 1,9 до 1,5

асимметричный вид — кольцо сжимается, а отрицательный поток в центре пропадает. Из рис. 6.4 также видно, что небольшие отклонения порядка пучка от  $m = 2$  не приводят сразу к исчезновению обратного потока энергии на оси. Отрицательные значения продольной компоненты

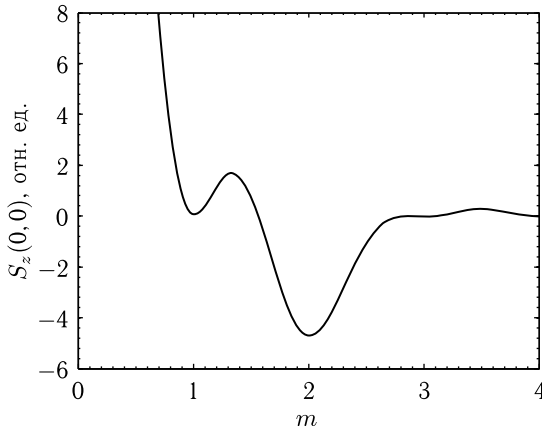


Рис. 6.5. Величина продольной проекции вектора Пойнтинга  $S_z(0,0)$  в центре фокусного пятна при изменении порядка фокусируемого пучка  $m$

в центре фокусного пятна наблюдаются уже при  $m = 1,55$ . На рис. 6.5 показано изменение  $S_z$  в центре фокусного пятна. Из рис. 6.5 видно, что поток на оси положителен при изменении порядка пучка от нуля до единицы. Нулевой для целых порядков пучков  $m = 1$  (азимутально-поляризованный свет),  $m = 3$  и  $m = 4$ . Интересно, что при изменении  $m$  от трех до четырех поток на оси положителен. Ранее было показано [254], что когда  $m$  строго равно трем или четырем, поток на оси нулевой, а область обратного потока располагается рядом с оптической осью (имеет вид трубки).

При отклонении порядка пучка  $m$  от целого значения поперечные составляющие вектора Пойнтинга  $S_x$  и  $S_y$  также становятся ненулевыми, хотя при  $m = 1$  и  $m = 2$  они отсутствовали. Поток энергии в плоскости фокуса превращается из ламинарного в турбулентный. В отличие от дробных  $m \in (0, 1)$  выраженных центров вращения поперечного потока становится больше (рис. 6.6).

Итак, с помощью формул Ричардса–Вольфа моделировалась фокусировка цилиндрического векторного пучка с длиной волны 532 нм и дробным порядком плоской дифракционной линзой с числовой апертурой  $NA = 0,95$ . Было проведено две серии моделирований: исследовалось влияние отклонения порядка пучка от  $m = 2$  (т. е. случая, когда обратный поток наблюдается в центре фокусного пятна) и исследовались пучки с дробными порядками меньше единицы. Было показано, что:

1. При изменении порядка пучка от нуля до единицы распределение интенсивности изменяется с эллиптического к кольцевому, при этом промежуточные состояния имеют вид наклоненных эллипсов. У продольной компоненты вектора Пойнтинга форма распределения меняется с круговой на кольцевую, но промежуточные эллипсы не наклонены.

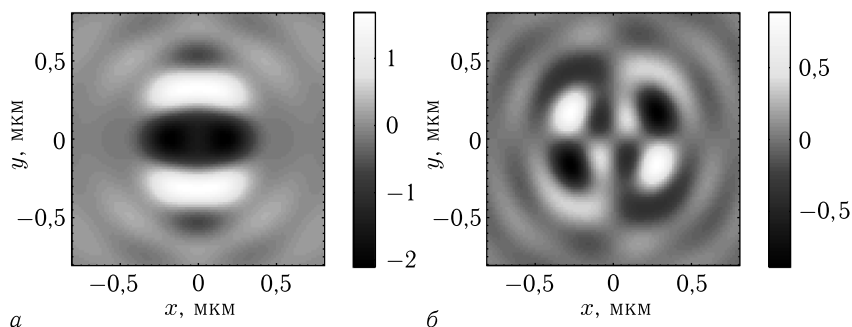


Рис. 6.6. Составляющие вектора Пойнтинга  $S_x$  (а) и  $S_y$  (б) в области фокуса при фокусировке пучка с порядком поляризации  $m = 1,9$

2. При целых значениях порядков пучка поперечные составляющие вектора Пойнтинга равны нулю, при отклонениях порядка пучка от целого значения поток энергии приобретает турбулентный вид. Для порядка пучка от нуля до единицы наблюдается два ярко выраженных центра с координатами  $x = 0$  и  $y = \pm 0,1$  мкм, вокруг которых закручен поперечный поток в области фокуса. При увеличении порядка пучка выше единицы таких выраженных центров вращения становится больше.

3. Небольшие отклонения порядка пучка от  $m = 2$  не приводят к исчезновению обратного потока энергии на оси. Отрицательные значения на оси начинаются от  $m = 1,55$ .

## 6.2. Поперечный поток энергии в остром фокусе света с циркулярно-азимутальной поляризацией высокого порядка

Строгое описание электромагнитного поля с линейной поляризацией в остром фокусе было получено в классической работе Ричардса–Вольфа [1]. После этой работы появилось множество других работ, в которых на основе формализма Ричардса–Вольфа [1] изучалось световое поле с более общим состоянием поляризации в фокусе. В [74] изучалась острая фокусировка света с радиальной поляризацией. В [221, 242] рассматривалась спин-орбитальная конверсия при фокусировке света с круговой поляризацией. В [14, 29] исследовалась фокусировка оптического вихря с эллиптической поляризацией. В [18] приведена концепция цилиндрических векторных пучков, которые включают в себя пучки с радиальной и азимутальной поляризациями. В [264–266] рассмотрена фокусировка света с гибридной поляризацией. Транспонированный вектор Джонса для такой поляризации имеет вид  $\mathbf{E} = (\exp(i\delta), \exp(-i\delta))$ , где  $\delta = \alpha r + \beta$ ,  $r$  — радиальная переменная,  $\alpha$ ,  $\beta$  — постоянные,  $\mathbf{E}$  — начальное световое поле. Такая гибридная поляризация на некоторых радиусах линейная, а на других радиусах



круговая. Но данная поляризация не зависит от полярного угла  $\varphi$ . Более общий тип гибридной поляризации рассмотрен в [267]. В этой работе рассматривается острая фокусировка с начальным полем, транспонированный вектор Джонса которого уже зависит от полярного угла  $\mathbf{E} = (\cos \varphi \cos \gamma - i \cos(2\psi - \varphi) \sin \gamma, \sin \varphi \cos \gamma - i \sin(2\psi - \varphi) \sin \gamma)$ , где  $\varphi$  — полярный угол,  $\gamma, \psi$  — постоянные. У такого поля при разном значении полярного угла поляризация либо линейная, либо круговая. Но аналитических выражений для поля и проекций вектора Пойнтинга для такого типа гибридных полей не получено в [267]. В [268] рассмотрена гибридная поляризация вида  $\mathbf{E} = (\exp(i\delta) \sin \varphi, \cos \varphi)$ , где также  $\varphi$  — полярный угол, а  $\delta$  — постоянная. Такой тип поляризации является частным случаем (при  $m = 1$ ) поляризации, рассмотренной в нашей работе. И кроме того, в [268] не приведено аналитических выражений для проекций вектора Пойнтинга. В [38, 252] исследуются пучки с произвольной поляризацией на сфере Пуанкаре. Для таких пучков начальный (до фокусировки) вектор поляризации можно представить в виде  $\mathbf{E} = (\exp(-il\varphi + i\alpha) \cos \beta + \exp(il\varphi + i\alpha) \sin \beta, i \exp(-il\varphi + i\alpha) \cos \beta + i \exp(il\varphi + i\alpha) \sin \beta)$ , где  $l$  — топологический заряд,  $\varphi$  — полярный угол,  $(\alpha, \beta)$  — углы на сфере Пуанкаре (постоянные). Заметим, что в [38, 252] есть эксперимент по исследованию таких пучков, но нет теории и не получены выражения для поля, интенсивности и проекций вектора Пойнтинга в фокусе. В [250, 251] рассматривается острая фокусировка света с цилиндрической поляризацией высшего порядка, когда начальное поле можно представить в виде  $\mathbf{E} = (\cos(p\varphi + \alpha), \sin(p\varphi + \alpha))$ , где  $p$  — порядок цилиндрической поляризации,  $\alpha$  — постоянная. В [246] теоретически исследуются вихревые пучки с произвольным топологическим зарядом  $m$  и цилиндрической поляризации целого порядка  $n$ . В этом случае начальное поле имеет вид:  $\mathbf{E} = \exp(im\varphi)(\cos(n\varphi), \sin(n\varphi))$ .

В данном разделе теоретически рассматривается острая фокусировка нового типа гибридной поляризации, отличной от рассмотренных выше. В работе исследуется световое поле с начальной поляризацией вида  $\mathbf{E} = (-i \sin(m\varphi), \cos(m\varphi))$ . В этом случае в начальном поле при изменении полярного угла поляризация меняется от круговой, эллиптической до линейной, и так повторяется  $m$  раз за полный оборот полярного угла. В работе получены аналитические выражения для проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей в фокусе, а также для распределения интенсивности, проекций вектора Пойнтинга и вектора спинового углового момента.

**6.2.1. Интенсивность света с гибридной поляризацией в фокусе.** Рассмотрим амплитуды начальных векторов напряженности электрического и магнитного полей с гибридной поляризацией  $m$ -го порядка в следующем виде:

$$\mathbf{E} = A(\theta) \begin{pmatrix} -i \sin m\varphi \\ \cos m\varphi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{H} = A(\theta) \begin{pmatrix} -\cos m\varphi \\ -i \sin m\varphi \end{pmatrix}, \quad (6.5)$$

где  $\mathbf{E}$  и  $\mathbf{H}$  — вектора напряженности электрического и магнитного полей,  $m$  — целое положительное число, определяющее порядок цилиндрической поляризации,  $A(\theta)$  — амплитуда начального светового поля в зависимости от угла наклона к оптической оси. Поляризация поля (6.5) называется гибридной, так как она объединяет свойства цилиндрической поляризации  $m$ -го порядка и круговой поляризации. На разных азимутальный углах  $\varphi$  поляризация в (6.5) будет либо круговой (при  $\varphi = \pi n/(4m)$ ,  $n = 1, 3, 5, \dots$ , либо эллиптической, либо линейной (при  $\varphi = \pi n/(2m)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$ ). Из (6.5) также следует, что при  $m = 0$  поля будет однородная линейная поляризация. С помощью формализма Ричардса–Вольфа [1] можно найти проекции вектора напряженности электрического поля в остром фокусе апланатической системы для начального электрического поля вида (6.5):

$$\begin{aligned}
 E_x &= \frac{-i^m}{2} \left[ I_{0,m} \sin(m\varphi) + \frac{(1+i)}{2} I_{2,m+2} \sin((m+2)\varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(1-i)}{2} I_{2,m-2} \sin((m-2)\varphi) \right], \\
 E_y &= \frac{-i^m}{2} \left[ i I_{0,m} \cos(m\varphi) - \frac{(1+i)}{2} I_{2,m+2} \cos((m+2)\varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(1-i)}{2} I_{2,m-2} \cos((m-2)\varphi) \right], \\
 E_z &= \frac{i^m}{2} \left[ (1+i) I_{1,m+1} \sin((m+1)\varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + (1-i) I_{1,m-1} \sin((m-1)\varphi) \right]
 \end{aligned} \tag{6.6}$$

и магнитного поля:

$$\begin{aligned}
 H_x &= \frac{i^m}{2} \left[ i I_{0,m} \cos(m\varphi) + \frac{(1+i)}{2} I_{2,m+2} \cos((m+2)\varphi) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{(1-i)}{2} I_{2,m-2} \cos((m-2)\varphi) \right], \\
 H_y &= \frac{i^m}{2} \left[ -I_{0,m} \sin(m\varphi) + \frac{(1+i)}{2} I_{2,m+2} \sin((m+2)\varphi) + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{(1-i)}{2} I_{2,m-2} \sin((m-2)\varphi) \right], \\
 H_z &= \frac{i^m}{2} \left[ (1-i) I_{1,m+1} \cos((m+1)\varphi) - \right. \\
 &\quad \left. - (1+i) I_{1,m-1} \cos((m-1)\varphi) \right],
 \end{aligned} \tag{6.7}$$

где

$$\begin{aligned}
 I_{\nu,\mu} &= \left( \frac{\pi f}{\lambda} \right) \int_0^{\theta_0} \sin^{\nu+1} \left( \frac{\theta}{2} \right) \cos^{3-\nu} \left( \frac{\theta}{2} \right) \times \\
 &\quad \times \cos^{1/2}(\theta) A(\theta) e^{ikz \cos \theta} J_\mu(x) d\theta, \tag{6.8}
 \end{aligned}$$

где  $\lambda$  — длина волны света,  $f$  — фокусное расстояние апланатической системы,  $x = kr \sin \theta$ ,  $J_\mu(x)$  — функция Бесселя первого рода и  $NA = \sin \theta_0$  — числовая апертура. Начальная функция амплитуды  $A(\theta)$  (предположим, что это действительная функция) может быть константой (плоская волна) или в виде гауссова пучка

$$A(\theta) = \exp\left(\frac{-\gamma^2 \sin^2 \theta}{\sin^2 \theta_0}\right), \quad (6.9)$$

