

ФОРМИРОВАНИЕ СВЕТОВОЙ ЛИНИИ И ПРИБЛИЖЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ФОРМИРОВАНИЯ ДИАГРАММЫ НАПРАВЛЕННОСТИ В ВИДЕ ПРЯМОУГОЛЬНИКА

Дмитриев А.Ю., Досколович Л.Л.

Институт систем обработки изображений РАН,
Самарский государственный аэрокосмический университет им. С.П. Королёва
(национальный исследовательский университет)

Аннотация

Рассмотрен расчёт преломляющей поверхности для формирования световой линии. Предложено представление поверхности в виде огибающей семейства картезианских овалов. Для задачи формирования диаграммы направленности в виде прямоугольника предложено приближённое решение в виде преломляющей поверхности, формирующей мнимое изображение в виде отрезка.

Ключевые слова: геометрическая оптика, преломляющая поверхность, диаграмма направленности, лучи.

Введение

Формирование изображений в виде линии являются актуальными для задач лазерной оптики, радиофизики и светотехники. Методы решения задач данного класса в приближении геометрической оптики хорошо разработаны для дифракционных оптических элементов [1, 2]. Однако, использование приближения тонкого оптического элемента в [1, 2] недопустимо при расчете поверхностей, преломляющих лучи на большие углы (более $5^\circ - 10^\circ$).

В работах [3, 4] предложены итерационные методы расчёта преломляющих оптических элементов для формирования изображения в виде набора точек. Однако, методы [3, 4] являются вычислительно сложными.

В данной работе рассматривается расчёт преломляющей поверхности для формирования световой линии. Поверхность представлена в аналитическом виде, соответствующем огибающей семейства картезианских овалов. Рассмотрен расчёт преломляющей поверхности, формирующей изображение в виде отрезка. Такая поверхность является приближённым решением задачи формирования диаграммы направленности в виде прямоугольника.

1. Расчёт преломляющей поверхности для фокусировки в кривую

Рассмотрим задачу расчёта поверхности Q для формирования световой линии при сферическом падающем пучке. Поверхность Q является границей раздела двух сред с показателями преломления n_1 и n_2 . Линия задана единичной векторной функцией одного аргумента

$$\mathbf{X}(\sigma) = (X(\sigma), Y(\sigma), Z(\sigma)), \quad \sigma \in [0, d], \quad (1)$$

где σ – натуральный параметр, d – длина линии.

Поверхность Q предлагается определить в виде огибающей семейства поверхностей по параметру $\sigma \in [0, d]$, каждая из которых фокусирует падающий пучок от источника в точку $\mathbf{X}(\sigma)$ линии. Каждая из поверхностей семейства является картезианским овалом, а её уравнение записывается в виде:

$$\frac{1}{n} |\mathbf{M}| \pm |\mathbf{X}(\sigma) - \mathbf{M}| = \psi(\sigma), \quad (2)$$

где $\mathbf{M} = (x, y, z)$, $n = n_2 / n_1$ – относительный показатель преломления. Знаки « \pm » в левой части соответствуют случаям действительного и мнимого фокуса. Уравнение огибающей определяется уравнением (2) и его производной по параметру σ :

$$\left(\frac{\mathbf{X}(\sigma) - \mathbf{M}}{|\mathbf{X}(\sigma) - \mathbf{M}|}, \frac{d\mathbf{X}(\sigma)}{d\sigma} \right) = \frac{d\psi(\sigma)}{d\sigma}. \quad (3)$$

Таким образом, поверхность для формирования световой линии (1) определяется системой уравнений (2), (3).

Уравнение (3) является уравнением кругового конуса с единичным вектором оси

$$\mathbf{a}(\sigma) = \frac{d\mathbf{X}(\sigma)}{d\sigma}, \quad (4)$$

совпадающим с касательной к кривой фокусировки, и углом при вершине

$$\alpha(\sigma) = \arccos \left(\frac{d\psi(\sigma)}{d\sigma} \right). \quad (5)$$

Введём единичный вектор $\mathbf{q}(\sigma, \varphi)$, являющий образующей конуса лучей (3), где φ – некоторый параметр, описывающий положение вектора на конусе. Запишем уравнение преломляющей поверхности в параметрическом виде:

$$\mathbf{M}(\sigma, \varphi) = (x(\sigma, \varphi), y(\sigma, \varphi), z(\sigma, \varphi)) = \mathbf{X}(\sigma) + \mathbf{q}(\sigma, \varphi) \cdot l(\sigma, \varphi), \quad (6)$$

где $l(\sigma, \varphi)$ – расстояние по направлению $\mathbf{q}(\sigma, \varphi)$ от точки линии $\mathbf{X}(\sigma)$ до поверхности. Подставив (6) в (2), получим для $l(\sigma, \varphi)$ следующее уравнение:

$$\frac{1}{n} |\mathbf{X}(\sigma) - l(\sigma, \varphi) \mathbf{q}(\sigma, \varphi)| \pm l(\sigma, \varphi) = \psi(\sigma). \quad (7)$$

Легко видеть, что расчёт $l(\sigma, \varphi)$ из уравнения (7) сводится к решению квадратного уравнения.