где  $\gamma$  — постоянная. Для проверки уравнений (6.6) получим из них известные выражения [1, 221] для светового поля с линейной поляризацией:

$$\begin{aligned} E_{x0} &= \frac{-i}{2} I_{2,2} \sin(2\varphi), \\ E_y &= \frac{-i}{2} [I_{0,0} - I_{2,2} \cos(2\varphi)], \\ E_z &= I_{1,1} \sin(\varphi). \end{aligned} \quad (6.10)$$

Отличие в том, что вектор линейной поляризации в (6.5) направлен вдоль  $y$ , а в [1, 221] вдоль  $x$ . Из (6.6) можно найти распределение интенсивности электрического поля в плоскости фокуса ( $z = 0$ ):

$$\begin{aligned} I_m &= \frac{1}{4} [I_{0,m}^2 + I_{2,m+2}^2 + I_{2,m-2}^2 - I_{0,m}(I_{2,m+2} + I_{2,m-2})] + \\ &+ \frac{1}{2} (I_{1,m+1}^2 + I_{0,m} I_{2,m+2}) \sin^2((m+1)\varphi) + \\ &+ \frac{1}{2} (I_{1,m-1}^2 + I_{0,m} I_{2,m-2}) \sin^2((m-1)\varphi). \end{aligned} \quad (6.11)$$

Из (6.11) при  $m = 0$  следует известное выражение для распределения интенсивности в остром фокусе для начального светового поля с линейной поляризацией [1, 89]:

$$I_0 = \frac{1}{4} (I_{0,0}^2 + 2I_{1,1}^2 + 2I_{2,2}^2) - \frac{1}{4} (I_{1,1}^2 + I_{0,0} I_{2,2}) \cos(2\varphi). \quad (6.12)$$

Из (6.12) видно, что интенсивность имеет два локальных максимума, лежащих на вертикальной оси (при  $\varphi = \pm\pi/2$ ), так как начальная поляризация линейная и направлена вдоль оси  $y$ . При  $m = 1$  из (6.11) следует, что интенсивность в фокусе для гибридного поля (6.5) первого порядка имеет вид:

$$I_1 = \frac{1}{4} (I_{0,1}^2 + I_{1,2}^2 + I_{2,1}^2 + I_{2,3}^2 + I_{0,1} I_{2,1}) - \frac{1}{4} (I_{1,2}^2 + I_{0,1} I_{2,3}) \cos(4\varphi). \quad (6.13)$$

Из (6.13) следует, что распределение интенсивности в фокусе для гибридного поля (6.5) первого порядка (азимутальная круговая поляризация) имеет 4 локальных максимума (при  $\varphi = \pm\pi/4, \pm 3\pi/4$ ). И в общем случае при произвольном  $m$  распределение интенсивности (6.11) будет иметь  $2(m+1)$  максимумов, лежащих на лучах, образованных углами  $\varphi = (\pi + 2\pi n)/2(m+1)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, 2m+1$ . Моделирование подтверждает эти выводы.

**6.2.2. Поток энергии в фокусе для света с гибридной поляризацией.** В начальном поле (6.5) имеется только продольная проекция потока энергии, так как нет продольной составляющей электрического и магнитного полей, и нет поперечных компонент вектора Пойнтинга. Но зато есть продольная составляющая спинового углового момента (СУМ). Поэтому из-за эффекта спин-орбитальной конверсии следует ожидать, что в фокусе сформируется поперечный поток энергии. Покажем, что это действительно так. Найдем проекции вектора Пойнтинга (потока энергии)

$$\mathbf{P} = \text{Re}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{H}), \quad (6.14)$$

где  $\text{Re}$  — реальная часть числа,  $\times$  — знак векторного произведения двух векторов,  $\mathbf{E}^*$  — комплексное сопряжение, в плоскости фокуса ( $z = 0$ ) для начального поля с гибридной поляризацией (6.1). Для этого подставим проекции электрического (6.6) и магнитного (6.7) поля в (6.14), получим:

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{1}{4} \left[ I_{0,m} (I_{1,m+1} + I_{1,m-1}) \cos \varphi + \right. \\ &\quad + I_{1,m+1} I_{2,m-2} \cos((m+1)\varphi) \cos((m-2)\varphi) + \\ &\quad + I_{1,m-1} I_{2,m+2} \cos((m-1)\varphi) \cos((m+2)\varphi) + \\ &\quad + I_{1,m+1} I_{2,m+2} \sin((m+1)\varphi) \sin((m+2)\varphi) + \\ &\quad \left. + I_{1,m-1} I_{2,m-2} \sin((m-1)\varphi) \sin((m-2)\varphi) \right], \\ P_y &= \frac{1}{4} \left[ I_{0,m} I_{1,m+1} \sin((2m+1)\varphi) + \right. \\ &\quad + I_{0,m} I_{1,m-1} \sin((2m-1)\varphi) + \\ &\quad + I_{1,m+1} I_{2,m-2} \cos((m+1)\varphi) \sin((m-2)\varphi) - \\ &\quad - I_{1,m-1} I_{2,m+2} \cos((m-1)\varphi) \sin((m+2)\varphi) + \\ &\quad + I_{1,m+1} I_{2,m+2} \sin((m+1)\varphi) \cos((m+2)\varphi) - \\ &\quad \left. - I_{1,m-1} I_{2,m-2} \sin((m-1)\varphi) \cos((m-2)\varphi) \right], \\ P_z &= \frac{1}{4} \left( I_{0,m}^2 - \frac{1}{2} I_{2,m+2}^2 - \frac{1}{2} I_{2,m-2}^2 \right). \end{aligned} \quad (6.15)$$

Хотя выражения для проекций вектора Пойнтинга (6.15) громоздкие, некоторые общие выводы можно сделать. Из (6.15) следует, что продольный поток энергии при любом  $m$  имеет радиальную симметрию (не зависит от угла  $\varphi$ ). На оптической оси продольный поток энергии будет положительный и отличен от нуля только при  $m = 0$

(линейная поляризация):  $P_z(r = z = 0) = I_{0,0}^2/4$ . Также на оптической оси в фокусе продольная проекция вектора Пойнтинга из (6.15) будет отличной от нуля и отрицательной только при  $m = -2$  или  $m = 2$ :  $P_z(r = z = 0) = -I_{2,0}^2/4$ . То есть на оптической оси в фокусе для гибридной поляризации также имеет место обратный поток энергии при  $m = \pm 2$ , как и для обычной азимутальной поляризации второго порядка [68, 89]. Из (6.15) при  $\varphi = 0$  можно получить выражение:

$$P_x(\varphi = 0) = \frac{1}{4} [I_{0,m}(I_{1,m+1} + I_{1,m-1}) + I_{1,m+1}I_{2,m-2} + I_{1,m-1}I_{2,m+2}] > 0 \quad (6.16)$$

Из (6.15) также можно получить, что  $P_y(y = 0) = 0$ ,  $P_x(\varphi = 0) = -P_x(\varphi = \pi) > 0$ . То есть при любом  $m$  на горизонтальной оси поперечный поток энергии всегда направлен вдоль этой оси и в разные стороны от центра. Также из (6.15) следует, что поперечный поток энергии на вертикальной оси  $y$  направлен вдоль этой оси, так как  $P_x(\varphi = \pi/2) = P_x(\varphi = 3\pi/2) = 0$ . Из (6.15) также следует, что поток вдоль оси  $y$  меняет знак при переходе, через центр:  $P_y(\varphi = \pi/2) = -P_y(\varphi = 3\pi/2) \neq 0$ . Знак поперечного потока вдоль оси  $y$  будет чередоваться. Если, например, при  $m = 1$  поток энергии вдоль оси  $y$  направлен к центру, то при  $m = 2$  он будет направлен от центра. Итак, при  $m = 1$  поперечный поток энергии на горизонтальной оси направлен от центра, а на вертикальной оси к центру. Это возможно, если в первом и третьем квадрантах поперечный поток энергии вращается против часовой стрелки, а во втором и четвертом квадрантах — по часовой. Далее, при  $m = 2$  поперечный поток энергии на вертикальной оси  $y$  сменит направление и будет направлен от центра, и поток по горизонтальной оси  $x$  будет по-прежнему направлен от центра. Это возможно, если в четырех квадрантах будут четыре линии (под углом 45 градусов), на которых поток энергии будет направлен к центру. То есть при  $m = 2$  сформируются 8 вихревых поперечных потоков энергии (по 2 в каждом квадранте), в которых направление вращения энергии будет чередоваться (по часовой и против часовой стрелки). Эти рассуждения можно продолжить и показать, что при произвольном  $m$  в фокусе сформируются  $4m$  вихревых потоков энергии. Причем направление вращения меняется на противоположное при переходе от вихря к вихрю.

Рассмотрим для простоты частные случаи выражения (6.15). Из (6.15) также следует, что при  $m = 0$  (линейная поляризация) в фокусе поперечные составляющие потока энергии равны нулю:  $P_x = P_y = 0$ . Это можно проверить непосредственной подстановкой  $m = 0$  в (6.15), и с учетом свойств интегралов (6.8):  $I_{p,-q} = (-1)^q I_{p,-q}$ . При  $m > 0$  поперечный поток энергии (6.15) отличен от нуля. Напомним, что для цилиндрической поляризации  $m$ -го порядка поперечный поток энергии в фокусе всегда равен нулю [89]. При  $m = 1$  (круговая азимутальная

поляризация) из (6.15) следуют выражения для проекций потока энергии:

$$\begin{aligned}
 P_x &= \frac{1}{4} [I_{0,1}(I_{1,2} + I_{1,0}) \cos \varphi + I_{1,2}I_{2,3} \sin 2\varphi \sin 3\varphi + \\
 &\quad + I_{1,0}I_{2,3} \cos 3\varphi - I_{1,2}I_{2,1} \cos 2\varphi \cos \varphi], \\
 P_y &= \frac{1}{4} [I_{0,1}(I_{1,2} \sin 3\varphi - I_{1,0} \sin \varphi) + \\
 &\quad + I_{1,2}I_{2,3} \cos 2\varphi \cos 3\varphi - I_{1,0}I_{2,3} \sin 3\varphi + \\
 &\quad + I_{1,2}I_{2,1} \cos 2\varphi \sin \varphi], \\
 P_z &= \frac{1}{4} \left( I_{0,1}^2 - \frac{1}{2} I_{2,3}^2 - \frac{1}{2} I_{2,1}^2 \right).
 \end{aligned} \tag{6.17}$$

Из (6.17) видно, что продольная составляющая потока энергии имеет вид кольца с нулем на оптической оси. И поперечные составляющие потока энергии отличны от нуля и не имеют радиальной симметрии. Поперечные составляющие вектора Пойнтинга в фокусе, как видно из (6.17), имеют следующую структуру:

$$\begin{aligned}
 \varphi = 0: & \quad P_x = A + B > 0, \quad P_y = 0, \\
 \varphi = \pi/2: & \quad P_x = 0, \quad P_y = -A + B < 0, \\
 \varphi = \pi: & \quad P_x = -(A + B) < 0, \quad P_y = 0, \\
 \varphi = 3\pi/2: & \quad P_x = 0, \quad P_y = A - B > 0,
 \end{aligned} \tag{6.18}$$

$$A = I_{0,1}(I_{1,2} + I_{1,0})/4, \quad B = (I_{1,0}I_{2,3} - I_{1,2}I_{2,1})/4.$$

Из (6.18) видно, что на горизонтальной оси в плоскости фокуса поперечный поток энергии направлен вдоль горизонтальной оси от центра, а на вертикальной оси поперечный поток энергии направлен вдоль вертикальной оси к центру. Это может быть, если поперечный поток энергии вращается в первом и третьем квадрантах против часовой стрелки, а во втором и четвертом квадрантах — по часовой стрелке.

Из (6.15) можно сделать еще один общий вывод, не прибегая к моделированию. В выражении для проекции вектора Пойнтинга в (6.15)  $P_y$  функция синуса с максимальной пространственной частотой колебаний есть  $\sin((2m+1)\varphi)$ . Это означает, что при заданном  $r$  интегралы из (6.8), входящие в (6.15), будут постоянными величинами, а все выражение  $P_y$  будет зависеть только от угла  $\varphi$ , и при обходе вокруг центра в плоскости фокуса по окружности радиуса  $r$ , величина  $P_y$  сменит знак  $2(2m+1)$  раз.

**6.2.3. Спиновый угловой момент в фокусе поля с гибридной поляризацией.** Напомним, что продольная проекция вектора плотности спина или спинового углового момента (СУМ) для цилиндрической поляризации любого порядка равна нулю [89]. Покажем, что для гибридной поляризации (6.5) в фокусе продольная проекция СУМ будет отлична от нуля. Действительно, воспользуемся выражением для СУМ в виде [221]:

$$S = \text{Im}(\mathbf{E}^* \times \mathbf{E}), \tag{6.19}$$

где  $\text{Im}$  — мнимая часть числа. Подставим проекции электрического поля из (6.6) в (6.19), получим для продольной проекции СУМ:

$$S_z = \frac{1}{4} \left[ I_{0,m} (I_{2,m+2} - I_{2,m-2}) \sin 2\varphi + (I_{0,m}^2 - I_{2,m-2} I_{2,m+2}) \sin(2m\varphi) \right]. \quad (6.20)$$

Из (6.20) при  $m = 0$  (линейная поляризация) следует, что  $S_z = 0$ . А при  $m = 1$  вместо (6.20) получим:

$$S_z = \frac{1}{4} \left[ I_{0,1} (I_{2,3} + I_{2,1}) + (I_{0,1}^2 + I_{2,1} I_{2,3}) \right] \sin 2\varphi. \quad (6.21)$$

Из (6.20) следует, что число смены знака осевой проекции вектора СУМ в плоскости фокуса будет равно  $4m$ , так как в (6.20) входит функция  $\sin(2m\varphi)$ . Получается, что в фокусе сформируются  $4m$  локальных вихрей поперечного потока энергии и  $4m$  локальных областей с положительной или отрицательной продольной проекциями вектора СУМ. Причем в тех областях, где поперечный поток энергии вращается против часовой стрелки и вектор поляризации будет вращаться против часовой стрелки, а значит проекция вектора СУМ будет положительной ( $S_z > 0$ ). И наоборот, в тех локальных областях плоскости фокуса, в которых поперечный поток энергии вращается по часовой стрелке, и вектор поляризации будет вращаться по часовой стрелке, а значит продольная проекция вектора СУМ будет отрицательная ( $S_z < 0$ ). Если в плоскости фокуса расположить диэлектрические микрочастицы, размер которых немного меньше локальной области вращения потока энергии, то они будут вращаться вокруг своей оси. Причем, соседние частицы будут вращаться в разные стороны.

**6.2.4. Результаты моделирования фокусировки света с гибридной поляризацией.** Расчеты производились с помощью формализма Ричардса–Вольфа [1]. Моделировалась фокусировка плоской волны с гибридной поляризацией (6.5) в воздухе,  $n = 1$ . Длина волны 532 нм. Апланатический объектив с числовой апертурой  $NA = 0,95$ . Множители перед интегралами (6.8) в формулах Ричардса–Вольфа считались единичными. На рис. 6.7 показаны распределения интенсивности ( $a$ ) и компонент вектора Пойнтинга  $P_x$  ( $b$ )  $P_y$  ( $в$ ) и  $P_z$  ( $г$ ) в плоскости фокуса при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (6.5) при  $m = 1$ . Из рис. 6.7 видно, что интенсивность имеет  $2(m + 1) = 2(1 + 1) = 4$  локальных максимума, расположенных в углах контура квадрата. В центре фокуса имеет место ноль интенсивности. На рис. 6.7,  $б, в$  показаны распределения поперечного потока энергии или поперечные проекции вектора Пойнтинга  $P_x$  ( $б$ )  $P_y$  ( $в$ ). Из рис. 6.7,  $б, в$  видно, что поток энергии меняет знак при обходе по замкнутому контуру вокруг центра  $2(2m + 1) = 6$  раз. На рис. 6.7,  $г$  показана продольная проекция вектора Пойнтинга  $P_z$ , которая имеет вид кольца с нулевым значением в центре. Распределения на рис. 6.7

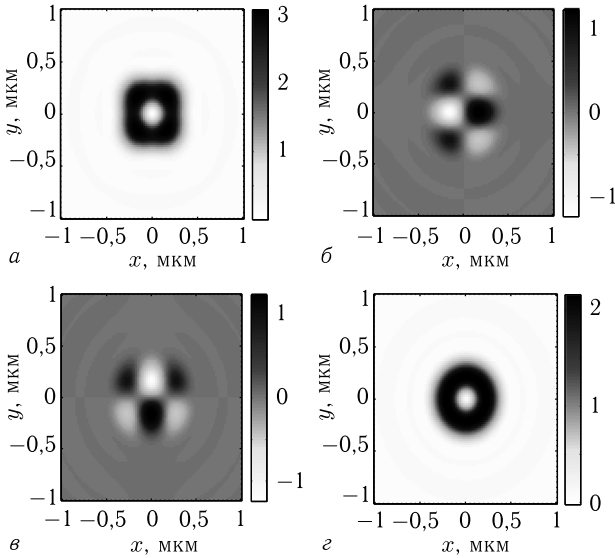


Рис. 6.7. Распределения интенсивности (а) и компонент вектора Пойнтинга  $P_x$  (б)  $P_y$  (в) и  $P_z$  (г) в плоскости фокуса при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (6.5) при  $m = 1$

подтверждают выводы, сделанные из полученных выражений для интенсивности (6.13) и потока энергии (6.15).

На рис. 6.8 показаны распределения интенсивности (а) и компонент вектора Пойнтинга  $P_x$  (б)  $P_y$  (в) и  $P_z$  (г) в плоскости фокуса при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (6.5) при  $m = 2$ . Вид картин на рис. 6.8 также подтверждает выводы теории, следующие из выражений (6.13) и (6.15). Действительно, на рис. 6.8, а у распределения интенсивности видны  $2(m + 1) = 6$  локальных максимумов, лежащих на замкнутой кривой вокруг центра. На рис. 6.8, б, в показаны распределения поперечного потока энергии или поперечные проекции вектора Пойнтинга  $P_x$  (б)  $P_y$  (в). Из рис. 6.8, б, в видно, что поток энергии меняет знак, при обходе по замкнутому контуру вокруг центра  $2(2m + 1) = 10$  раз. На рис. 6.8, г показана продольная проекция вектора Пойнтинга  $P_z$ , которая имеет вид кольца. Величина потока энергии в центре отрицательная и равна  $P_z(r = z = 0) = -I_{2,0}^2/4$ , как следует из (6.15). Из рис. 6.7 и 6.8 видно, что максимум продольного потока энергии примерно в два раза превышает максимум поперечных потоков энергии.

На рис. 6.9 показаны распределения компонент спинового углового момента  $S_x$  (а)  $S_y$  (б) и  $S_z$  (в) при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (6.5) при  $m = 1$ . Из рис. 6.9, в видно, что число смен знака продольной проекции вектора СУМ равно  $4m = 4$ . Для продольной проекции СУМ это следует из выражения (6.21).



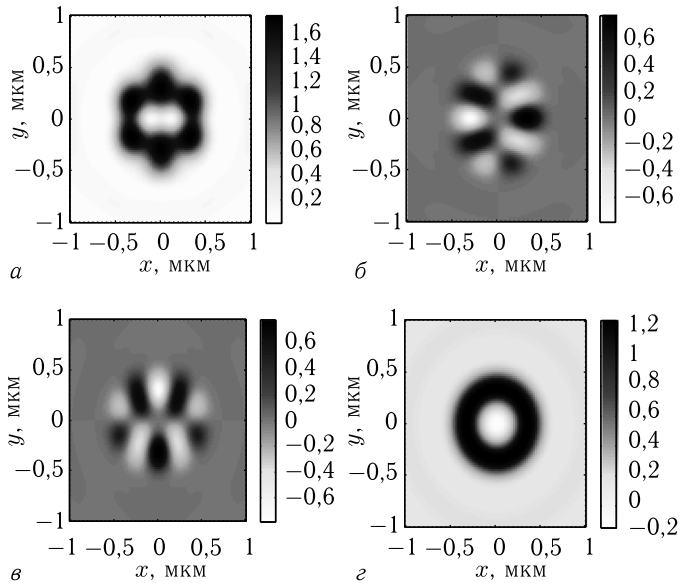


Рис. 6.8. Распределения интенсивности (а) и компонент вектора Пойнтинга  $P_x$  (б)  $P_y$  (в) и  $P_z$  (г) в плоскости фокуса при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (6.5) при  $m = 2$

На рис. 6.10 показаны распределения компонент спинового углового момента  $S_x$  (а)  $S_y$  (б) и  $S_z$  (в) при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (6.5) при  $m = 2$ . Из рис. 6.10, в видно, что число смен знака продольной проекции СУМ равно  $4m = 8$ . Для продольной проекции СУМ это следует из выражения (6.21).

На рис. 6.11 показаны распределения интенсивности и стрелками показано направление поперечного вектора Пойнтинга в фокальной плоскости при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (6.5) с  $m = 2$  (а) и  $m = 3$  (б). Из рис. 6.11 видно, что число вихрей поперечного потока равно  $4m = 8$  (а) и  $4m = 12$  (б). Это следует из выражений для поперечных проекций вектора Пойнтинга (6.15). Из рис. 6.11 также можно видеть, что центры вихрей поперечного потока энергии в фокусе не совпадают с локальными максимумами интенсивности. Центры вихрей находятся в точках, в которых поперечный поток энергии равен нулю. Из сравнения рис. 6.10, в и рис. 6.11, а видно, что число областей с положительным и отрицательным значением продольной проекции СУМ ( $4m = 8$ ) совпадает с числом вихрей поперечного потока энергии ( $4m = 8$ ). Из сравнения рис. 6.10, в и рис. 6.11, а также видно, что в тех областях плоскости фокуса, где поперечный поток вращается против часовой стрелки, продольная проекция СУМ положительная ( $S_z > 0$ ). А в тех областях плоскости фокуса, где поперечный поток энергии вращается по часовой стрелке,

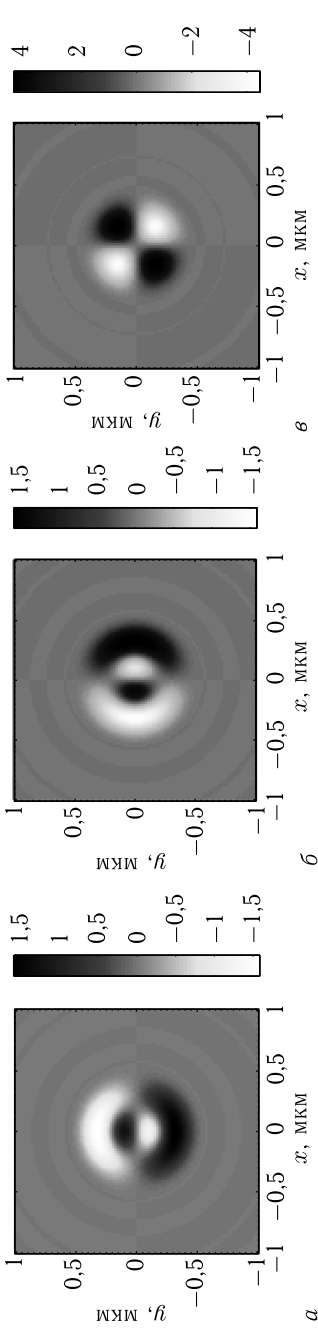


Рис. 6.9. Распределение компонент спинового углового момента  $S_x$  (а)  $S_y$  (б) и  $S_z$  (в) при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (6.5) при  $m = 1$

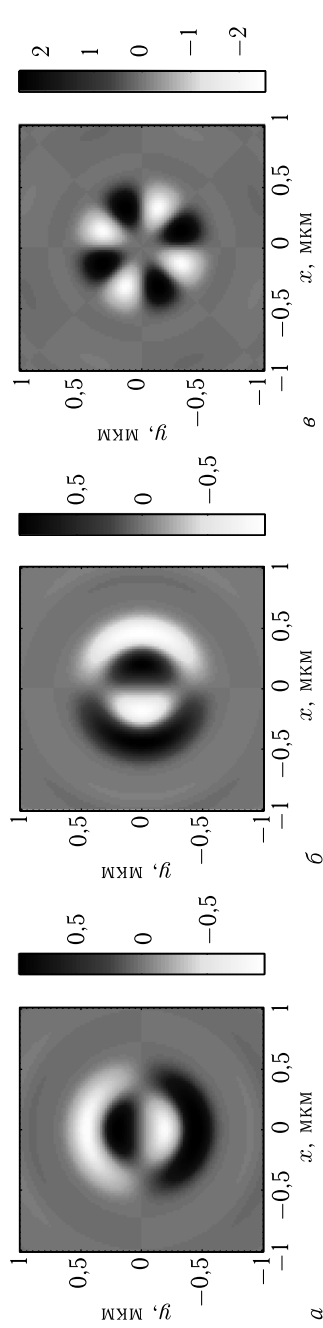


Рис. 6.10. Распределение компонент спинового углового момента  $S_x$  (а)  $S_y$  (б) и  $S_z$  (в) при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (6.1) при  $m = 2$

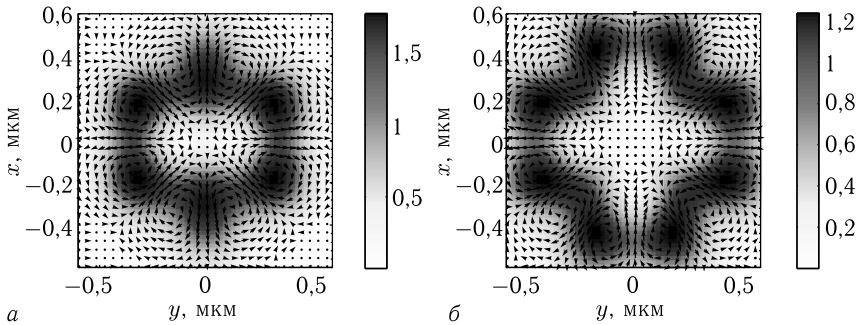


Рис. 6.11. Распределение интенсивности (полутона) и величина и направление вектора Пойнтинга (стрелки) в фокальной плоскости при фокусировке плоской волны с гибридной поляризацией (6.5) с  $m = 2$  (а) и  $m = 3$  (б)

продольная проекция СУМ отрицательная ( $S_z < 0$ ). То есть вектор поляризации в плоскости фокуса вращается против часовой стрелки в тех областях, где и поперечный поток энергии вращается против часовой стрелки. И наоборот, вектор поляризации в плоскости фокуса вращается по часовой стрелке в тех областях, где и поперечный поток энергии вращается по часовой стрелке. Это согласуется с эффектом спин-орбитальной конверсии.