2. Преломляющая поверхности для формирования мнимого изображения отрезка (прямоугольной диаграммы направленности)

Рассмотрим задачу формирования диаграммы направленности (ДН) в виде прямоугольника. Приближённым решением данной задачи является преломляющая поверхность, формирующая мнимое изображение в виде отрезка.

Геометрия задачи представлена на рис. 1. Поверхность для формирования мнимого изображения в виде отрезка A_1A_2 является огибающей семейства картезианских овалов (2), каждый из которых формирует сферический пучок, исходящий из точки $X(\sigma)$, лежащей на отрезке A_1A_2 . Угол $\gamma(\sigma)$ определяет размер ДН по оси Oy и зависит от расстояния h от начала координат до отрезка A_1A_2 . Уравнение огибающей поверхности определяется выражениями (3), (6), (7).

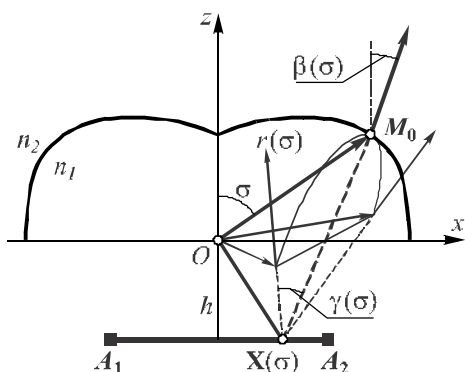


Рис. 1. Геометрия задачи формирования ДН в виде прямоугольника

Расчёт трёхмерной поверхности огибающей предлагается проводить через расчёт цилиндрического профиля $r(\sigma)$, являющегося сечением поверхности плоскостью $y = 0$. Функция $r(\sigma)$ определяется из дифференциального уравнения вида:

$$\frac{dr(\sigma)}{d\sigma} = -r(\sigma) \frac{\sin(\sigma - \beta(\sigma))}{n_1/n_2 - \cos(\sigma - \beta(\sigma))}. \tag{8}$$

Функция $\beta(\sigma)$ определяет распределение энергии вдоль отрезка. Для расчёта функции $\beta(\sigma)$ будем использовать разрешённое относительно производной дифференциальное уравнение первого порядка, полученное для случая формирования ДН в виде отрезка. Использование данного приближения при расчёте функции $\beta(\sigma)$ обуславливает приближённый характер решения задачи формирования ДН в виде прямоугольника.

После расчёта функции $\beta(\sigma)$ дальнейший расчёт огибающей поверхности может быть проведён по формуле (6), где

$$\mathbf{q}(\sigma, \varphi) = \begin{pmatrix} \cos(\pi/2 - \beta(\sigma)) \\ \sin \varphi \sin(\pi/2 - \beta(\sigma)) \\ \sin(\pi/2 - \beta(\sigma)) \cos \varphi \end{pmatrix}, \tag{9}$$

$$\mathbf{X}(\sigma) = \begin{pmatrix} r(\sigma) \sin(\sigma) - \frac{h - r(\sigma) \cos(\sigma)}{\cos(\beta(\sigma))} \sin(\beta(\sigma)) \\ 0 \\ -h \end{pmatrix}, \tag{10}$$

$$\psi(\sigma) = nr(\sigma) + |\mathbf{M}_0(\sigma) - \mathbf{X}(\sigma)|, \tag{11}$$

$$\mathbf{M}_0(\sigma) = (r(\sigma) \sin(\sigma), 0, r(\sigma) \cos(\sigma)). \tag{12}$$

Функция $l(\sigma, \varphi)$ может быть получена из квадратного уравнения (7).

На рис. 2 представлена поверхность для формирования ДН в виде прямоугольника с угловыми размерами 120° по оси Ox и 40° по оси Oy , рассчитанная по полученным формулам. Данная ДН соответствует формированию мнимого изображения отрезка в плоскости $z = -10$ мм. Максимальные размеры поверхности вдоль осей координат Ox, Oy, Oz составляют 16,57 мм, 10,52 мм и 10 мм, соответственно.

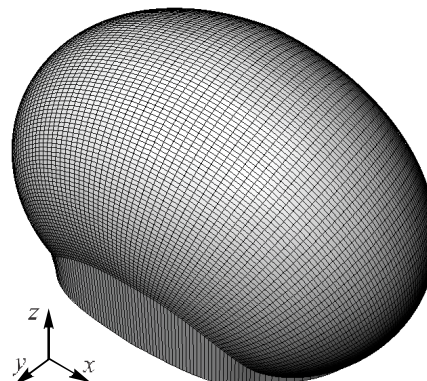


Рис. 2. Поверхность для формирования ДН в виде прямоугольника с угловыми размерами $120^\circ \times 40^\circ$

На рис. 3 представлен результат моделирования работы рассчитанной поверхности в коммерческой программе по светотехнике TracePro. Результат моделирования показывает хорошее качество формируемой ДН. Среднеквадратичное отклонение полученного распределения интенсивности от равномерного составило около 15%. Световая эффективность оптического элемента (доля излучённого светового потока, попадающая в области заданной ДН) составила около 67%.