В данном разделе рассмотрена фокусировка света с неоднородной гибридной поляризацией, объединяющей свойства цилиндрической поляризации  $m$ -го порядка и круговой поляризации — циркулярно-азимутальной поляризацией  $m$ -го порядка. С помощью формализма Ричардса–Вольфа рассмотрена острая фокусировка света такой поляризации, получены аналитические выражения в фокусе для проекций векторов напряженности электрического и магнитного полей, распределения интенсивности, проекций вектора Пойнтинга и спинового углового момента. Теоретически и численно показано, что интенсивность в фокусе гибридных пучков имеет  $2(m + 1)$  локальных максимумов, расположенных вдоль окружности с нулевой интенсивностью на оптической оси. Показано, что в фокусе имеется  $4m$  вихрей поперечного потока энергии, центры которых расположены между локальными максимумами интенсивности. Также показано, что поперечный поток энергии меняет направление вращения  $2(2m + 1)$  раза при обходе в плоскости фокуса вокруг оптической оси. При этом продольная проекция спинового углового момента в фокусе меняет знак  $4m$  раза. В тех областях плоскости фокуса, где поперечный поток энергии вращается против часовой стрелки, продольная проекция спинового углового момента положительная, а вектор поляризации вращается в плоскости фокуса против часовой стрелки. И наоборот, где поток энергии вращается по часовой стрелке, там и вектор поляризации вращается по часовой стрелке, а продольная проекция спинового углового момента отрицательная.

## Заключение

В заключении суммируем все, что мы теперь знаем об обратном потоке световой энергии в фокусе. Обратный поток на оптической оси вблизи фокуса возникает при фокусировке оптического вихря с топологическим зарядом 2 и круговой поляризацией. Невихревой обратный поток на оптической оси вблизи фокуса можно получить при фокусировке азимутально-поляризованных пучков второго порядка. При этом направление вектора Пойнтинга противоположно направлению распространения пучка. Вектор Пойнтинга, как выяснил в 2007 году А. Я. Бекшаев, равен сумме орбитального потока энергии и потока спина. Это обстоятельство позволяет понять эффект обратного потока. Обратный поток в фокусе возникает в тех областях пучка, в которых осевой поток спина имеет отрицательную проекцию на оптическую ось и больше по модулю, чем положительная проекция на оптическую ось орбитального потока энергии. Обратный поток в фокусе можно детектировать с помощью инверсии спинового углового момента. То есть, если фокусируется свет с левой круговой поляризацией в фокусе вблизи оптической оси свет будет иметь правую круговую поляризацию. Прямым измерением обратный поток энергии определить нельзя, но можно это сделать с помощью косвенных измерений. Например, сканирующий ближнепольный оптический микроскоп с полым пирамидальным кантилевером с отверстием в вершине диаметром около 100 нм измеряет поперечную интенсивность (плотность мощности в данной точке пучка). Измерения с помощью такого микроскопа показали, что при фокусировке света с цилиндрической поляризацией 2-го порядка в фокусе формируются два максимума интенсивности. Зарегистрированные картины интенсивности качественно согласуются с картинами поперечной интенсивности, рассчитанными FDTD-методом. Совпадение измеренной и рассчитанной картин интенсивности несет информацию об обратном потоке в фокусе. Измерение с помощью микрообъективов дает информацию о продольной проекции вектора Пойнтинга. При измерении с помощью двух одинаковых микрообъективов с числовой апертурой 0,95 было показано, что интенсивность на оптической оси в плоскости фокуса оптического вихря с топологическим зарядом 2 равна нулю для света с правой круговой поляризацией и ненулевая для света с левой круговой поляризацией. Это подтверждает, что в последнем случае на оптической оси существует обратный поток энергии, потому что в центре измеренного потока энер-

---

гии есть очень слабый локальный максимум (пятно Араго или пятно Пуассона), объясняемый дифракцией прямого потока энергии на круге диаметром 300 нм (диаметр трубки обратного потока энергии, длина волны 532 нм). При фокусировке оптического вихря 2-го порядка с линейной поляризацией на оптической оси вблизи фокуса будет обратный поток энергии с круговой поляризацией. Если в область обратного потока поместить поглощающую микрочастицу, то она будет вращаться из-за наличия круговой поляризации (спиновой орбитальный момент будет передаваться частице). По этому вращению можно детектировать наличие обратного потока в фокусе.

Авторы выражают благодарность научному сотруднику ИСОИ РАН к.ф.-м.н. Порфирьеву А. П. за помощь в проведении экспериментов.

## Литература

1. *Richrds B., Wolf E.* Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system // Proc. R. Soc. A, 1959. — V. 253. — P. 358–379. DOI: 10.1098/rspa.1959.0200.
2. *Novitsky A. V., Novitsky D. V.* Negative propagation of vector Bessel beams // J. Opt. Soc. Am. A, 2007. — V. 24. — P. 2844–2849.
3. *Monteiro P. B., Neto P. A. M., Nussenzveig H. M.* Angular momentum of focused beams: Beyond the paraxial approximation // Phys. Rev. A, 2009. V. 79. — P. 033830. DOI: 10.1103/PhysRevA.79.033830.
4. *Sukhov S.* On the concept of «tractor beams» / S. Sukhov, A. Dogariu // Opt. Lett., 2010. — V. 35. — P. 3847–3849.
5. *Котляр В. В., Налимов А. Г.* Формирование и фокусировка векторного оптического вихря с помощью металинзы // Компьютерная оптика, 2017. — Т. 4, Вып. 5. — С. 645–654.
6. *Mitri F. G.* Reverse propagation and negative angular momentum density flux of an optical nondiffracting nonparaxial fractional Bessel vortex beam of progressive waves // J. Opt. Soc. Am. A, 2016. — V. 33. — P. 1661–1667.
7. *Salem M. A., Bagci H.* Energy flow characteristics of vector X-wave // Opt. Express, 2011. — V. 19. — P. 8526–8532.
8. *Vaveliuk P., Martinez-Matos O.* Negative propagation effect in nonparaxial Airy beams // Opt. Express, 2012. — V. 20. — P. 26913–26921.
9. *Berry M. V.* Quantum backflow, negative kinetic energy, and optical retro-propagation // J. Phys. A: Mathem. & Theor, 2010. — V. 43. — P. 415302.
10. *Kotlyar V. V., Nalimov A. G.* Sharp focusing of vector optical vortices using a metalens [Текст] // Journal of Optics. — 2018. — V. 20. — Issue 7. — P. 075101.
11. *Bekshaev A. Yu., Soskin M. S.* Transverse energy flow in vectorial fields of paraxial beams with singularities // Opt. Commun., 2007. — V. 271. — P. 332–348.
12. *Berry M. V., McDonald K. T.* Exact and geometrical optics energy trajectories in twisted beams // J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 2008. — V. 10. — P. 035005.
13. *Berry M. V.* Optical currents // J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 2009. — V. 11. — P. 094001.
14. *Chen B., Po J.* Tight focusing of elliptically polarized vortex beams // Appl. Opt., 2009. — V. 48. — P. 1288–1294.
15. *Dogariu A., Sukhov S.* Optically induced ‘negative forces’ // Nat. Photon., 2012. — V. 7. — P. 24–27.
16. *Shvedov V., Davoyan A. R., Hnatovsky C., Engheta N., Krolikowski W.* A long-range polarization-controlled optical tractor beam // Nat. Photon., 2014. — V. 8. — P. 846–850.

17. *Котляр В. В., Налимов А. Г., Ковалев А. А.* Обратный поток энергии для оптического вихря с произвольным целым топологическим зарядом // Компьютерная оптика. — 2018. — Т. 42, № 3. — С. 408–413 — DOI: 10.18287/2412-6179-2017-41-1-XXX-YYY.
18. *Zhan Q.* Cylindrical vector beams: from mathematical concepts to applications // Adv. Opt. Photon. — 2009. — V. 1. — P. 1–57.
19. *Xiaoqiang Z., Ruishan C., Anting W.* Focusing properties of cylindrical vector vortex beams // Optics Communications. — 2018. — Vol. 414. — P. 10–15.
20. *Han Y., Chen L., Liu Y.-G., Wang Z., Zhang H., Yang K., Chou K.C.* Orbital angular momentum transition of light using a cylindrical vector beam // Optics Letters. — 2018. — Vol. 43(9). — P. 2146–2149.
21. *Matsusaka S., Kozawa Y., Sato S.* Micro-hole drilling by tightly focused vector beams // Opt. Lett. — 2018. — Vol. 43. — P. 1542–1545.
22. *Rashid M., Marago O.M., Jones P.H.* Focusing of high order cylindrical vector beams // J. Opt. A: Pure Appl. Opt. — 2009. — Vol. 11. — P. 065204.
23. *Li Y., Zhu Z., Wang X., Gong L., Wang M., Nie S.* Propagation evolution of an off-axis high-order cylindrical vector beam // J. Opt. Soc. Am. A. — 2014. — Vol. 31(11). — P. 2356–2361.
24. *Qi J., Wang W., Zhang H., Pan B., Deng H., Yang J., Shi B., Shan H., Zhang L., Wang H.* Multiple-slit Diffraction of High-polarization-order Cylindrical Vector Beams // Proc. SPIE. — 2017. — Vol. 10339. — P. 1033927.
25. *Wang X.-L., Ding J., Ni W.-J., Guo C.-S., Wang H.-T.* Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement // Opt. Lett. — 2007. — Vol. 32. — P. 3549–3551.
26. *Chen H., Hao J., Zhang B.-F., Xu J., Ding J., Wang H.-T.* Generation of vector beam with space-variant distribution of both polarization and phase // Opt. Lett. — 2011. — Vol. 36. — P. 3179–3181.
27. *Liu Y., Ke Y., Zhou J., Liu Y., Luo H., Wen S., Fan D.* Generation of perfect vortex and vector beams based on Pancharatnam-Berry phase elements // Scientific Reports. — 2017. — Vol. 7. — P. 44096.
28. *Стафеев С. С., Налимов А. Г.* Поведение продольной компоненты вектора Пойнтинга при острой фокусировке оптических вихрей с круговой поляризацией // Компьютерная оптика. — 2018. — Т. 42, № 2. — С. 190–196.
29. *Kotlyar V.V., Kovalev A.A., Nalimov A.G.* Energy density and energy flux in the focus of an optical vortex: reverse flux of light energy // Opt. Lett. — 2018. — Vol. 43(12). — P. 2921–2924.
30. *Rondyn-Ojeda I., Soto-Eguibar F.* Properties of the Poynting vector for invariant beams: Negative propagation in Weber beams // Wave Motion. — 2018. — Vol. 78. — P. 176–184.
31. *Davidson N., Bokor N.* High-numerical-aperture focusing of radially polarized doughnut beams with a parabolic mirror and a flat diffractive lens // Opt. Lett. — 2004. — Vol. 29(12). — P. 1318–1320. — DOI: 10.1364/OL.29.001318.
32. *Stafeev S.S., Nalimov A.G., Kotlyar M.V., Gibson D., Song S., O’Faolain L., Kotlyar V.V.* Microlens-aided focusing of linearly and azimuthally polarized laser light // Opt. Express. — 2016. — Vol. 24. — P. 29800–29813.

33. Стафеев С.С., Налимов А.Г. Обратный поток энергии при острой фокусировке азимутально поляризованных пучков высших порядков // Компьютерная оптика. — 2018. — Т. 42, № 5. — С. 744–750. — DOI: 10.18287/2412-6179-2018-42-5-744-750.
34. Youngworth K.S., Brown T.G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams // Opt. Express. — 2000. — Vol. 7. — P. 77–87.
35. Zhan Q., Leger J.R. Focus shaping using cylindrical vector beams // Opt. Express. — 2002. — Vol. 10(7). — P. 324–331.
36. Milione G., Sztul H.I., Nolan D.A., Alfano R.R. Higher-order Poincare sphere, Stokes parameters, and angular momentum of light // Phys. Rev. Lett. — 2011. — Vol. 107. — P. 053601.
37. Holleczek A., Aiello A., Gabriel C., Marquardt C., Leuchs G. Classical and quantum properties of cylindrically polarized states of light // Opt. Express. — 2011. — Vol. 19(10). — P. 9714–9736.
38. Chen S., Zhou X., Liu Y., Ling X., Luo H., Wen S. Generation of arbitrary cylindrical vector beams on the higher order Poincare sphere // Opt. Lett. — 2014. — Vol. 39(18). — P. 5274–5276.
39. Wang T., Kuang C., Hao X., Liu X. Focusing properties of cylindrical vector vortex beams with high numerical aperture objective // Optik. — 2013. — Vol. 124. — P. 4762–4765.
40. Gong L., Ren Y., Liu W., Wang M., Zhong M., Wang Z. Generation of cylindrical polarized vector vortex beams with digital micromirror device // J. Appl. Phys. — 2014. — Vol. 116. — P. 183105.
41. Zhang X., Chen R., Wang A. Focusing properties of cylindrical vector vortex beams // Optics Communications. — 2018. — Vol. 414. — P. 10–15.
42. Kotlyar V.V., Nalimov A.G., Kovalev A.A. Helical reverse flux of light of a focused optical vortex // Journal of Optics. — 2018. — Vol. 20(9). — P. 095603.
43. Kotlyar V.V., Nalimov A.G., Stafeev S.S. Energy backflow in the focus of an optical vortex // Laser Physics. — 2018. — Vol. 28(12). — P. 126203.
44. Pal S.K., Ruchi, Senthilkumaran P. C-point and V-point singularity lattice formation and index sign conversion methods // Opt. Commun. — 2017. — Vol. 393. — P. 156–168.
45. Ruchi, Pal S., Senthilkumaran P. Generation of V-point polarization singularity lattices // Opt. Express. — 2017. — Vol. 25. — P. 19326–19331.
46. Stafeev S.S., Kotlyar V.V. Tight focusing of a quasi-cylindrical optical vortex // Opt. Commun. — 2017. — Vol. 403. — P. 277–282.
47. Nye J.F., Berry M.V. Dislocations in Wave Trains // Proc. R. Soc. A Math. Phys. Eng. Sci. — 1974. — Vol. 336(1605). — P. 165–190.
48. Soskin M. Singular optics / под ред. E. Wolf. Elsevier, 2001. — 219–276 с.
49. Swartzlander Jr G.A. The optical vortex coronagraph // J. Opt. A Pure Appl. Opt. — 2009. — Vol. 11(9). — P. 094022.
50. Gahagan K.T., Swartzlander G.A. Optical vortex trapping of particles // Opt. Lett. — 1996. — Vol. 21(11). — P. 827–829.
51. Gecevičius M., Drevinskis R., Beresna M., Kazansky P.G. Single beam optical vortex tweezers with tunable orbital angular momentum // Appl. Phys. Lett. — 2014. — Vol. 104(23). — P. 231110.



52. *Simpson N.B., Dholakia K., Allen L., Padgett M.J.* Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner // *Opt. Lett.* — 1997. — Vol. 22(1). — P. 52–54.
53. *Volke-Sepulveda K., Garcés-Chávez V., Chávez-Cerda S., Arlt J., Dholakia K.* Orbital angular momentum of a high-order Bessel light beam // *J. Opt. B Quantum Semiclassical Opt.* — 2002. — Vol. 4(2). — P. S82–S89.
54. *Thidé B., Then H., Sjöholm J., Palmer K., Bergman J., Carozzi T.D., Istomin Y.N., Ibragimov N.H., Khamitova R.* Utilization of Photon Orbital Angular Momentum in the Low-Frequency Radio Domain // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99(8). — P. 087701.
55. *Bandyopadhyay A., Singh R.P.* Wigner distribution of elliptical quantum optical vortex // *Opt. Commun.* — 2011. — Vol. 284(1). — P. 256–261.
56. *Bandyopadhyay A., Prabhakar S., Singh R.P.* Entanglement of a quantum optical elliptic vortex // *Phys. Lett. A* — 2011. — Vol. 375(19). — P. 1926–1929.
57. *McMorran B.J., Agrawal A., Anderson I.M., Herzing A.A., Lezec H.J., McClelland J.J., Unguris J.* Electron Vortex Beams with High Quanta of Orbital Angular Momentum // *Science*. — 2011. — Vol. 331(6014). — P. 192–195.
58. *Salem M.A., Bağcı H.* Energy flow characteristics of vector X-Waves // *Opt. Express*. — 2011. — Vol. 19(9) — P. 8526–8532.
59. *Irvine W. T. M., Bouwmeester D.* Linked and knotted beams of light // *Nat. Phys.* — 2008. — Vol. 4(9). — P. 716–720.
60. *Sugic D., Dennis M.R.* Singular knot bundle in light // *J. Opt. Soc. Am. A*. — 2018. — Vol. 35(12). — P. 1987–1999.
61. *Larocque H., Sugic D., Mortimer D., Taylor A.J., Fickler R., Boyd R.W., Dennis M.R., Karimi E.* Reconstructing the topology of optical polarization knots // *Nat. Phys.* — 2018. — Vol. 14(11). — P. 1079–1082.
62. *Ignatowsky V.S.* Diffraction by a lens having arbitrary opening // *Trans. Opt. Inst. Petrogr.* — 1920. — Vol. 1. — P. 4.
63. *Karman G.P., Beijersbergen M. W., van Duijl A., Woerdman J.P.* Creation and annihilation of phase singularities in a focal field // *Opt. Lett.* — 1997. — Vol. 22(19). — P. 1503–1505.
64. *Berry M.V.* Wave dislocation reactions in non-paraxial gaussian beams // *J. Mod. Opt.* — 1998. — Vol. 45(9). — P. 1845–1858.
65. *Vasnetsov M. V., Gorshkov V.N., Marienko I.G., Soskin M.S.* Wavefront motion in the vicinity of a phase dislocation: “optical vortex” // *Opt. Spectrosc.* — 2000. — Vol. 88(2). — P. 260–265.
66. *Volyar A.V.* Nonparaxial gaussian beams: 1. Vector fields // *Tech. Phys. Lett.* — 2000. — Vol. 26(7). — P. 573–575.
67. *Volyar A.V., Shvedov V.G., Fadeeva T.A.* Structure of a nonparaxial gaussian beam near the focus: III. Stability, eigenmodes, and vortices // *Opt. Spectrosc.* — 2001. — Vol. 91(2). — P. 235–245.
68. *Kotlyar V.V., Stafeev S.S., Nalimov A.G.* Energy backflow in the focus of a light beam with phase or polarization singularity // *Phys. Rev. A* — 2019. — Vol. 99(3). — P. 033840.

69. *Kotlyar V. V., Stafeev S. S., Nalimov A. G., Kovalev A. A., Porfirev A. P.* Mechanism of formation of an inverse energy flow in a sharp focus // *Phys. Rev. A* — 2020. — Vol. 101. — P. 033811.
70. *Bekshaev A. Y., Soskin M. S.* Transverse energy flows in vectorial fields of paraxial beams with singularities // *Opt. Commun.* — 2007. — Vol. 271(2). — P. 332–348.
71. *Bekshaev A. Y.* Subwavelength particles in an inhomogeneous light field: optical forces associated with the spin and orbital energy flows // *J. Opt.* — 2013. — Vol. 15(4). — P. 044004.
72. *Bliokh K. Y., Alonso M. A., Ostrovskaya E. A., Aiello A.* Angular momenta and spin-orbit interaction of nonparaxial light in free space // *Phys. Rev. A* — 2010. — Vol. 82(6). — P. 063825.
73. *Bliokh K. Y., Bekshaev A. Y., Nori F.* Extraordinary momentum and spin in evanescent waves // *Nat. Commun.* — 2014. — Vol. 5(1). — P. 3300.
74. *Dorn R., Quabis S., Leuchs G.* Sharper Focus for a Radially Polarized Light Beam // *Physical Review Letters*. — 2003. — Vol. 91(23). — P. 233901.
75. *Chong C. T., Sheppard C., Wang H., Shi L., Lukyanchuk B.* Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics // *Nature Photonics*. — 2008. — Vol. 2(8). — P. 501–505.
76. *Yu Y., Huang H., Zhou M., Zhan Q.* Engineering of multi-segmented light tunnel and flattop focus with designed axial lengths and gaps // *Optics Communications*. — 2018. — Vol. 407. — P. 398–401.
77. *Zheng C., Su S., Zang H., Ji Z., Tian Y., Chen S., Mu K., Wei L., Fan Q., Wang C., Zhu X., Xie C., Cao L., Liang E.* Characterization of the focusing performance of axial line-focused spiral zone plates // *Applied Optics*. — 2018. — Vol. 57(14). — P. 3802–3807.
78. *Lin J., Chen R., Jin P., Cada M., Ma Y.* Generation of longitudinally polarized optical chain by  $4\pi$  focusing system // *Optics Communications*. — 2015. — Vol. 340. — P. 69–73.
79. *Yu Y., Zhan Q.* Generation of uniform three-dimensional optical chain with controllable characteristics // *Journal of Optics*. — 2015. — Vol. 17(10). — P. 105606.
80. *Wang X., Zhu B., Dong Y., Wang S., Zhu Z., Bo F., Li X.* Generation of equilateral-polygon-like flat-top focus by tightly focusing radially polarized beams superposed with off-axis vortex arrays // *Optics Express*. — 2017. — Vol. 25(22). — P. 26844.
81. *Chen H., Tripathi S., Toussaint K. C.* Demonstration of flat-top focusing under radial polarization illumination // *Optics Letters*. — 2014. — Vol. 39(4). — P. 834–837.
82. *Gao X.-Z., Pan Y., Zhang G.-L., Zhao M.-D., Ren Z.-C., Tu C.-G., Li Y.-N., Wang H.-T.* Redistributing the energy flow of tightly focused ellipticity-variant vector optical fields // *Photonics Research*. — 2017. — Vol. 5(6). — P. 640–648.
83. *Man Z., Bai Z., Zhang S., Li X., Li J., Ge X., Zhang Y., Fu S.* Redistributing the energy flow of a tightly focused radially polarized optical field by designing phase masks // *Optics Express*. — 2018. — Vol. 26(18). — P. 23935–23944.

84. *Man Z., Li X., Zhang S., Bai Z., Lyu Y., Li J., Ge X., Sun Y., Fu S.* Manipulation of the transverse energy flow of azimuthally polarized beam in tight focusing system // *Optics Communications*. — 2019. — Vol. 431. — P. 174–180.
85. *Jiao X., Liu S., Wang Q., Gan X., Li P., Zhao J.* Redistributing energy flow and polarization of a focused azimuthally polarized beam with rotationally symmetric sector-shaped obstacles // *Optics Letters*. — 2012. — Vol. 37(6). — P. 1041–1043.
86. *Pan Y., Gao X.-Z., Zhang G.-L., Li Y., Tu C., Wang H.-T.* Spin angular momentum density and transverse energy flow of tightly focused kaleidoscope-structured vector optical fields // *APL Photonics*. — 2019. — Vol. 4(9). — P. 096102.
87. *Wu G., Wang F., Cai Y.* Generation and self-healing of a radially polarized Bessel-Gauss beam // *Physical Review A*. — 2014. — Vol. 89. — P. 043807.
88. *Stafeev S.S., Kotlyar V.V., Nalimov A.G., Kozlova E.S.* The Non-Vortex Inverse Propagation of Energy in a Tightly Focused High-Order Cylindrical Vector Beam // *IEEE Photonics Journal*. — 2019. — Vol. 11(4). — P. 4500810.
89. *Kotlyar V.V., Stafeev S.S., Kovalev A.A.* Reverse and toroidal flux of light fields with both phase and polarization higher-order singularities in the sharp focus area // *Optics Express*. — 2019. — Vol. 27(12). — P. 16689–16702.
90. *Berry M.* Wave dislocation reactions in nonparaxial gaussian beams // *Journal of Modern Optics*. — 1998. — Vol. 45(9). — P. 1845–1858.
91. *Volyar A.V., Shvedov V.G., Fadeeva T.A.* The Structure of a Nonparaxial Gaussian Beam near the Focus: II. Optical Vortices // *Optics and Spectroscopy*. — 2001. — Vol. 90(1). — P. 93–100.
92. *Stafeev S.S., Kotlyar V.V.* Elongation of the area of energy backflow through the use of ring apertures // *Optics Communications*. — 2019. — Vol. 450. — P. 67–71.
93. *Litchinitser N.M.* Structured light meets structured matter // *Science*, 2012. — V. 337. — P. 1054–1055.
94. *Kildishev A.V., Boltasseva A., Shalaev V.M.* Planar photonics with metasurfaces // *Science*, 2013. — V. 339. — P. 1232009.
95. *Zhao Z., Wang J., Li S., Willner A.E.* Metamaterials-based broadband generation of orbital angular momentum carrying vector beams // *Opt. Lett.*, 2013. — V. 38. — P. 932–934.
96. *Yi X., Lin X., Zhang Z., Li Y., Zhou X., Liu Y., Chen S., Luo H., Wen S.* Generation of cylindrical vector vortex beams by two cascaded metasurfaces // *Opt. Express*, 2014. — V. 22. — P. 17207–17215.
97. *Zhao Z., Pu M., Gao H., Jin J., Li X., Ma X., Wang Y., Gao P., Luo X.* Multispectral optical metasurfaces enabled by achromatic phase transition // *Sci. Rep.*, 2015. — V. 5. — P. 15781.
98. *Sun J., Wang X., Xu T., Kudyshev Z.A., Cartwright Z.A., Litchinitser N.M.* Spinning light on the nanoscale // *Nano Lett.*, 2014. — V. 14. — P. 2726–2729.
99. *Karimi E., Schulz S.A., Leon I.D., Qassim H., Upham J., Boyd R.W.* Generating optical orbital angular momentum at visible wavelengths using a plasmonic metasurface // *Light Sci. Appl.*, 2014. — V. 3. — P. e167.