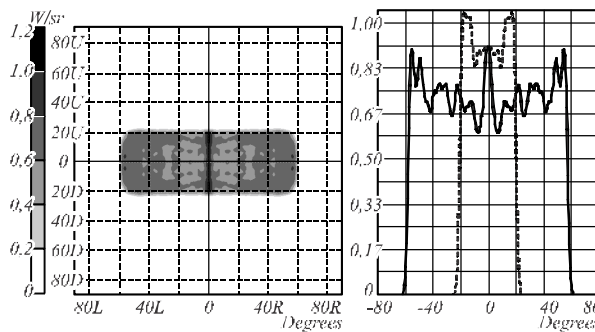


Рис. 3. ДН в виде прямоугольника, формируемая поверхностью с рис. 2

Заключение

Получено общее представление преломляющей поверхности для формирования световой линии, соответствующее огибающей семейства картезианских овалов. Предложено приближённое решение задачи формирования ДН в виде прямоугольника в виде преломляющей поверхности, формирующей мнимое изображение в виде отрезка. Проведён расчёт преломляющей поверхности для формирования ДН в виде прямоугольника с угловыми размерами $120^\circ \times 40^\circ$. Результаты моделирования работы поверхности показали высокое качество формируемой ДН.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного контракта № 07.514.11.4060.

Литература

1. Дифракционная компьютерная оптика / под ред. В.А. Сойфера. – М.: Физматлит. – 2007. – 736 с.
2. **Гончарский, А.В.** Введение в компьютерную оптику / А.В. Гончарский, В.В. Попов, В.В. Степанов. – М.: Изд-во МГУ. – 1991. – 309 с.

3. **Oliker, V.I.** Mathematical Aspects of Design of Beam Shaping Surfaces in Geometrical Optics / V.I. Oliker // Trends in Nonlinear Analysis. – 2002. – P. 191-222.
4. **Michaelis, D.** Cartesian oval representation of freeform optics in illumination systems / D. Michaelis, P. Schreiber and A. Bräuer // Optics Letters. – 2011. – V. 36, N 6. – P. 918-920.

References

5. Diffractive Computer Optics / edited by V.A. Soifer. – Moscow: "Fizmatlit" Publisher, 2007. – Chapter 3. – (In Russian).
6. **Goncharsky, A.V.** Introduction to computer optics / A.V. Goncharsky, V.V. Popov, V.V. Stepanov. – Moscow: "Moscow State University" Publisher, 1991. – 309 p. – (In Russian).
7. **Oliker, V.I.** Mathematical Aspects of Design of Beam Shaping Surfaces in Geometrical Optics / V.I. Oliker // Trends in Nonlinear Analysis. – 2002. – P. 191-222.
8. **Michaelis, D.** Cartesian oval representation of freeform optics in illumination systems / D. Michaelis, P. Schreiber and A. Bräuer // Optics Letters. – 2011. – V. 36, N 6. – P. 918-920.

GENERATING OF LINE-SHAPED IMAGE AND APPROXIMATE SOLUTION OF THE PROBLEM OF GENERATING THE RECTANGLE DIRECTIVITY DIAGRAMM

A. Yu. Dmitriev, L.L. Doskolovich

Image Processing Systems Institute of the RAS,

S.P. Korolyov Samara State Aerospace University (National Research University)

Abstract

A method of designing a refracting surface to generate a line-shaped image is presented. A relationship for the surface is derived as an envelope of family of cartesian ovals. The refracting surface that generates the imaginary picture of the line-segment is presented as an approximate solution of the problem of generating the rectangular directivity diagram.

Key words: geometric optics, refractive freeform surface, directivity diagram, rays.

Сведения об авторах



Дмитриев Антон Юрьевич, кандидат физико-математических наук, научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения Российской академии наук Института систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: геометрическая оптика, дифракционная оптика.

E-mail: tonydm@yandex.ru.

Anton Yurievich Dmitriev, a researcher of Image Processing Systems Institute of the RAS. Academic degree: Candidate of Physico-mathematical Sciences. Research interests: geometric optics, diffraction optics.



Досколович Леонид Леонидович, доктор физико-математических наук, профессор Самарского государственного аэрокосмического университета имени академика С.П. Королева; ведущий научный сотрудник Федерального государственного бюджетного учреждения Российской академии наук Института систем обработки изображений РАН. Область научных интересов: дифракционная оптика, лазерные информационные технологии, нанофотоника.

E-mail: leonid@smr.ru.

Leonid Leonidovich Doskolovich, Doctor of Physical and Mathematical Sciences; Professor of the Samara State Aerospace University named after S.P. Korolev. Leading researcher of the Image processing systems institute of the RAS. Research interests: diffraction optics, laser information technologies, nanophotonics.