100. Wang W., Li Y., Guo Z., Li R., Zhang J., Zhang A., Qu S. Ultra-thin optical vortex phase plate based on the metasurface and the angular momentum transformation // *J. Opt.*, 2015. — V. 17. — P. 045102.
101. Chong K.E., Staube I., James A., Dominguez J., Liu S., Campione S., Subramania G.S., Luk T.S., Decker M., Neshev D.N., Brener I., Kivshar Y.S. Polarization-independent silicon metadevices for efficient optical wavefront control // *Nano Lett.*, 2015. — V. 15. — P. 5369–5374.
102. Chen H., Taylor A.J., Yu N. A review of metasurfaces; physics and applications // *Rep. Prog. Phys.*, 2016. — V. 79. — P. 076401.
103. Decker M., Staube I., Falkner M., Dominguez J., Neshev D.N., Brener I., Pertsch T., Kivshar Y.S. High-Efficiency dielectric Huygens' surfaces // *Adv. Opt. Mat.*, 2015. — V. 3. — P. 813–820.
104. Jin J., Luo J., Zhang X., Gao H., Li X., Pu M., Gao P., Zhao Z., Luo X. Generating and detection of orbital angular momentum via metasurface // *Sci. Rep.*, 2016. — V. 6. — P. 24286.
105. Yue F., Wen D., Xin J., Gerardot B.D., Li J., Chen X. Vector vortex beam generation with a single plasmonic metasurface // *Acs Photonics*, 2016. — V. 3. — P. 1558–1563.
106. Mei S., Mehmood M.Q., Hussain S., Huang K., Ling X., Siew S.Y., Liu H., Teng J., Danner A., Qiu C. Flat helical nanosieves // *Adv. Funct. Mater.*, 2016. — Vol. 26. — P. 5225–5262.
107. Kruk S., Hopkins B., Kravchenko I.I., Miroshnichenko A., Neshev D.N., Kivshar Y.S. Broadband highly efficient dielectric metadevices for polarization control // *APL Phot.*, 2016. — V. 1. — P. 030801.
108. Wang L., Kruk S., Tank H., Li T., Kravchenko I., Neshev D.N., Kivshar Y.S. Grayscale transparent metasurface holograms // *Optica*, 2016. — V. 3. — P. 1504–1505.
109. Genevet P., Capasso F., Ajieta F., Khorasaninejad M., Devlin R. Recent advances in planar optics: from plasmonic to dielectric metasurfaces // *Optica*, 2017. — V. 4. — P. 139–152.
110. Huang L., Song X., Reineke B., Li T., Li X., Liu J., Zhang S., Wang Y., Zentgraf T. Volumetric generation of optical vortices with metasurfaces // *ACS Phot.*, 2017. — V. 4. — P. 338–346.
111. Ting W., Zhu A.Y., Khorasaninejad M., Shi Z., Sanjeev V., Capasso F. Immersion meta-lenses at visible wavelengths for nanoscale imaging // *Nano Lett.*, 2017. — V. 17. — P. 3188–3194.
112. Kotlyar V.V., Nalimov A.G., Stafeev S.S., Hu Changyu, O'Faolain L., Kotlyar M.V., Gibson D., Song S. Thin high numerical aperture metalens // *Opt. Express*, 2017. — V. 25, No. 7. — P. 8158–8167.
113. Heckenberg N.R., McDuff R., Smith C.P., White A.G. Generation of optical singularities by computer-generated holograms // *Opt. Lett.*, 1992. — V. 17, No. 3. — P. 221–223.
114. Lalanne P., Lemerrier-Lalanne D. On the effective medium theory of sub-wavelength periodic structures // *J. Mod. Opt.*, 1996. — V. 43. — P. 2063–2085.
115. Sukhov S., Dogariu A. On the concept of tractor beams // *Opt. Lett.*, 2010. — V. 35, No. 22. — P. 3847–3849.

116. *Kotlyar V. V., Staifeev S. S., Liu Y., O'Faolain L., Kovalev A. A.* Analysis of the shape of a subwavelength focal spot for the linear polarized light // *Applied Optics*, 2013. — Vol. 52, No. 3. — P. 330–339.
117. *Arbabi A., Horie Y., Bagheri M., Faraon A.* Dielectric metasurfaces for complete control of phase and polarization with subwavelength spatial resolution and high transmission // *Nature Nanotechnology*. — 2015. — Vol. 10(11). — P. 937–943.
118. *Arbabi A., Horie Y., Ball A. J., Bagheri M., Faraon A.* Subwavelength-thick lenses with high numerical apertures and large efficiency based on high-contrast transmitarrays // *Nature Communications*. — 2015. — Vol. 6 — P. 7069.
119. *Aieta F., Genevet P., Kats M. A., Yu N., Blanchard R., Gaburro Z., Capasso F.* Aberration-Free Ultrathin Flat Lenses and Axicons at Telecom Wavelengths Based on Plasmonic Metasurfaces // *Nano Letters*. — 2012. — Vol. 12(9). — P. 4932–4936.
120. *Ni, X.* Ultra-thin, planar, Babinet-inverted plasmonic metalenses / *Ni X., Ishii S., Kildishev A. V., Shalaev V. M.* // *Light Science and Applications*. — 2013. — Vol. 2(4). — P. e72.
121. *West P. R., Stewart J. L., Kildishev A. V., Shalaev V. M., Shkunov V. V., Strohkendl F., Zakharenkov Y. A., Dodds R. K., Byren R.* All-dielectric subwavelength metasurface focusing lens // *Optics Express*. — 2014. — Vol. 22(21). — P. 26212–26221.
122. *Lin D., Fan P., Hasman E., Brongersma M. L.* Dielectric gradient metasurface optical elements // *Science*. — 2014. — Vol. 345(6194). — P. 298–302.
123. *Staifeev S. S., Kotlyar V. V., Nalimov A. G., Kotlyar M. V., O'Faolain L.* Subwavelength gratings for polarization conversion and focusing of laser light // *Photonics and Nanostructures*. — 2017. — Vol. 27. — P. 32–41.
124. *Kotlyar V., Staifeev S. S., Nalimov A. G., O'Faolain L.* Subwavelength grating-based spiral metalens for tight focusing of laser light // *Applied Physics Letters*. — 2019. — Vol. 114. — P. 141107.
125. *Kotlyar V. V., Nalimov A. G., Staifeev S. S., O'Faolain L.* Single metalens for generating polarization and phase singularities leading to a reverse flow of energy // *Journal of Optics*. — 2019. — Vol. 21(5). — P. 055004.
126. *Degtyarev S., Savelyev D., Khonina S., Kazanskiy N.* Metasurfaces with continuous ridges for inverse energy flux generation // *Opt. Express*. — 2019. — Vol. 27. — P. 15129–15135.
127. *Katsenelenbaum B. Z.* What is the direction of the Poynting vector? // *Journal of Communications Technology and Electronics*. — 1997. — Vol. 42(2). — P. 119–120.
128. *Karman G. P., Beijersbergen M. W., van Duijl A., Woerdman J. P.* Creation and annihilation of phase singularities in a focal field // *Optics Letters*. — 1997. — Vol. 22(9). — P. 1503–1505.
129. *Volyar A. V.* Nonparaxial Gaussian beams; 1. Vector fields // *Technical Physics Letters*. — 2000. — Vol. 26(7). — P. 573–575.
130. *Song Z.* Characterization of optical properties of ZnO nanoparticles for quantitative imaging of transdermal transport / *Z. Song, Kelf T. A., Sanchez W. H., Roberts M. S., Rička J., Frenz M., Zvyagin A. V.* // *Biomed. Opt. Express* — 2011. — Vol. 2(12). — P. 3321.

131. Zhang L., Jiang Y., Ding Y., Povey M., York M. Investigation into the antibacterial behaviour of suspensions of ZnO nanoparticles (ZnO nanofluids) // *J. Nanoparticle Res.* — 2007. — Vol. 9(3). — P. 479–489.
132. Sirelkhatim A., Mahmud S., Seeni A., Kaus N.H.M., Ann L.C., Bakhori S.K.M., Hasan H., Mohamad D. Review on Zinc Oxide Nanoparticles: Antibacterial Activity and Toxicity Mechanism // *Nano-Micro Lett.* — 2015. — Vol. 7(3). — P. 219–242.
133. Omidvar A. Indium-doped and positively charged ZnO nanoclusters: versatile materials for CO detection // *Vacuum.* — 2018. — Vol. 147. — P. 126–133.
134. Alisafaee H., Fiddy M.A. Polarization insensitivity in epsilon-near-zero metamaterial from plasmonic aluminum-doped zinc oxide nanoparticles // *J. Nanophotonics* — 2014. — Vol. 8(1). — P. 083898.
135. Beek W.J.E., Wienk M.M., Janssen R.A.J. Efficient hybrid solar cells from zinc oxide nanoparticles and a conjugated polymer // *Adv. Mater.* — 2004. — Vol. 16(12). — P. 1009–1013.
136. Hau S.K., Yip H.-L., Baek N.S., Zou J., O'Malley K., Jen A.K.Y. Air-stable inverted flexible polymer solar cells using zinc oxide nanoparticles as an electron selective layer // *Appl. Phys. Lett.* — 2008. — Vol. 92(25). — P. 253301.
137. Harada Y., Asakura T. Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime // *Optics Communications.* — 1996. — Vol. 124(5–6). — P. 529–541.
138. Diekmann R., Wolfson D.L., Spahn C., Heilemann M., Schuttpelz M., Huser T. Nanoscopy of bacterial cell immobilized by holographic optical tweezers // *Nat. Commun.* — 2016. — Vol. 7. — P. 13711.
139. Mitri F.C., Li R.X., Guo L.X., Ding C.Y. Optical tractor Bessel polarized beams // *J. Quant. Spectr. Rad. Trans.* — 2017. — Vol. 187. — P. 97–115.
140. Wilk S.R. The pull of the tractor beam // *Opt Photon-News.* — 2009. — Vol. 20. — P. 12–15.
141. Pfeiffer C., Grbic A. Generating stable tractor beams with dielectric metasurfaces // *Phys. Rev. B.* — 2015. — Vol. 91. — P. 115408.
142. Mitri F.C. Superposition of nonparaxial vectorial complex-source spherically focused beams: Axial Pointing singularity and reverse propagation / *Phys Rev. A.* — 2016. — Vol. 94. — P. 023801.
143. Yuan G.H., Zheludev N. Gigantic wavevectors and energy backflow in the focus of a superoscillatory lens // Conference: 2017 Conference on Lasers and Electro-Optics Europe & European Quantum Electronics Conference (CLEO/Europe-EQEC).
144. Котляр В.В., Ковалев А.А. Плотность углового момента параксиального оптического вихря с круговой поляризацией // *Компьютерная оптика.* — 2018. — Т. 42, № 1. — С. 5–12.
145. Wang R., Li T., Shao X., Li Xue, Huang X., Shao J., Chen Y., Gong H. Subwavelength gold grating as polarizers integrated with InP-based InGaAs sensors // *ACS Appl Mater. Interfaces.* — 2015. — Vol. 7. — P. 14471–14476.
146. Kotlyar V.V., Kovalev A.A., Nalimov A.G., Stafeev S.S. High resolution through gradient-index microoptics // *Adv. Opt. Technol.* — 2012. — Vol. 2012. — P. 647165.

147. Cizmar T., Siler M., Zemanek P. An optical nanotrap array movable over a millimetre range // *Appl. Phys. B*. — 2006. — Vol. 84. — P. 197–203.
148. Schouten H.F., Visser T.D., Lenstra D. Optical vortices near sub-wavelength structures // *J. Opt. B: Quant. Semiclass. Opt.* — 2004. — Vol. 6. — P. S404–S409.
149. Braunbek W., Laukien G. Einzelheiten zur Halbebenen-Beugung // *Optik*. — 1952. — Vol. 9. — P. 174–179.
150. Миллер У. Симметрия и разделение переменных / У. Миллер. — Мир, Москва, 1981.
151. Kotlyar V.V., Kovalev A.A. Circularly polarized Hankel vortices // *Opt. Express*. — 2017. — Vol. 25. — No. 7. — P. 7778–7790.
152. Merlin R. Radiationless electromagnetic interference: evanescent-field lenses and perfect focusing // *Science*. — 2007. — Vol. 317. — Issue 5840. — P. 927–929.
153. Grbic A., Jiang L., Merlin R. Near-field plates: subdiffraction focusing with patterned surfaces // *Science*. — 2008. — Vol. 320. — Issue 5875. — P. 511–513.
154. Novitsky A., Qiu C., Wang H. Single gradientless light beam drags particles as tractor beams // *Physical Review Letters*. — 2011. — Vol. 107. — P. 203601.
155. Sukhov S., Dogariu A. Negative nonconservative forces: optical «tractor beams» for arbitrary objects // *Physical Review Letters*. — 2011. — Vol. 107. — P. 203602.
156. Saenz J.J. Laser tractor beams // *Nature Photonics*. — 2011. — Vol. 5. — P. 514–515.
157. Dogariu A., Sukhov S., Saenz J.J. Optically induced «negative forces» // *Nature Photonics*. — 2013. — Vol. 7. — P. 24–27.
158. Kajorndejnkul V., Ding W., Sukhov S., Qiu C., Dogariu A. Linear momentum increase and negative optical forces at dielectric interface // *Nature Photonics*. — 2013. — Vol. 7. — P. 787–790.
159. Carretero L., Acebal P., Garcia C., Blaya S. Periodic trajectories obtained with an active tractor beam using azimuthal polarization: design of particle exchanger // *IEEE Photonics Journal*. — 2015. — Vol. 7. — P. 3400112.
160. Mitri F.G. Optical Bessel tractor beam on active dielectric Rayleigh prolate and oblate spheroids // *Journal of the Optical Society of America B*. — 2017. — Vol. 34. — P. 899–908.
161. Grosjean T., Gauthier I. Longitudinally polarized electric and magnetic optical nano-needles of ultra high lengths // *Opt. Commun.* — 2013. — Vol. 294. — P. 333–337.
162. Wu Z., Zhang K., Zhang S., Jin Q., Wen Z., Wang L., Dai L., Zhang Z., Chen H., Liang G., Liu Y., Chen G. Optimization-free approach for generating sub-diffraction quasi-non-diffracting beams // *Opt. Express* — 2018. — Vol. 26(13). — P. 16585.
163. Guan J., Lin J., Chen C., Ma Y., Tan J., Jin P. Transversely polarized sub-diffraction optical needle with ultra-long depth of focus // *Opt. Commun.* — 2017. — Vol. 404. — P. 118–123.
164. Novotny L., Hecht B. *Principles of Nano-Optics*. — Cambridge: Cambridge University Press, 2006. — 539 p.

165. *Микаэлян А.Л.* Использование слоистой среды для фокусировки волн // Доклады АН СССР — 1951. — Т. 81. — 569–571 с.
166. *Rivas-Moscoso J.M., Nieto D., Gymeze-Reino C., Fernandez-Pousa C.R.* Focusing of light by zone plates in Selfoc gradient-index lenses // Opt. Lett. — 2003. — Vol. 28(22). — P. 2180–2182.
167. *Hewak D. W., Lit J. W. Y.* Solution deposited optical waveguide lens // Appl. Opt. — 1989. — Vol. 28(19). — P. 4190–4198.
168. *Zentgraf T., Liu Y., Mikkelsen M.H., Valentine J., Zhang X.* Plasmonic Luneburg and Eaton lenses // Nat. Nanotechnol. — 2011. — Vol. 6(3). — P. 151–155.
169. *Born M., Wolf E.* Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light — Elsevier, 2013.
170. *Fathollahi Khalkhali T., Alipour-Beyraghi M., Lalenejad M., Bananej A.* Polarization-independent and super broadband flat lens composed of graded index annular photonic crystals // Opt. Commun. — 2019. — Vol. 435. — P. 202–211.
171. *Gauffillet F., Akmansoy É.* Design of flat graded index lenses using dielectric Graded Photonic Crystals // Opt. Mater. — 2015. — Vol. 47 — P. 555–560.
172. *Gilarlue M.M., Badri S.H., Saghai H., Rasooli, Nourinia J., Ghobadi C.* Photonic crystal waveguide intersection design based on Maxwell's fish-eye lens // Photonics Nanostructures — Fundam. Appl. — 2018. — Vol. 31. — P. 154–159.
173. *Xia F., Li S., Zhang S., Jiao S., Kong S., Dong L., Yun M.* Negative Luneburg lens based on the graded annular photonic crystals // Phys. B Condens. Matter — 2018. — Vol. 545. — P. 233–236.
174. *Lin S.C.S., Huang T.J., Sun J.H., Wu T.T.* Gradient-index phononic crystals // Phys. Rev. B. — 2009. — Vol. 79(9). — P. 094302.
175. *Zhu Y., Yuan W., Sun H., Yu Y.* Broadband Ultra-Deep Sub-Diffraction-Limit Optical Focusing by Metallic Graded-Index (MGRIN) Lenses // Nanomaterials — 2017. — Vol. 7(8). — P. 221.
176. *Gilarlue M.M., Nourinia J., Ghobadi C., Badri S.H., Saghai H., Rasooli* Multilayered Maxwell's fisheye lens as waveguide crossing // Opt. Commun. — 2019. — Vol. 435. — P. 385–393.
177. *Badri S.H., Gilarlue M.M.* Maxwell's fisheye lens as efficient power coupler between dissimilar photonic crystal waveguides // Optik. — 2019. — Vol. 185. — P. 566–570.
178. *Behera S., Kim K.* Design and studies on gradient index metasurfaces for broadband polarization-independent, subwavelength, and dichroic focusing // Appl. Opt. — 2019. — Vol. 58(18). — P. 5128–5135.
179. *Котляр В.В., Стафеев С.С., Налимов А.Г.* Острая фокусировка лазерного света с помощью микрооптики — Самара: Новая Техника, 2018. — 344 с.
180. *Zhang X.A., Bagal A., Dandley E.C., Zhao J., Oldham C.J., Wu B.I., Parsons G.N., Chang C.H.* Ordered 3D Thin-Shell Nanolattice Materials with Near-Unity Refractive Indices // Adv. Funct. Mater. — 2015. — Vol. 25. — P. 6644–6649.
181. *Kwon D.H., Werner D.H.* Low-index metamaterial designs in the visible spectrum // Opt. Express. — 2007. — Vol. 15(15). — P. 9267–9272.



182. *Li H., Cao Y., Zhou L., Xu X., Zhu T., Shi Y., Qiu C., Ding W.* Optical pulling forces and their applications // *Adv. Opt. Photon.*, 2020. — V. 12. — P. 288–366.
183. *Sraj I., Szatmary A. C., Marr D. W. M., Eggleton C. D.* Dynamic ray tracing for modeling optical cell manipulation // *Opt. Express*, 2010. — V. 18. — P. 16702–16714.
184. *Zhong M., Xue G., Zhou J., Wang Z., Li Y.* Measurement of interaction force between RGD-peptide and Hela cell surface by optical tweezers // *Chin. Opt. Lett.*, 2012. — V. 10. — P. 101701–101701.
185. *Zhou J. H., Zhong M. C., Wang Z. Q., Li Y. M.* Calculation of optical forces on an ellipsoid using vectorial ray tracing method // *Opt. Express*, 2012. — V. 20. — P. 14928–14937.
186. *Liu S., Li Z., Weng Z., Li Y., Shui L., Jiao Z., Chen Y., Luo A., Xing X., He S.* Miniaturized optical fiber tweezers for cell separation by optical force // *Opt. Lett.*, 2019. — V. 44. — P. 1868–1871.
187. *Drobczycki S., Duś-szachniewicz K.* Real-time force measurement in double wavelength optical tweezers // *J. Opt. Soc. Am. B*, 2017. — V. 34. — P. 38–43.
188. *Yu Y., Zhang Z., Li Z., Wang X.* Methods of calibration to optical trapping force upon non-spherical cells // *Chin. Opt. Lett.*, 2006. — V. 4. — P. 722–724.
189. *Muradoglu M., Chiu W. S. Y., Ng T. W.* Optical force lateral push–pulling using focus positioning // *J. Opt. Soc. Am. B*, 2012. — V. 29. — P. 874–880.
190. *Wang D., Wang Z.* Optical Pulling Force in Periodic Backward-wave Waveguides // in Conference on Lasers and Electro-Optics, OSA Technical Digest (online) (Optical Society of America, 2017), paper FTh1H.4.
191. *Jing P., Liu Y., Keeler E. G., Cruz N. M., Freedman B. S., Lin L. Y.* Optical tweezers system for live stem cell organization at the single-cell level // *Biomed. Opt. Express*, 2018. — V. 9. — P. 771–779.
192. *Liu H., Panmai M., Peng Y., Lan S.* Optical pulling and pushing forces exerted on silicon nanospheres with strong coherent interaction between electric and magnetic resonances / *Opt. Express*, 2017. — Vol. 25, No. 11. — P. 12357–12371.
193. *Kuznetsov A. I., Miroshnichenko A. E., Fu Y. H., Zhang J., Luk'yanchuk B.* Magnetic light // *Sci. Rep.*, 2012. — V. 2. — P. 492.
194. *Evyukhin A. B., Novikov S. M., Zywiets U., Eriksen R. L., Reinhardt C., Bozhevolnyi S. I., Chichkov B. N.* Demonstration of magnetic dipole resonances of dielectric nanospheres in the visible region // *Nano Lett.*, 2012. — V. 12, No. 7. — P. 3749–3755.
195. *Shi L., Tuzer T. U., Fenollosa R., Meseguer F.* A new dielectric metamaterial building block with a strong magnetic response in the sub-1.5-micrometer region: silicon colloid nanocavities // *Adv. Mater.*, 2012. — V. 24, No. 44. — P. 5934–5938.
196. *Geffrin J. M., García-Cámara B., Gómez-Medina R., Albella P., Froufe-Pérez L. S., Eyraud C., Litman A., Vaillon R., González F., Nieto-Vesperinas M., Sáenz J. J., Moreno F.* Magnetic and electric coherence in forward- and back-scattered electromagnetic waves by a single dielectric subwavelength sphere // *Nat. Commun.*, 2012. — V. 3. — P. 1171.

197. *Fu Y.H., Kuznetsov A.I., Miroshnichenko A.E., Yu Y.F., Luk'yanchuk B.* Directional visible light scattering by silicon nanoparticles // *Nat. Commun.*, 2013. — V. 4. — P. 1527.
198. *Biener G., Vrotsos E., Sugaya K., Dogariu A.* Optical torques guiding cell motility // *Opt. Express*, 2009. — V. 17. — P. 9724–9732.
199. *Nieto-Vesperinas M.* Optical torque on small bi-isotropic particles // *Opt. Lett.*, 2015. — V. 40. — P. 3021–3024.
200. *Chen J., Ng J., Lin Z.F., Chan C.T.* Optical pulling force // *Nat. Photonics*, 2011. — V. 5, No. 9. — P. 531–534.
201. *Brzobohatý O., Karásek V., Šiler M., Chvátal L., Čížmár T., Zemánek P.* Experimental demonstration of optical transport, sorting and self-arrangement using a “tractor beam” // *Nat. Photonics*, 2013. — V. 7, No. 2. — P. 123–127.
202. *Налимов А.Г., Стафеев С.С.* Поток энергии вихревого поля в фокусе секансной градиентной линзы // *Компьютерная оптика*, 2020. — Т. 44, № 5. — С. 707–711.
203. *Kotlyar V.V., Kovalev A.A., Porfirev A.P.* Radial dependence of the angular momentum density of a paraxial optical vortex // *Phys. Rev. A.* — 2018. — V. 97. — P. 053833. DOI: 10.1103/PhysRevA.97.053833.
204. *Aiello A., Banzer P., Neugebauer M., Leuchs G.* From transverse angular momentum to photonic wheels // *Nat. Photon.* — 2015. — Vol. 9. — P. 789–795. DOI: 10.1038/NPHOTON.2015.203.
205. *Bauer T., Neugebauer M., Leuchs G., Banzer P.* Optical polarization Mobius strips and points of purely transverse spin density // *Phys. Rev. Lett.* — 2016. — Vol. 117. — 013601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.117.013601.
206. *Eismann J.S., Banzer P., Neugebauer M.* Spin-orbit coupling and the evolution of transverse spin // arXiv:1905.12539v1 [physics.optics] 29 May 2019.
207. *Hao X., Kuang C., Wang T., Liu X.* Phase encoding for sharper focus of the azimuthally polarized beam // *Optics Letters.* — 2010. — Vol. 35, Issue 23. — P. 3928–3930. — DOI: 10.1364/OL.35.003928.
208. *Qin F., Huang K., Wu J., Jiao J., Luo X., Qiu C., Hong M.* Shaping a subwavelength needle with ultra-long focal length by focusing azimuthally polarized light // *Scientific Reports.* — 2015. — Vol. 5. — 09977 (9 p.). — DOI: 10.1038/srep09977.
209. *Wang S., Li X., Zhou J., Gu M.* Ultralong pure longitudinal magnetization needle induced by annular vortex binary optics // *Optics Letters.* — 2014. — Vol. 39. — P. 5022–5025
210. *Yuan G.H., Wei S.B., Yuan X.-C.* Nondiffracting transversally polarized beam // *Optics Letters.* — 2011. — Vol. 36, Issue 17. — P. 3479–3481. — DOI: 10.1364/OL.36.003479.
211. *Suresh P., Mariyal C., Rajesh K.B., Pillai T.V.S., Jaroszewicz Z.* Generation of a strong uniform transversely polarized nondiffracting beam using a high-numerical-aperture lens axicon with a binary phase mask // *Applied Optics.* — 2013. — Vol. 52, Issue 4. — P. 849–853. — DOI: 10.1364/AO.52.000849.
212. *Anita G.Th., Umamageswari N., Prabakaran K., Pillai T.V.S., Rajesh K.B.* Effect of coma on tightly focused cylindrically polarized vortex

- beams // *Optics & Laser Technology*. — 2016. — Vol. 76. — P. 1–5. — DOI: 10.1016/j.optlastec.2015.07.002.
213. *Yuan G.H., Wei S.B., Yuan X.-C.* Generation of nondiffracting quasi-circular polarization beams using an amplitude modulated phase hologram // *Journal of the Optical Society of America A*. — 2011. — Vol. 28, Issue 8. — P. 1716–1720. — DOI: 10.1364/JOSAA.28.001716.
214. *Chen Z., Zhao D.* 4Pi focusing of spatially modulated radially polarized vortex beams // *Optics Letters*. — 2012. — Vol. 37, Issue 8. — P. 1286–1288. — DOI: 10.1364/OL.37.001286.
215. *Ndagano B., Sroor H., McLaren M., Rosales-Guzmán C., Forbes A.* Beam quality measure for vector beams // *Optics Letters*. — 2016. — Vol. 41, Issue 15. — P. 3407–3410. — DOI: 10.1364/OL.41.003407.
216. *Bekshaev A., Bliokh K.Y., Soskin M.* Internal flows and energy circulation in light beams // *J. Optics*. — 2011. — Vol. 13. — Issue 5. — 053001.
217. *Schwartz C., Dogariu A.* Conservation of angular momentum of light in single scattering // *Opt. Express*, 2006. — V. 14. — P. 8425–8433.
218. *Nieminen T.A., Stilgoe A.B., Heckenberg N.R., Rubinsztein-Dunlop N.* Angular momentum of a strongly focused Gaussian beam // *J. Opt. A*, 2008. — V. 10. — P. 115005.
219. *Haefner D., Sukhov S., Dogariu A.* Spin Hall effect of light in spherical geometry // *Phys. Rev. Lett.*, 2009. — V. 102. — P. 123903.
220. *Rodriguez-Herrera O.S., Lara D., Bliokh K.Y., Ostrovskaya E.A., Dainty C.* Optical nanoprobng via spin-orbit interaction of light // *Phys. Rev. Lett.*, 2010. — V. 104. — P. 253601.
221. *Koltyar V.V., Nalimov A.G., Stafeev S.S.* Exploiting the circular polarization of light to obtain a spiral energy flow at the subwavelength focus // *J. Opt. Soc. Am. B*, 2019. — V. 36. — P. 2850–2855.
222. *Torok P., Varga P., Booker G.R.* Electromagnetic diffraction of light focused through a planar interface between materials of mismatched refractive indices: structure of the electromagnetic field. I. // *J. Opt. Soc. Am. A*, 1995. — V. 12. — P. 2136–2144.
223. *Bomzon Z., Gu M.* Space-variant geometrical phases in focused cylindrical light beams // *Optics Letters*, 2007. — V. 32. — P. 3017–3019.
224. *Bliokh K.Y., Ostrovskaya E.A., Alonso M.A., Rodriguez-Herrera O.G., Lara D., Dainty C.* Spin-to-orbital angular momentum conversion in focusing, scattering, and imaging systems // *Opt. Express*, 2011. — V. 19. — P. 26132–26149.
225. *Roy B., Ghosh N., Gupta S.D., Panigrahi P.K., Roy S., Banerjee A.* Controlled transportation of mesoscopic particles by enhanced spin-orbit interaction of light in an optical trap // *Phys. Rev. A*, 2013. — V. 87. — P. 043823.
226. *Roy B., Ghosh N., Banerjee A., Gupta S.D., Roy S.* Manifestations of geometric phase and enhanced spin Hall shifts in an optical trap // *New J. Phys.*, 2014. — V. 16. — P. 083037.
227. *Bekshaev A.Y., Soskin M.* Transverse energy flows in vectorial fields of paraxial beams with singularities // *Opt. Commun.*, 2007. — V. 271. — P. 332–348.

228. *Eismann J.S., Banzer P., Neugebauer M.* Spin-orbital coupling affecting the evolution of transverse spin // *Phys. Rev. Res.*, 2019. — V. 1. — P. 033143.
229. *Bareil P.B., Sheng Y.* Modeling highly focused laser beam in optical tweezers with the vector Gaussian beam in the T-matrix method // *J. Opt. Soc. Am. A*, 2013. — V. 30. — P. 1–6.
230. *Mitri F.G.* Counterpropagating nondiffracting vortex beams with linear and angular momenta // *Phys. Rev. A*, 2013. — V. 88. — P. 035804.
231. *Mitri F.G.* Quasi-Gaussian electromagnetic beams // *Phys. Rev. A*, 2013. — V. 87. — P. 035804.
232. *Mitri F.G.* Vector spherical quasi-Gaussian vortex beams // *Phys. Rev. E*, 2014. — V. 89. — P. 023205.
233. *Marston P.L., Crichton J.H.* Radiation torque on a sphere caused by a circularly-polarized electromagnetic wave // *Phys. Rev. A*, 1984. — V. 30. — P. 2508–2516.
234. *Hertel R.* Theory of the inverse Faraday effect in metals // *J. Magn. Magnet. Mater.*, 2006. — V. 303. — P. L1–L4.
235. *Ashkin A., Dziedzic J.M.* Optical levitation in high vacuum // *Appl. Phys. Lett.*, 1976. — V. 28. — P. 333–335.
236. *Meng P., Man Z., Konijnenberg A.P., Urbach H.P.* Angular momentum properties of hybrid cylindrical vector vortex beams in tightly focused optical systems // *Opt. Express*, 2019. — V. 27. — P. 35336.
237. *Chang S., Lee S.S.* Optical torque exerted on a homogeneous sphere levitated in the circularly polarized fundamental-mode laser beam // *J. Opt. Soc. Am. B*, 1985. — V. 2. — P. 1853–1860.
238. *Bliokh K.Y., Bekshaev A.Y., Kofman A.G., Nori F.* Photon trajectories, anomalous velocities and weak measurements: a classical interpretation // *New J. Phys.*, 2013. — V. 15. — P. 073022.
239. *Ignatovskiy V.S.* Diffraction by a lens having arbitrary opening. Transactions of the Optical Institute in Petrograd, v. 1, issue 4 (1919).
240. *Barnett S.M., Allen L., Cameron R.P., Gilson C.R., Padgett M.J., Speirits F.C., Yao A.M.* On the natures of the spin and orbital parts of optical angular momentum // *J. Opt.*, 2016. — V. 18. — P. 064004.
241. *Saha S., Singh A.K., Ray S.K., Banerjee A., Gupta S.D., Ghosh N.* Transverse spin and transverse momentum in scattering of plane waves // *Opt. Lett.*, 2016. — V. 41. — P. 4499–4502.
242. *Zhao Y., Edgar J.S., Jeffries G.D.M., McGloin D., Chiu D.T.* Spin-to-orbital angular momentum conversion in a strongly focused optical beam // *Phys. Rev. Lett.*, 2007. — V. 99. — P. 073901.
243. *Bauer T., Banzer P., Karimi E., Orlov S., Rubano A., Marrucci L., Santamato E., Boyd R.W., Leuchs G.* Observation of optical polarization Mobius strips // *Science*. — 2015. — V. 347, No. 6225. — P. 964–966. Doi: 10.1126/science.1260635.
244. *Jiang Y., Li X., Gu M.* Generation of sub-diffraction-limited pure longitudinal magnetization by the inverse Faraday effect by tightly focusing an azimuthally polarized vortex beam // *Opt Lett.* — 2013. — V. 38. — P. 2957–2960. DOI: 10.1364/OL.38.002957.

245. Zhang S., Fu S., Zhang H., Ge X., Bai Z., Lyu Y., Zhao R., Man Z. Fully controlled photonic spin in highly confined optical field // *Opt. Express*. — 2019. — V. 27, No. 23. — P. 33621.
246. Котляр В.В., Стафеев С.С., Ковалев А.А. Острая фокусировка светового поля с поляризационной и фазовой сингулярностью произвольного порядка // *Компьютерная оптика*. — 2019. — Т. 43. — Вып. 3. — С. 337–346.
247. Khonina S.N. Simple phase optical elements for narrowing of a focal spot in high-numerical-aperture conditions // *Opt. Eng.* — 2013. — Vol. 52. — P. 091711.
248. Khonina S.N., Ustinov A.V., Volotovskiy S.G. Shaping of spherical light intensity based on the interference of tightly focused beams with different polarizations // *Opt. Laser Technol.* — 2014. — Vol. 60. — P. 99–106.
249. Khonina S.N., Savelyev D.A. High-aperture binary axicons for the formation of the longitudinal electric field component on the optical axis for linear and circular polarizations of the illuminating beam // *J. Exp. Theor. Phys.* — 2013. — Vol. 117. — P. 623–630.
250. Khonina S.N. Vortex beams with high-order cylindrical polarization: features of focal distributions // *Appl. Phys. B*. — 2019. — Vol. 125. — P. 100.
251. Khonina S.N., Ustinov A.V., Fomchenkov S.A., Porfirev A.P. Formation of hybrid higher-order cylindrical vector beams using binary multi-sector phase plates // *Sci. Rep.* — 2018. — Vol. 8. — P. 14320.
252. D'Errico A., Maffei M., Piccirillo B., de Lisio C., Cardano F., Marrucci L. Topological features of vector vortex beams perturbed with uniformly polarized light // *Sci. Rep.* — 2017. — Vol. 7. — P. 40195.
253. Khonina S.N., Ustinov A.V., Porfirev A.P. Vector Lissajous laser beams // *Opt. Lett.* — 2020. — Vol. 45. — P. 4112.
254. Стафеев С.С., Налимов А.Г., Котляр В.В. Обратный поток энергии в фокусе цилиндрического векторного пучка // *Компьютерная оптика*. — 2018. — Т. 42. — С. 744–750.
255. Khonina S.N., Ustinov A.V. Increased reverse energy flux area when focusing a linearly polarized annular beam with binary plates // *Opt. Lett.* — 2019. — Vol. 44. — P. 2008.
256. Machavariani G., Lumer Y., Moshe I., Meir A., Jackel S. Efficient extracavity generation of radially and azimuthally polarized beams // *Opt. Lett.* — 2007. — Vol. 32. — P. 1468–70.
257. Machavariani G., Lumer Y., Moshe I., Meir A., Jackel S. Spatially-variable retardation plate for efficient generation of radially- and azimuthally-polarized beam // *Opt. Commun.* — 2008. — Vol. 281. — P. 732–738.
258. Алферов С.В., Карпеев С.В., Хонина С.Н., Моисеев С.Н. Экспериментальное исследование фокусировки неоднородно поляризованных пучков, сформированных при помощи секторных пластинок // *Компьютерная оптика*. — 2014. — Т. 38. — С. 57–64.
259. Khonina S.N., Karpeev S.V., Porfirev A.P. Sector sandwich structure: an easy-to-manufacture way towards complex vector beam generation // *Opt. Express* — 2020. — Vol. 28. — P. 27628.
260. Imai R., Kanda N., Higuchi T., Zheng Z., Konishi K., Kuwata-Gonokami M. Terahertz vector beam generation using segmented nonlinear optical crystals

- with threefold rotational symmetry // *Opt. Express.* — 2012. — Vol. 20. — P. 21896–21904.
261. *Man Z., Min C., Zhang Y., Shen Z., Yuan X.-C.* Arbitrary vector beams with selective polarization states patterned by tailored polarizing films // *Laser Phys.* — 2013. — Vol. 23. — P. 105001.
262. *Налимов А.Г., О'Фаолейн Л., Стафеев С.С., Шанина М.И., Котляр В.В.* Отражающий четырехзонный субволновый элемент микрооптики для преобразования линейной поляризации в радиальную // *Компьютерная оптика.* — 2014. — Т. 38. — С. 229–236.
263. *Kotlyar V. V., Stafeev S. S., Kotlyar M. V., Nalimov A. G., O'Faolain L.* Subwavelength micropolarizer in a gold film for visible light // *Appl. Opt.* — 2016. — Vol. 55. — P. 5025–5032.
264. *Wang X.L., Chen J., Li Y.N., Ding J.P., Gou C.S., Wang H.T.* Optical orbital angular momentum from the curl of polarization // *Physical Review Letters.* — 2010. — Vol. 105. — P. 253602.
265. *Wang X.L., Li Y.N., Chen J., Guo C.S., Ding J.P., Wang H.T.* A new type of vector fields with hybrid states of polarization // *Optics Express.* — 2010. — Vol. 18. — P. 10786–10795.
266. *Hu K., Chen Z., Pu J.* Tight focusing properties of hybridly polarized vector beams // *Journal of the Optical Society of America A.* — 2012. — Vol. 29. — P. 1099–1104.
267. *Lerman G.M., Stern L., Levy U.* Generation and tight focusing of hybridly polarized vector beams // *Optics Express.* — 2010. — Vol. 18. — P. 27650–27657.
268. *Hu H., Xiao P.* The tight focusing properties of spatial hybrid polarization vector beam // *Optik.* — 2013. — Vol. 124. — P. 2406–2410.

Научное издание

*КОТЛЯР Виктор Викторович*  
*СТАФЕЕВ Сергей Сергеевич*  
*НАЛИМОВ Антон Геннадьевич*

## **ОБРАТНЫЙ ПОТОК СВЕТОВОЙ ЭНЕРГИИ В ФОКУСЕ**

Редактор *Е.С. Артоболевская*  
Оригинал-макет: *Д.П. Вакуленко*  
Оформление переплета: *В.Ф. Киселев*

Подписано в печать 31.08.2021. Формат 60×90/16. Бумага офсетная.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 13,5. Уч.-изд. л. 14,85. Тираж 300 экз.  
Заказ №

Издательская фирма «Физико-математическая литература»  
МАИК «Наука/Интерпериодика»  
117342, г. Москва, ул. Бултерова, д. 17Б  
E-mail: [porsova@fml.ru](mailto:porsova@fml.ru), [sale@fml.ru](mailto:sale@fml.ru)  
Сайт: <http://www.fml.ru>  
Интернет-магазин: <http://www.fmlib.ru>

Отпечатано с электронных носителей издательства  
в АО «Первая Образцовая типография»  
Филиал «Чеховский Печатный Двор»  
142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1  
Сайт: [www.chpd.ru](http://www.chpd.ru). E-mail: [sales@chpd.ru](mailto:sales@chpd.ru), тел.: 8 (499) 270-73-59

